

TTU LIBRARY, COOKEVILLE, TN 38505



0 1151 0379989 2

ROBERT KRAUS

GETRIEBELEHRE



VERLAG TECHNIK BERLIN



TENNESSEE TECHNOLOGICAL

UNIVERSITY

PRESENTED BY THE FAMILY
OF
DR. NICHOLAS X. ROSENAUER

182521

WITHDRAWN



Digitized by the Internet Archive
in 2023

https://archive.org/details/bwb_O8-CDB-355

GETRIEBELEHRE

75
7

GETRIEBELEHRE

SR.

VON

PROF. DR.-ING.HABIL.

ROBERT KRAUS

WITHDRAWN



VERLAG TECHNIK BERLIN

1951

182521

Dieses Werk stützt sich auf eine Zusammenarbeit mit der Firma Julius Klinkhardt, Leipzig

Alle Rechte vorbehalten
Copyright 1951 Verlag Technik GmbH., Berlin NW 7
640/11/51. Deutsche Demokratische Republik
Druck von Robert Noske, Borna-Leipzig

VORWORT

Der Verlag zeigt mit der vorliegenden Getriebelehre eines der wesentlichsten Fundamente des gesamten Maschinenbaus auf. Mit dem Werk wird zunächst eine Lücke auf diesem Wissensgebiet geschlossen. Es folgt ein weiterer Band, der den Getriebeaufbau in seiner Systematik behandelt. Mit beiden Werken will der Verlag eine Diskussion über dieses wichtige Thema herbeiführen mit dem Ziele, durch Anregungen aus dem Leserkreis, die an den Autor weitergeleitet werden, eine Entwicklung dieser Arbeit zu einem Standardwerk zu erreichen.

Der Verlag

Inhaltsverzeichnis

I. Mechanismenaufbau und Getriebeentwicklung	Seite
1. Freiheitsgrade der Elementenpaare und ihre Ausführung	11
2. Freiheitsgrade, Glieder und Gelenke der Mechanismen	20
3. Zahlenaufbau der räumlichen Mechanismen	22
4. Entwurf von Mechanismen und Getrieben. Umkehrsatz	25
5. Zahlenaufbau ebener Kurbel- und Kurvenmechanismen	29
6. Schub- und Schraubenmechanismen	38
7. Sphärische Mechanismen	41
8. Sperrung von Getrieben	44
a) Totlagensperre	44
b) Überschußsperre	45
c) Sperrung durch Zusatzglieder	47
d) Ruhende Gesperre	48
e) Reibgesperre	48
9. Spannwerke	49
a) Spannwerke mit Sperrtrieb	50
b) Spannwerk mit Übertotpunktsperre	53
c) Spannwerk mit Spanntrieb am Sperrtrieb	53
10. Sprungwerke	53
11. Mechanismenerweiterung	56
a) Erweiterung ebener Kurbelmechanismen	56
b) Erweiterung der Schubmechanismen	60
c) Erweiterung räumlicher Mechanismen	61
II. Ebene Bewegung	
12. Gliedlagen und Punktbahnen	62
13. Momentanpol und Polbahnen	65
14. Absolute Geschwindigkeiten	68
15. Relative Geschwindigkeiten	73
16. Beispiele zur Geschwindigkeitsermittlung	76
17. Beschleunigungen an einer kompl. bewegten Ebene	80
18. Beschleunigungsermittlung nach Grübler, Anwendung auf die Kurbelschwinge	82
19. Beschleunigungszustand einer Ebene. Krümmungsmittelpunktsbestimmung durch die Beschleunigung	85
20. Bressesche Kreise. Formel von Euler-Savary	86
21. Bestimmung der Krümmungsradien durch die Polwechselgeschwindigkeit	88
22. Wende- und Krümmungskreisermittlung aus zwei Krümmungsradien	91
23. Die Kreisungspunktkurve	93
24. Sonderfall der Beschleunigungsbestimmung	95
25. Coriolisbeschleunigung	96
26. Beschleunigung der Kurbelschleife	99

III. Maßbestimmungen am Gelenkviereck und daraus abgeleiteter Getriebe

27. Satz von Grashof	102
28. Die Doppelschwinge	104
29. Die Doppelkurbel	105
30. Die Kurbelschwinge	107
31. Der Übertragungswinkel	109
32. Die Mittelpunktcurve	109
33. Koppelrastgetriebe nach Lichtenheldt	113
34. Gelenkviereck für vier Lagen eines Koppelpunktes und gegebene Steggelenke	114
35. Winkelzuordnung am Gelenkviereck	116
36. Gelenkviereck für drei Lagen einer Koppelstrecke bei gegebenen Steggelenken	117
37. Doppelpunkte und Spitzen	118
38. Die Parallelkurbel	120
39. Der Pantograph	122
40. Der Kurbeltrieb	123
41. Schwingende und umlaufende Kurbelschleife	126
42. Schwingende, umlaufende und feste Kreuzschleife	129
43. Nockentriebe	135
44. Kurventriebe	143
45. Stirnradvorgelege	148
46. Stirnradumlaufgetriebe und Cykloiden	152
47. Cyklogetriebe	162
48. Gleichachsiges Sinusgetriebe	166
49. Rückkehrende Umlaufrädergetriebe	168

IV. Ebene Mechanismen mit mehr als vier Gliedern

50. Sechsgliedrige Mechanismen mit Zwei- und Dreigelenkglied am Steg	174
51. Sechsgliedriger Mechanismus mit zwei Dreigelenkgliedern am Steg	176
52. Sechsgliedriger Mechanismus mit einem Dreigelenkglied und zwei Zwei- gelenkgliedern am Steg	177
53. Sechsgliedriger Mechanismus mit drei Zweigelenkgliedern am Steg	180
54. Hubverstellung im Betrieb	183
55. Umlaufende Rastgetriebe	187
56. Stirnradgetriebe mit Kraftausgleich	191
57. Stirnradwechselgetriebe	194
a) Einfacher Übersetzungswechsel	194
b) Übersetzungswechsel durch Kupplungen und Schieberäder	199
c) Drei- und Fünfwellengetriebe	201
d) Vierwellengetriebe	205
e) Vervielfältigung	206
f) Graphische Ermittlung geometrisch gestufter Getriebe	209
g) Gebundene Getriebe	210

V. Kräfte in ebenen Getrieben

58. Statische Kräfte	214
59. Belastung durch mehrere Kräfte	220
60. Kräfteermittlung an einem gesperrten Getriebe	222
61. Dynamische Kräfte	224
62. Reibung und Wirkungsgrad	226

	Seite
63. Wirkungsgrad bei Stirnradstand- und Umlaufgetrieben	228
64. Der Reibungswinkel	229
65. Maßbestimmung der Reibgesperre	232
VI. Ebene Getriebe mit mehr als einem Freiheitsgrad	
66. Wechsel des Abtriebsgliedes	235
67. Wechsel der Abtriebsbewegung	236
68. Beweglich gelagerte Getriebe	238
69. Getriebe mit Kraftausgleich	239
VII. Ebene Schaltwerke und Schaltgetriebe	
70. Schaltwerke	241
71. Malteserkreuzschaltgetriebe	241
72. Sternradschaltgetriebe	248
VIII. Schub- und Schraubentriebe	
73. Geschwindigkeits- und Kräftepläne der Schubtriebe	254
74. Gleichachsige Schraubentriebe	256
75. Nichtgleichachsige Schraubentriebe	257
IX. Sphärische Getriebe	
76. Die Winkelgeschwindigkeit als linienflüchtiger Vektor	260
77. Kegelräder	265
78. Kegelradgetriebe	267
79. Zur Maßbestimmung sphärischer Kurbelgetriebe	270
X. Räumliche Getriebe	
80. Maßbestimmungen an räumlichen Kurbelschwingen	273
81. Räumliche Kurventriebe	277
82. Gleichgangkupplungen	286
Namenhinweise	289
Sachverzeichnis	289

I. Mechanismenaufbau und Getriebeentwicklung

1. Freiheitsgrade der Elementenpaare und ihre Ausführung

Die Lage eines Punktes A im Raum wird gegenüber einem Koordinatensystem durch drei Ordinaten festgelegt, die drei Strecken (Bild 1), zwei Strecken und ein Winkel, eine Strecke und zwei Winkel oder in einem Vektor zusammengefaßt sein können.

Die Freigabe einer Ordinate, z. B. der Ordinate z in Bild 1, ermöglicht dem Punkt A jede Lage auf der Schnittgeraden d der durch die Ordinaten x und y festgelegten, den Punkt A enthaltenden Ebenen E_x und E_y . Der Punkt hat eine Bewegungsmöglichkeit oder den Freiheitsgrad 1. Die weitere Freigabe der Ordinate y bedeutet, daß die Ebene E_y jede beliebige zur Ebene xz parallele Lage haben, also mit dem Punkt A parallel

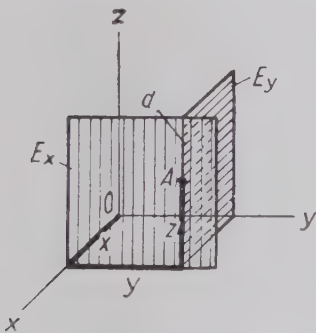


Bild 1. Punktlagenangabe durch drei Strecken

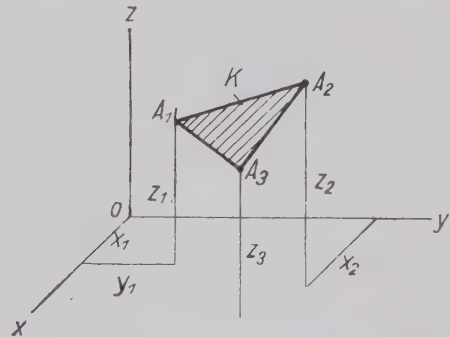


Bild 2. Lagenangabe des Körpers K durch Ordinaten von drei Punkten

verschoben werden kann. Der Punkt A hat nunmehr zwei Bewegungsmöglichkeiten oder den Freiheitsgrad 2, der darin besteht, daß er sich erstens auf der Geraden d , zweitens mit der Geraden d bewegt. Die Freigabe der letzten Ordinate x erlaubt die Bewegung der Ebene E_x parallel zur yz -Ebene und gibt dem Punkt A die dritte Bewegungsmöglichkeit oder den Freiheitsgrad 3. Da die Bewegung des Punktes durch keine weiteren Ordinaten eingeschränkt wird, bedeutet der Freiheitsgrad 3 seine größte Beweglichkeit.

Die Ordinaten x , y , z geben jede für sich allein im Grund nur eine Fläche an, auf der der Punkt liegen muß. Seine Lage ist der Schnittpunkt der drei Flächen. Diese Flächen sind wie in Bild 1 eben, wenn die Ordinaten bestimmte Zahlen sind. Statt durch eine Zahl oder Konstante kann z. B. eine Ordinate x als eine eindeutige Funktion $x = f(y, z)$ von y und z gegeben sein. Sie bestimmt in diesem Fall als

geometrischen Ort für die Lage des Punktes A eine krumme Fläche. Die Freigabe einer Ordinate oder der Freiheitsgrad 1 bedeutet somit allgemeiner die Bewegung des Punktes A auf einer krummen Linie, der Freiheitsgrad 2 die Bewegung auf einer krummen Fläche.

An einem starren Körper K (Bild 2) sei durch die Ordinaten x_1, y_1, u_1 der Punkt A_1 festgelegt. Zur Festlegung eines Punktes A_2 können ebenfalls drei Abstandsangaben oder Ordinaten dienen. Eine davon, die Strecke A_1A_2 , ist bereits durch die Wahl des Punktes A_2 bestimmt, so daß nur noch zwei Abstände, z. B. x_2, z_2 anzugeben sind, um die Lage des Punktes A_2 festzulegen. Durch die Punkte A_1 und A_2 ist die Achse A_1A_2 bestimmt, um die sich der Körper noch drehen kann. Ein dritter Punkt A_3 beschreibt bei der Drehung des Körpers K um die Achse A_1A_2 einen Kreisbogen. Der Punkt A_3 ist im Körper durch die Abstände A_1A_3 und A_2A_3 festgelegt. Die Bewegung auf dem Kreisbogen wird durch einen dritten Abstand z_3 des Punktes A_3 verhindert. Da der Körper hiermit in Ruhe ist, sind zur Angabe seiner

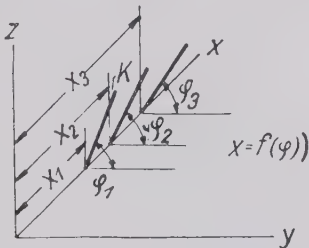


Bild 3. Schraubung des Körpers K durch Kupplung der Ordinaten x und φ

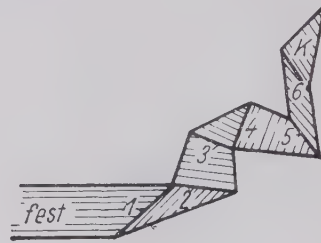


Bild 4. Freiheitsgrad 6 des Körpers K durch Verbindung mit dem festen Körper über Drehachsen 1 bis 6

Lage sechs außerhalb des Körpers liegende Ordinaten notwendig. Jede Freigabe einer Ordinate gibt dem Körper einen Freiheitsgrad, deren Gesamtzahl höchstens sechs sein kann, wobei der Körper im Raum frei beweglich ist.

Da die Bestimmung der Lage von drei Punkten zur Festlegung eines Körpers ausreicht, ist das Dreieck $A_1A_2A_3$ die einfachste Darstellung eines starren Körpers.

Der Freiheitsgrad 6 des im Raum frei beweglichen Körpers verlangt nur die Angabe von 6 Ordinaten zur Festlegung seiner Lage, jedoch nicht eine bestimmte Verteilung dieser Ordinaten auf bestimmte Punkte.

Der allgemeine Fall der Bewegung eines Körpers vom Freiheitsgrad 1 ist die Schraubung Bild 3, die dadurch entsteht, daß die Ordinate x zu einer Funktion der zum Freiheitsgrad 1 gehörenden freien Ordinate, z. B. des Winkels φ , gemacht wird. Für jeden Winkel φ hat x eine bestimmte Größe, so daß die Lage des Körpers bei jedem Winkel φ eindeutig bestimmt ist. Durch Veränderung des Winkels verschiebt sich der Körper auf der x -Achse. Umgekehrt verändert sich der Winkel φ , wenn der Körper auf der x -Achse verschoben wird.

Die Schraubung wird zu einer Drehung um die x -Achse für $x = \text{konst.}$ und zu einer Schiebung in der x -Achse für $\varphi = \text{konst.}$ Die Schiebung in der x -Achse kann als eine Drehung um die im Unendlichen liegende y -Achse aufgefaßt werden.

Die Bewegung des im Raum frei beweglichen Körpers kann wegen des Freiheitsgrades 6 durch sechs Einzelbewegungen vom Freiheitsgrad 1 ersetzt werden. Diese Bewegungen können sechs Schraubungen oder Drehungen (Bild 4) um Achsen 1 bis 6 sein, die zusammen dem Körper freie Beweglichkeit im Raum gestatten. Von den sechs Achsen dürfen nur drei einander parallel sein, weil nach Bild 5 zwei parallele Achsen 1 und 2 genügen, um eine dritte Achse 3 an jeden Punkt 3'' einer zu den Achsen 1 und 2 senkrechten Ebene zu bringen und ein um die Achse 3 drehbarer Körper somit in jede Lage in der Bewegungsebene gebracht werden kann.

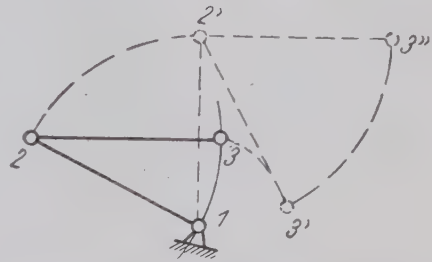


Bild 5. Zwei parallele Drehachsen 1 und 2 zur beliebigen Bewegung des Punktes 3 auf einer Ebene

Für die Verwirklichung des Freiheitsgrades 1 durch Schiebungen ist zu merken, daß ein Körper höchstens 3 Schiebungen ausführen kann, weil bei Schiebungen ein Körper sich selbst parallel bleibt. Durch zwei Verschiebungen in der yz -Ebene erhält der Körper jede zur Ausgangslage parallele Lage in dieser Ebene und durch eine dritte, nicht in dieser Ebene liegende Schiebung jede parallele Lage im Raum.

Die Bewegung eines Körpers mit dem Freiheitsgrad 6 kann in sechs Drehungen oder Schraubungen aufgelöst werden, von denen höchstens drei durch Schiebungen ersetzt werden dürfen.

Die beweglichen Verbindungen zweier Körper heißen Elementenpaare, oft auch Gelenke, wenn sie Drehbewegungen gestatten. Ihre Bestandteile, wie Zapfen und Lager oder Kugel und Schale, sind die Elemente der Paare. Bei beweglicher Verbindung muß das eine Element gegenüber dem andern mindestens den Freiheitsgrad 1 und darf höchstens den Freiheitsgrad 5 haben, weil der Sinn einer Verbindung nur eine Bewegungseinschränkung sein kann. Damit ergibt sich als Grundlage für die Entwicklung der Elementenpaare das Schema:

Freiheitsgrad	5				4				3				2			1
Drehung od. Schraubung	5	4	3	2	4	3	2	1	3	2	1	0	2	1	0	1 0
Bewegung / Schiebung	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	0 1
Bild	6				9 10				11 12 13				14 15			17 19
Ausführung	21	22			23				24				25 16			18 20

Diese Freiheitsgrade werden wie früher am raumbeweglichen starren Körper durch Verminderung des Freiheitsgrades 6 mit Hilfe festgelegter Ordinaten verwirklicht. Hierzu wird ein Körperpunkt, dessen freie Bewegung einzuschränken ist, zum Mittelpunkt einer Kugel gemacht. Die Festlegung einer Längsordinate x des Punktes A des Körpers K_1 Bild 6 zur Verminderung seines Freiheitsgrades 6 auf 5 geschieht dann durch zwei parallele, ebene oder krumme Flächen im Abstand des Kugeldurchmessers, die zu dem Körper K_0 gehören, gegenüber dem der Körper K_1 den Freiheitsgrad 5 haben soll. Die beiden Berührungspunkte der Kugel mit den parallelen Flächen liegen auf der zu den Flächen senkrechten Geraden x durch den Kugelmittelpunkt, in der auch die zwischen beiden Körpern übertragenen Kräfte mit Ausnahme der Reibungskraft liegen.

Bei dem Gelenk Bild 6 wird die Verbindung der beiden Körper durch die Form des Elementes am Körper K_0 oder kurz durch Formschluß aufrecht erhalten. Bild 7 a, b

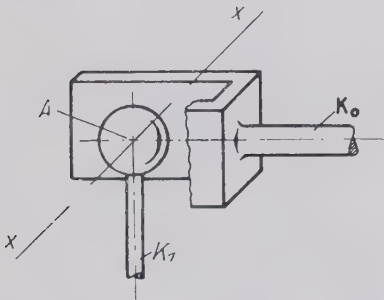


Bild 6. Kugelplattengelenk mit Formschluß. Freiheitsgrad 5

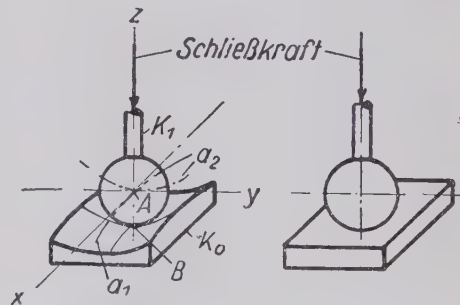


Bild 7 a, b. Kugelflächen- und Kugelplattengelenk mit Kraftschluß

zeigt dasselbe Elementenpaar mit Kraftschluß, bei dem eine Getriebe- oder Federkraft oder ein Gewicht für die Verbindung der Elemente sorgt.

Alle Verbindungen mit Kraftschluß haben den Vorteil, daß die Verbindung z. B. zur Stillsetzung eines Getriebeteiles leicht getrennt werden kann, und den Nachteil der Rückwirkung der Schließkraft auf den Kräfteverlauf im Getriebe.

Zur Feststellung der Bewegungsmöglichkeiten des Körpers K_1 gegenüber dem Körper K_0 legt man in den Kugelmittelpunkt ein beliebiges, am einfachsten rechtwinkliges Achsenkreuz und beachtet die Bewegungsmöglichkeiten gegenüber den Koordinatenachsen und Koordinatenebenen. Der Körper K_1 Bild 7 a kann sich um die drei Koordinatenachsen drehen. Jede andere Drehbewegung um eine Achse durch den Mittelpunkt A läßt sich, wie die Mechanik lehrt oder hier später bei den räumlichen Mechanismen gezeigt wird, aus Drehungen um diese drei Achsen zusammensetzen. Der Berührungspunkt B wandert bei einer Bewegung der Kugel in der xz -Ebene auf dem in dieser Ebene liegenden Krümmungskreis der Fläche und der Punkt A

auf der Äquidistanten a_1 hierzu, bei einer Bewegung in der yz -Ebene auf der Äquidistanten zum Krümmungskreis der Fläche in dieser Ebene. Die beiden Bewegungen auf den Äquidistanten als Kreisumfängen sind Drehungen um die Achsen der Krümmungskreise. Da jede Bewegung der Kugel auf der Fläche aus zwei Bewegungen in der xz - und yz -Ebene zusammengesetzt werden kann, hat die Kugel keine weiteren Bewegungsmöglichkeiten. Die dem Freiheitsgrad 5 entsprechenden Bewegungsmöglichkeiten sind bei Ausführung des Elementenpaares oder Kugelplattengelenkes nach Bild 7a fünf Drehungen, nach Bild 6 und 7b drei Drehungen und zwei Schiebungen.

Wenn praktisch nur eine geringe Drehung des Gelenkes um die x -Achse Bild 8 notwendig ist, kann die Kugel zur Verringerung der Flächenpressung durch eine Tonne ersetzt werden.

Ein Gelenk von Freiheitsgrad 4 entsteht durch Verhinderung der Kugelbewegung in zwei Richtungen, wozu die Kugel bei Formschluß zwischen zwei Plattenpaare oder bei Kraftschluß Bild 9a in Berührung mit zwei Platten zu bringen ist. Dieses Kugelrillengelenk erlaubt dem Körper drei Drehungen um die Achsen eines in dem Kugelmittelpunkt gelegten Koordinatensystems und, wenn die Rille gerade ist, eine Schiebung, bei krummer Rille eine Drehung um die Krümmungsachse der Rille.

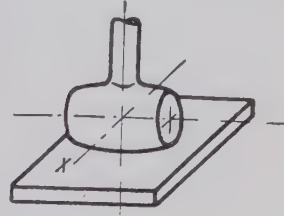
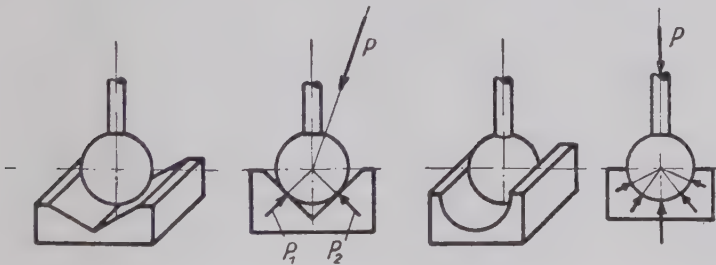


Bild 8. Tonnenplattengelenk. Freiheitsgrad 5



a) statisch bestimmte Ausführung b) statisch unbestimmte Ausführung
Bild 9. Kugelrillengelenke. Freiheitsgrad 4, drei Drehungen, eine Schiebung

An der Beweglichkeit der Kugel ändert sich nichts, wenn die Rille zylindrisch (Bild 9b) ausgeführt wird. Der Unterschied zwischen keilförmiger und zylindrischer Rille besteht darin, daß bei der Keilrille die Stützkraften P_1 und P_2 mit den statischen Gleichgewichtsbedingungen allein bestimmbar sind, während sich die Stützkraften der Zylinder- rille auf einen Kreisbogen verteilen und unter Zuhilfenahme der Formänderung berechnet werden müssen. Bei gleicher Beweglichkeit ist das erste Kugelrillengelenk

statisch bestimmt, das zweite statisch unbestimmt. Die Bedeutung dieses Unterschiedes kommt außer in der Kräfteermittlung in den Folgen der Formänderung zum Ausdruck. Während eine Formänderung der statisch bestimmten Verbindung bei der offenen Keilrille schadlos ist, weil die Kugel der Formänderung folgen kann, bewirkt eine Formänderung der Zylinderrille entweder ein Klemmen der Kugel oder durch Eintreten von Spiel eine Erhöhung der Beweglichkeit.

Auf den Unterschied zwischen statisch bestimmter und unbestimmter Gelenkausführung bei gleicher Beweglichkeit ist bei den Gelenkentwicklungen zu achten, da er für die Gelenkberechnung und die Beurteilung der Folgen von Formänderungen in Getrieben grundlegend ist.

Die Bewegungseinschränkung, durch die aus dem Gelenk mit dem Freiheitsgrad 5 ein solches mit dem Freiheitsgrad 4 wird, kann auch an einer zweiten Kugel desselben Körpers (Bild 10a) vorgenommen werden, wodurch als Bewegungsmöglich-

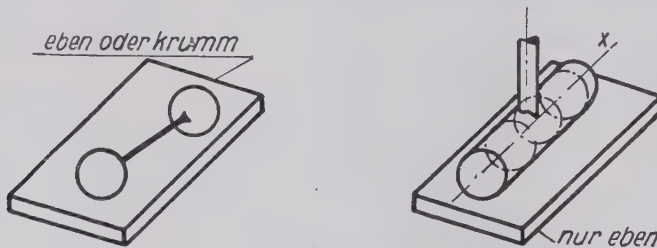


Bild 10a, b. Gelenk mit Freiheitsgrad 4, zwei Drehungen, zwei Schiebungen, statisch bestimmte und unbestimmte Ausführung

keiten zwei Drehungen um eine zur Fläche parallele und senkrechte Achse und bei ebener Fläche zwei Schiebungen entstehen. Bei ebener Fläche wird an der Beweglichkeit nichts geändert, wenn in der x -Achse gleich große Kugeln angebracht werden, die schließlich zu einem Zylinder zusammengefaßt werden können und die statisch unbestimmte Ausführung nach Bild 10b ergeben.

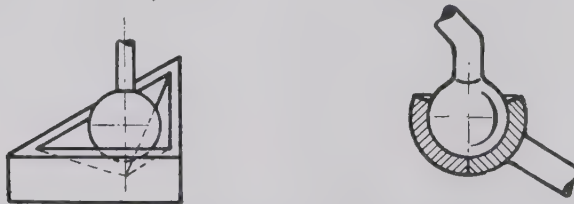


Bild 11a, b. Kugelschalengelenk, Freiheitsgrad 3, statisch bestimmte und unbestimmte Ausführung

Eine dritte Bewegungseinschränkung an derselben Kugel führt zum statisch bestimmten und statisch unbestimmten Kugelschalengelenk Bild 11a und b mit dem

Freiheitsgrad 3, bestehend in drei Drehungen, bei zwei Kugeln zu einem Gelenk nach Bild 12a und seiner statisch unbestimmten Ausführung (Bild 12b) mit zwei Drehungen und einer Schiebung und schließlich bei Bewegungseinschränkung an drei Kugeln zum Gelenk (Bild 13a) mit der statisch unbestimmten Ausführung (Bild 13b), deren Bewegung in einer Drehung und zwei Schiebungen besteht.

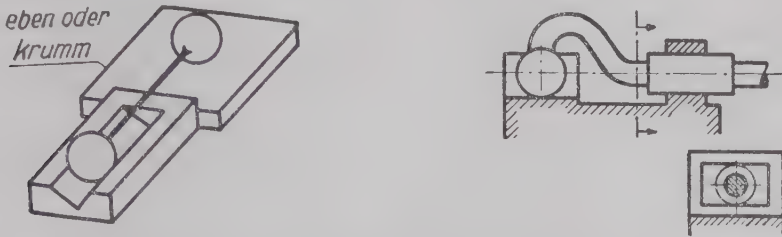


Bild 12a, b. Gelenk mit Freiheitsgrad 3, zwei Drehungen, eine Schiebung, statisch bestimmte und unbestimmte Ausführung

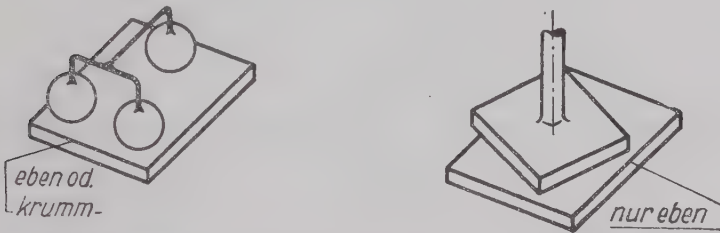


Bild 13a, b. Gelenk mit Freiheitsgrad 3, eine Drehung, zwei Schiebungen

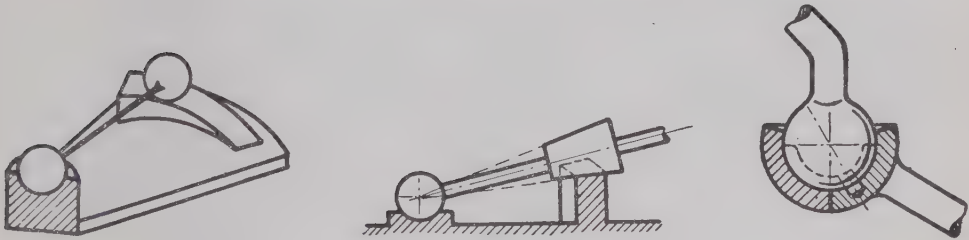


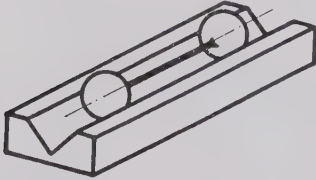
Bild 14a, b, c. Gelenk mit Freiheitsgrad 2, zwei Drehungen

Ein Gelenk vom Freiheitsgrad 2 ergibt sich aus den Gelenken mit dem Freiheitsgrad 3 durch eine weitere Bewegungseinschränkung aus Bild 11 nach Bild 14a, b oder c mit zwei Drehungen, aus Bild 12 nach Bild 15a, b und aus Bild 13 nach Bild 16a, b, c mit einer Drehung und einer Schiebung.

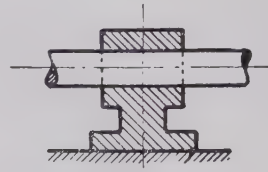
Die Ausführung (Bild 15c) mit Tonnen an Stelle von Zylindern weist auf die Verbesserung durch die Annäherung an die statisch bestimmte Ausführung mit Kugeln

hin, wodurch sowohl die Kantenpressung durch Formänderung wie die Notwendigkeit einer besonders bei langen Führungen mühevollen Einpassungsarbeit vermieden werden.

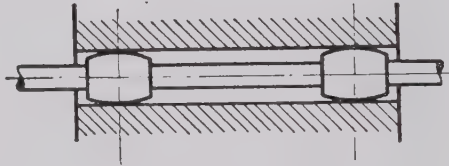
Bild 15 a, b, c. Gelenk mit einer Drehung und einer Schiebung



a) statisch bestimmte Ausführung



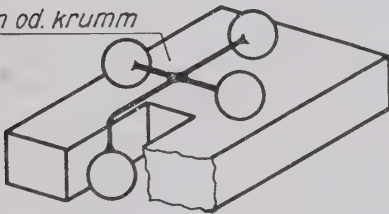
b) statisch unbestimmte Ausführung



c) Ausführung mit Tonnen

Bild 16 a, b, c. Vierpunktig geführtes Gelenk mit Freiheitsgrad 2, eine Drehung, eine Schiebung

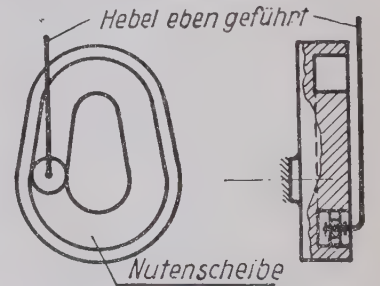
eben od. krumm



a) statisch bestimmt



b) statisch unbestimmt



c) Ausführung als Rolle und Scheibe

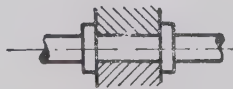
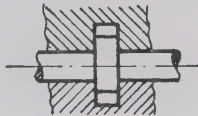
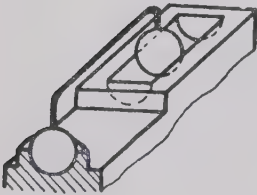


Bild 17 a, b, c. Zweipunktig geführtes Gelenk mit Freiheitsgrad 1 in statisch bestimmter, unbestimmter und tonnenförmiger Ausführung, eine Drehung

Als Gelenke vom Freiheitsgrad 1 entwickelt man nach Bild 14 durch Bewegungseinschränkung an einer vorhandenen Kugel das Gelenk nach Bild 17a mit seiner statisch unbestimmten Ausführung (Bild 17b) und als Tonnengelenk nach Bild 17c. Die Hinzunahme einer dritten Kugel führt vom Gelenk in Bild 14 zum Gelenk in Bild 18, dessen statisch unbestimmte Ausführung dieselbe wie in Bild 17b ist. Aus Bild 15 entsteht durch Bewegungsbeschränkung an einer dritten Kugel das Gelenk nach Bild 19a, dessen statisch unbestimmte Ausführung die Schraube in Bild 19b und dessen Sonderfall die Schiebung nach Bild 19c mit der statisch unbestimmten Ausführung in Bild 19d ist. Die Entwicklung aus Bild 16 führt zum Gelenk in Bild 20 und sonst zu denselben Ergebnissen wie vorher.

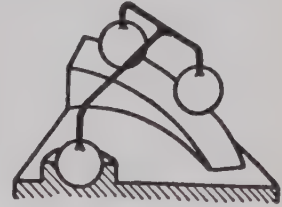


Bild 18. Dreipunktig gestütztes Gelenk für Kurvendrehung, Freiheitsgrad 1

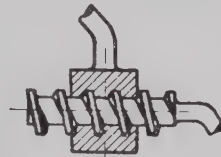
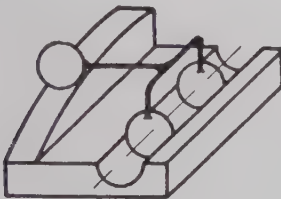


Bild 19a, b. Schraubengelenk statisch bestimmt und unbestimmt, Freiheitsgrad 1

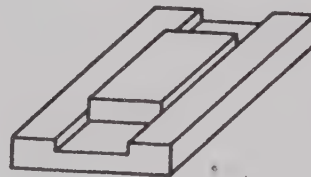
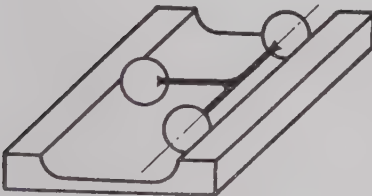


Bild 19c, d. Schiebung als Sonderfall der Schraubung

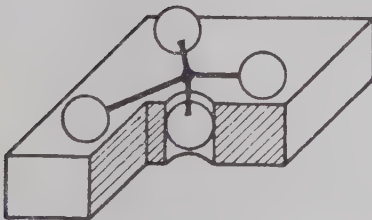


Bild 20. Vierpunktig geführtes Gelenk, Freiheitsgrad 1



Bild 21. Zweigelenkglied mit Kugelschalengelenken, ein identischer Freiheitsgrad, Gesamtfreiheitsgrad 5

Dreiteilige Gelenke entstehen durch Verbindung zweier Körper K_1 und K_0 mit einem Zweigelenksglied. In Bild 21 sind die Gelenke Kugelschalengelenke mit den Freiheitsgraden 3. Der Freiheitsgrad der Bewegung des Körpers K_1 gegen K_0 ist in diesem Fall jedoch nicht die Summe 6 der beiden Freiheitsgrade der Gelenke, son-

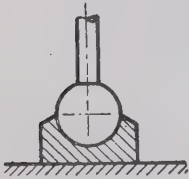


Bild 22. Dreiteil. Kugelplattengelenk, Freiheitsgrad 5, ein identischer Freiheitsgrad, drei Drehungen, zwei Schiebungen

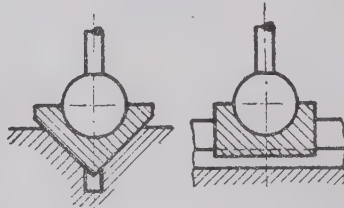


Bild 23. Dreiteiliges Kugelrillengelenk, Freiheitsgrad 4

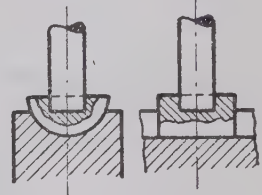


Bild 24. Dreiteiliges Gelenk, Freiheitsgrad 3, zwei Drehungen, eine Schiebung

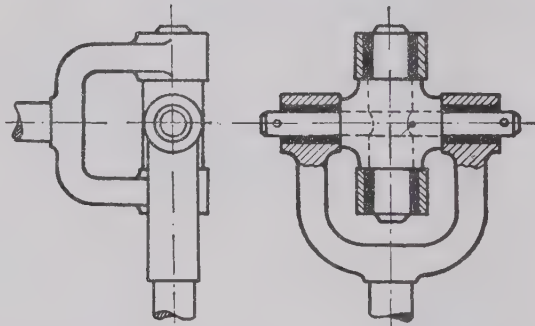


Bild 25. Kreuzgelenk, Freiheitsgrad 2, zwei Drehungen

dern 5, weil die beiden Drehachsen in der Verbindungsgeraden der Gelenke zusammenfallen. Solche identischen Freiheitsgrade können zur Herstellung von Gelenken oder Vereinfachung von Nutzen sein. Verschiedene Ausführungen der Gelenke am Zweigelenksglied ergeben z. B. die Gelenke nach Bild 22 bis 25. Dreiteilige Gelenke haben bei höheren Freiheitsgraden geringere Flächenpressung als zweiteilige.

2. Freiheitsgrade, Glieder und Gelenke der Mechanismen

Unter Mechanismen versteht man Gebilde aus gelenkig verbundenen starren Körpern oder Gliedern, von denen eines das ruhende Glied ist. Die Freiheitsgrade von Mechanismen sind größer als Null. Beim Freiheitsgrad Null wird der Mechanismus statisch bestimmt gesperrt oder zum statisch bestimmten Fachwerk, beim Freiheits-

grad 1 einfach statisch unbestimmt gesperrt oder zum einfach statisch unbestimmten Fachwerk usw. Von der statischen Bestimmtheit oder Unbestimmtheit hängt die Art der Kräfteermittlung ab.

Der Freiheitsgrad 1 bedeutet, daß eine Ordinate zur Bestimmung der Lage des Mechanismus fehlt. Wird sie an einem Glied, das man das Antriebsglied nennt, z. B. dadurch bekannt, daß ein Motor dieses Glied in bestimmter Weise antreibt, so ist für jede Lage des Antriebsgliedes, das man sich in dieser Lage vorübergehend festgehalten denken kann, der Freiheitsgrad augenblicklich Null und somit der Mechanismus in Ruhe, d. h. seine Glieder haben bestimmte Lagen. Der Mechanismus mit dem Freiheitsgrad 1 kann demnach gezeichnet werden, wenn die Lage eines einzigen Gliedes bekannt ist. Da aus ihr die Lagen aller anderen Glieder zwangsläufig folgen, nennt man den Mechanismus zwangsläufig.

Beim Mechanismus mit dem Freiheitsgrad 2 fehlen zwei Ordinaten zu seiner Festlegung in irgendeiner Lage. Es müssen daher zwei selbständige Antriebe gewöhnlich an zwei verschiedenen Antriebsgliedern vorhanden sein, die für jeden Zeitpunkt zwei Ordinaten bestimmen. Zum Zeichnen des Mechanismus greift man einen beliebigen Zeitpunkt heraus, zeichnet die zugehörigen Lagen der beiden Antriebsglieder, kennt damit die fehlenden Ordinaten zur Festlegung des Mechanismus und kann daher die Ruhelagen aller anderen Glieder eindeutig angeben.

Mechanismen mit mehr als einem selbständigen Antrieb nennt man nicht zwangsläufig. Es gibt auch zwangsläufige Mechanismen mit mehr als einem Antrieb, doch werden hierbei die Bewegungen nur von einem Antrieb bestimmt, während die restlichen Antriebe nur leistungszuführend sind und Geschwindigkeiten und Lagen ihrer Antriebsglieder vom ersten Antrieb infolge der Zwangsläufigkeit bereits bestimmt sind. Solche Antriebe sind nicht selbständig, die Antriebsbewegung kann nicht geändert werden.

Die Zahl der selbständigen Antriebe eines Mechanismus ist gleich der Zahl seiner Freiheitsgrade.

Das ruhende Glied eines Mechanismus ist der Steg (Bild 26). Die am Steg liegenden Glieder heißen Stegglieder, die Gelenke Steggelenke. Die Stegglieder können An-, Abtriebs- oder Führungsglieder sein. Die Stegglieder werden untereinander durch Zwischenglieder und Zwischengelenke verbunden. Auch die Zwischenglieder können An- oder Abtriebsglieder sein.

Die Zahl der Abtriebsglieder ist beliebig und hat mit der Größe des Freiheitsgrades nichts zu tun. Abtriebsglieder sind diejenigen Glieder, deren Bewegung der Zweck des Mechanismen- und Getriebebaues ist.

Die Glieder einschließlich Steg unterscheidet man in Zwei-, Drei-, Viergelenkglieder usw. je nach der Zahl ihrer Verbindung mit anderen Gliedern. Man bezeichnet die Glieder fortlaufend mit Zahlen und die Gelenke durch Zahlenpaare aus den Nummern der durch sie verbundenen Glieder (Bild 26). Die den Gelenken beigeschriebenen

Einzelzahlen bedeuten deren Freiheitsgrade. Für den Entwurf stellt man auch räumliche Mechanismen in der Ebene schematisch dar (Bild 27).

Ein Glied kann mit einem anderen an mehreren Stellen verbunden sein. Man kann die Zahl dieser Gelenke durch ein einziges ersetzen, dessen Freiheitsgrad der Beweglichkeit des einen Gliedes gegenüber dem anderen entspricht. Um z. B. ein Glied mit einem anderen unter dem Freiheitsgrad 1 zu verbinden, kann man ein einziges Gelenk

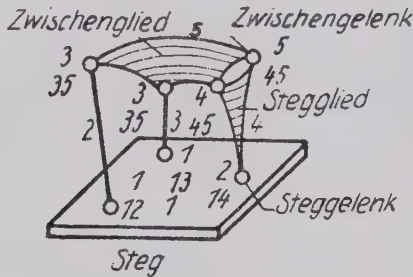


Bild 26. Glieder- und Gelenkbezeichnung an Mechanismen

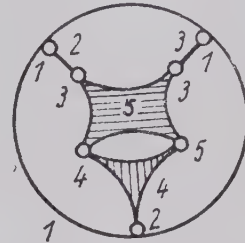


Bild 27. Schematische Darstellung eines räumlichen Mechanismus

vom Freiheitsgrad 1 verwenden oder z. B. zwei Gelenke, von denen eines den Freiheitsgrad 3 haben kann. Da hierbei zwei Beweglichkeiten zu viel vorhanden sind, ist noch ein zweites Gelenk anzuordnen, das diese beiden Beweglichkeiten aufhebt. Ein solches Gelenk muß den Freiheitsgrad 4 haben, weil es von den sechs Beweglichkeiten im Raum zwei aufhebt. Ein Gelenk vom Freiheitsgrad 3 und eines vom Freiheitsgrad 4 sind demnach einem Gelenk vom Freiheitsgrad 1 gleichwertig. Beide Gelenke sind als eins in Bild 17a dargestellt. Der allgemeine Ausdruck für diese Beziehung lautet

$$f = f_1 - \sum (6 - f_x),$$

worin f der geforderte Gesamtfreiheitsgrad, f_1 der Freiheitsgrad des ersten, f_x die Freiheitsgrade der übrigen Gelenke sind. Es sei $f = 1$, $f_1 = 4$ und die Verbindung durch drei Gelenke gewählt. Dann ist

$$\sum (6 - f_x) = 6 - f_2 + 6 - f_3 = f_1 - f = 4 - 1 = 3$$

und

$$f_2 + f_3 = 9 = 4 + 5,$$

das zweite Gelenk ein Kugelrillen-, das dritte ein Kugelplattengelenk.

Die Gelenkaufteilung in mehrere Gelenke ist an sich nicht nötig, erleichtert aber das Auffinden der Ausführungsmöglichkeiten von Mechanismen.

3. Zahlenaufbau der räumlichen Mechanismen

In einem räumlichen Mechanismus bewegen sich die Glieder so, daß die Bahnen ihrer Punkte im allgemeinen räumliche Kurven sind.

Wenn in einem räumlichen Mechanismus, der einschließlich Steg n Glieder hat, sämtliche Glieder frei beweglich wären, würden zur Festlegung der Lage der Glieder gegenüber dem Steg $6(n-1)$ Ordinaten nötig sein. Soll der Mechanismus den Freiheitsgrad v haben, so sind v Ordinaten weniger als zur Festlegung des ganzen Mechanismus nötig, im ganzen also $6(n-1) - v$ Ordinaten. Jede Ordinate bedeutet eine Bewegungseinschränkung oder Verminderung des Freiheitsgrades eines Gliedes um 1. Da ein Gelenk vom Freiheitsgrad f eine Bewegungseinschränkung um $6-f$ oder ebenso viele Ordinaten bedeutet, ist die ganze durch die Gelenke herbeigeführte Bewegungseinschränkung im Mechanismus oder die Zahl der durch die Gelenke dargestellten Ordinaten gleich $\sum(6-f)$. Diese Zahl von Ordinaten muß gleich der zur Herbeiführung des Freiheitsgrades v des Mechanismus nötigen Ordinatenzahl sein, woraus

$$\begin{aligned} \sum(6-f) &= 6(n-1) - v, \\ v &= 6n - 6 - \sum(6-f) \end{aligned} \quad (1)$$

als allgemeine Laufbedingung räumlicher Mechanismen folgt, die für $v=1$ Zwangslaufbedingung heißt.

Zu einer Beziehung zwischen v und f , in der die Zahl der Stegglieder erscheint, gelangt man durch die Überlegung, daß ein mit dem Freiheitsgrad v auf dem Steg gestützter Körper u Ordinaten zur Einschränkung des Freiheitsgrades 6 auf den Freiheitsgrad v braucht, also

$$v = 6 - u$$

ist. Ein Steggelenk vom Freiheitsgrad f bedeutet eine Bewegungseinschränkung, die $6-f$ Ordinaten entspricht. Bei w Steggelenken ist die Ordinatenzahl $w(6-f)$ oder $6w - wf$, worin $wf = \sum f$ die Summe aller Freiheitsgrade der Steggelenke ist. Da die Gesamtzahl der Ordinaten u sein muß, ist $u = 6w - \sum f$ und daher

$$v = 6 - 6w + \sum f \quad (2)$$

Da ein Gelenk vom Freiheitsgrad f einer Reihe von miteinander verbundenen Gliedern wie in Bild 4 gleichwertig ist, wenn deren Gelenke zusammen denselben Freiheitsgrad f als Summe bilden, ist $\sum f$ auch die Summe der Freiheitsgrade aller Gelenke. Für den Aufbau von Mechanismen teilt man

$$\sum f = \sum f_w + \sum f_0$$

in die Summen der Freiheitsgrade f_w der Steggelenke und der Freiheitsgrade f_0 der Zwischengelenke, weil die Freiheitsgrade f_w gewöhnlich durch die gestellte Aufgabe bekannt und nur die Freiheitsgrade f_0 gesucht sind.

Gl. 2 stellt eine Bedingung für einen mit dem Freiheitsgrad v laufenden Mechanismus dar. Einen solchen Mechanismus kann man durch Einbau von z Gliedern erweitern, wodurch sich an der Gleichung 2 nichts ändern darf. Die hinzugefügten Glieder sind durch $6z$ Ordinaten gegenüber den vorher vorhandenen Gliedern festzulegen,

damit sie keinen eigenen Freiheitsgrad haben und sich nicht unabhängig bewegen können. Wenn man an dem fertigen Mechanismus $\sum f$ bildet, zählt man hierbei die $6z$ Ordinaten mit, die deshalb von $\sum f$ abzuziehen sind, um die Gleichung 2 zu erhalten. Man erhält somit

$$v = 6 - 6w - 6z + \sum f$$

und durch Trennung der Summe der Freiheitsgrade

$$\sum f_0 = 6(z + w - 1) + v - \sum f_w \quad (3)$$

Um mit den Gl. 1 und 3 die Zahl der Zwischenglieder und Zwischengelenke berechnen zu können, setzt man

$$n = 1 + w + n_0$$

mit n_0 als Zahl der Zwischenglieder und die Zahl der Gelenke

$$s = w + s_0$$

mit s_0 als Zahl der Zwischengelenke und w als Zahl der Steggelenke, wobei vorausgesetzt ist, daß jedes Stegglied nur mit einem Gelenk an den Steg angeschlossen wird. Damit wird aus Gl. 1

$$v = 6 + 6w + 6n_0 - 6 - 6s + \sum f$$

oder durch Eliminieren von $\sum f$ mit Hilfe der Gl. 3

$$s_0 - n_0 = z + w - 1. \quad (4)$$

Jedes Gelenk besteht aus zwei Elementen. Bezeichnet man die Dreigelenkglieder mit n_3 ; so haben sie zusammen $3 \cdot n_3$ Elemente, die Viergelenkglieder $4 \cdot n_4$ Elemente, allgemein die x -Gelenkglieder $x \cdot n_x$ Elemente. Zu der Gesamtelementenzahl $2s_0$ der s_0 Zwischengelenke gehören auch die Elemente der Stegglieder, die zum Anschluß der Zwischenglieder dienen. Da ein Stegglied w_x mit einem Gelenk an den Steg angeschlossen ist, ist die Zahl seiner zu den Zwischengelenken zu rechnenden Elemente $x - 1$ und die Gesamtzahl der Zwischenelemente der Stegglieder

$$\sum (x - 1) w_x.$$

Damit wird

$$2s_0 = \sum x n_x + \sum (x - 1) w_x$$

oder, wenn man die Zweigelenk- und Dreigelenkzwischenglieder n_2 und n_3 aus der Summe nimmt,

$$2s_0 = 2n_2 + 3n_3 + \sum_4 x n_x + \sum (x - 1) w_x.$$

Da

$$n_0 = n_2 + n_3 + \sum_4 n_x$$

ist, ergibt sich mit diesen Werten für s_0 und n_0 aus Gl. 4

$$n_3 = 2z - 2 - \sum_4 (x - 2) n_x - \sum (x - 3) w_x \quad (5)$$

als Bedingung für die Zahl der Dreigelenkzwischenglieder. Setzt man den Wert für n_3 in die Gleichung für n_0 ein, so wird

$$n_2 = n_0 + 2(1 - z) + \sum_4 (x - 3)n_2 - \sum (x - 3)w_x \quad (6)$$

und weiter mit Gl. 4

$$n_2 = s_0 + 3(1 - z) + \sum_4 (x - 3)n_x + \sum (x - 4)w_x. \quad (7)$$

Da n_2 nicht negativ sein kann, erhält man als Grenzbedingung $0 \leq n_2$ oder aus Gl. 7

$$s_0 \geq 3(z - 1) - \sum (x - 4)w_x - \sum_4 (x - 3)n_x. \quad (8)$$

Die Bedingung 8 erlaubt den Mindestwert s_0 bei gegebener Zahl und Art der Stegglieder zu berechnen.

Es bleibt noch die Mindestgröße der Erweiterungszahl z aus Gl. 5 zu bestimmen. Nach

$$z = 1 + \frac{n_3}{2} + \frac{1}{2} \sum_4 (x - 2)n_x + \frac{1}{2} \sum (x - 3)w_x$$

wird z ein Minimum für $n_3 = 0$ und $\sum_4 (x - 2)n_x = 0$, also

$$z \geq 1 + \frac{1}{2} \sum (x - 3)w_x \quad (9)$$

Aus Gl. 5 folgt mit $n_3 \geq 0$ als Grenzwert für die Glieder mit mehr als drei Elementen

$$\sum_4 (x - 2)n_x \leq 2(z - 1) - \sum (x - 3)w_x. \quad (10)$$

4. Entwurf von Mechanismen und Getrieben. Umkehrsatz

Bei der Ableitung der Gleichungen für den Zahlenaufbau wurde nichts über die Verteilung der Freiheitsgrade auf die Zwischengelenke vorausgesetzt. Beim Entwurf von Mechanismen sind deshalb folgende Einschränkungen zu beachten:

1. In keinem von Gelenken gebildeten beweglichen Polygon dürfen weniger als 7 Freiheitsgrade enthalten sein, weil nach Gl. 2 bei $\sum f = 6$ $v = 0$ wird, wobei zwei der im Polygon enthaltenen Glieder als Stegglieder zu rechnen sind. Ein Polygon, dessen Ecken Freiheitsgrade mit der Summe 6 haben, ist also starr.
2. Es dürfen keine identischen Freiheitsgrade (Bild 21) entstehen, außer wenn sie in der Rechnung mit berücksichtigt wurden oder wenn so viele Freiheitsgrade zusammenfallen, daß die Gl. 1, 2 oder 3 erfüllt bleiben. Der Freiheitsgrad eines Gelenkes kann höher gewählt werden, als die Rechnung ergibt, wenn der zusätzliche Freiheitsgrad mit einem vorhandenen identisch wird.
3. Bei zwei Gliedern, die durch mehrere Gelenke miteinander verbunden sind, muß der Freiheitsgrad f der ganzen Verbindung $f = 6(1 - g) + \sum f_x$ sein, mit g als Zahl der Gelenke zwischen zwei Gliedern und $\sum f_x$ als Summe ihrer Freiheitsgrade. Mit dem Freiheitsgrad f müssen die Gl. 1, 2 erfüllt sein.
4. Die Gelenke sind (Bild 6 bis 25) so auszuwählen oder anzuordnen, daß in einem Polygon mindestens drei Drehachsen nicht parallel sind (Bild 5).

Als erstes Beispiel sei der Zahlenaufbau von Mechanismen für die Entwicklung räumlich beweglicher Kupplungen durchgeführt. Derartige Kupplungen haben zwei Wellen miteinander so zu verbinden, daß erstens die eine Welle die andere zwangsläufig antreibt, zweitens Änderungen der Lagen der Wellen den Zwanglauf nicht ändern. Da der Zahlenaufbau unabhängig von den Lagen von Drehachsen durchgeführt wurde, gelten seine Ergebnisse für beliebige Abmessungen eines Mechanismus, also auch dann, wenn sich z. B. der Steg dadurch ändert, daß eine der Wellen gegenüber der anderen federnd gelagert ist oder ihre Lage durch einen Verstellmechanismus geändert wird.

Die Voraussetzung des Zwanglaufes bedeutet $v = 1$. Die beiden Wellen stellen zwei Stegglieder $w = 2$ dar, die, da sie sich im Steg nur drehen, mit dem Steg durch ein Gelenk vom Freiheitsgrad $f_w = 1$ verbunden sind.

Als Grundlage für den Aufbau ist die Art der Stegglieder anzunehmen nach dem Schema

$$w = 2 w_2 = 1 w_2 + 1 w_3 = 2 w_3 = 1 w_2 + 1 w_4 = 1 w_3 + 1 w_4 = 2 w_4 \quad \text{usw.}$$

Die Rechnung wird folgendermaßen durchgeführt:

$$w = 2 w_2. \quad v = 1. \quad \sum f_w = 1 + 1 = 2$$

$$\text{Gl. 9: } z \geq 1 + \frac{1}{2}(2 - 3)2 = 0.$$

$$\text{a) } z = 0. \quad \text{Gl. 10: } \sum_4 (x - 2)n_x \leq -2 + 2 = 0,$$

$$\text{daher } n_2 = 0. \quad \text{Gl. 5: } n_3 = 0 - 2 - 0 + 2 = 0.$$

$$\text{Gl. 3: } \sum f_0 = 6 + 1 - 2 = 5. \quad \text{Gl. 8: } s_0 \geq 1.$$

$$\text{Gl. 4: } s_0 - n_0 = 1.$$

$$1. \quad s_0 = 1. \quad \text{Gl. 4: } n_0 = 0 \quad (\text{Bild 28 und 29}). \quad \text{Kontrolle Gl. 1:}$$

$$v = 6n - 6 - \sum (6 - f_w) - \sum (6 - f_0), \quad 1 = 18 - 6 - 10 - 1 = 1.$$

$$\text{Bild 28 bis 41. Mechanismen und Getriebe für } v = 1, w = 2, \sum f_w = 2$$

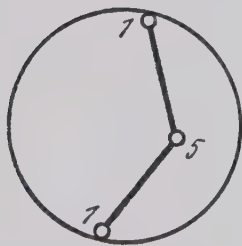


Bild 28. Mechanismus zum
Getriebe Bild 29

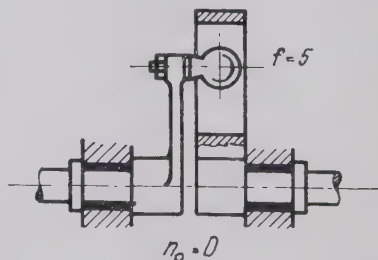


Bild 29. Getriebe für $w = 2 w_2$, $n_0 = 0$,
 $s_0 = 1$

2. $s_0 = 2$. Gl. 4: $n_0 = 1$. Gl. 7: $n_2 = 2 + 3 - 4 = 1 = n_0$ (Bild 30).

Verteilung der Freiheitsgrade

$$\sum f_0 = 5 = 1 + 4 \text{ (Bild 31)} = 2 + 3 \text{ (Bild 32)} = 2 + 4 - 1 \text{ (Bild 33)} \\ = 3 + 3 - 1 \text{ (Bild 34)}.$$

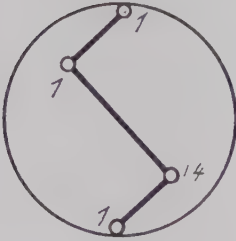


Bild 30. Mechanismus zum
Getriebe Bild 31

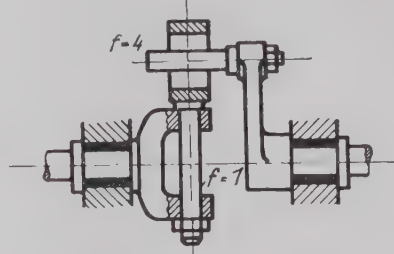


Bild 31. $n_0 = 1$, $n_2 = 2$, $s_0 = 2$ $\sum f_0 = 1 + 4$

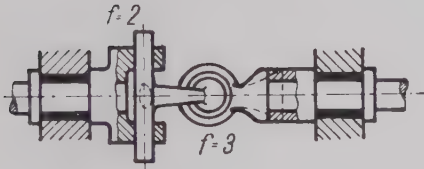


Bild 32. $n_0 = 1$, $n_2 = 2$, $s_0 = 2$ $\sum f_0 = 2 + 3$

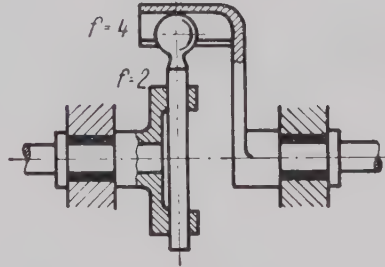


Bild 33. $n_0 = 1$, $n_2 = 2$, $s_0 = 2$ $\sum f_0 = 2 + 4 - 1$

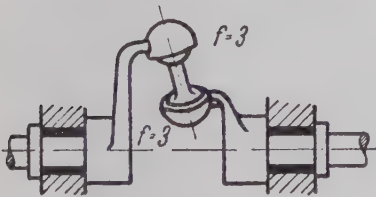


Bild 34. $n_0 = 1$, $n_2 = 2$, $s_0 = 2$ $\sum f_0 = 3 + 3 - 1$

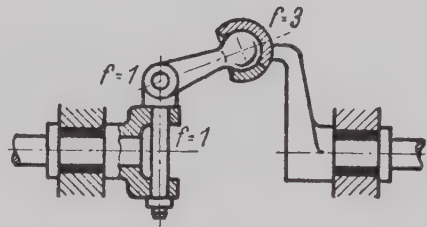


Bild 35. $n_0 = 2$, $n_2 = 2$, $s_0 = 3$ $\sum f_0 = 1 + 1 + 3$

3. $s_0 = 3$. Gl. 4: $n_0 = 2$. Gl. 7: $n_2 = 2$.

Verteilung der Freiheitsgrade

$$\sum f_0 = 1 + 1 + 3 \text{ (Bild 35)} = 1 + 2 + 2.$$

Die Getriebeentwicklung für $z = 0$ läßt sich fortsetzen bis $s_0 = \sum f_0 = 5$ mit $f_0 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ (Bild 36).

Man kann nun zur weiteren Entwicklung von Getrieben entweder in den bereits ermittelten Getrieben die einzelnen Gelenke auflösen, z. B. den Freiheitsgrad 1 statt durch ein Gelenk durch zwei oder mehr Gelenke verwirklichen, oder für eine systematische Durchführung der Getriebeermittlung wie vorher rechnen. Demnach folgt jetzt

$$w = 1w_2 + 1w_3, \quad v = 1, \quad \sum f_w = 2, \quad \text{Gl. 9: } z \geq 1.$$

a) $z = 1$. Gl. 10: $\sum_4 (x - 2)n_x \leq 1$, daher $n_x = 0$, $n_{\max} = n_3$. Gl. 5: $n_3 = 1$.

Gl. 3: $\sum f_0 = 11$. Gl. 8: $s_0 \geq 3$. Gl. 4: $s_0 - n_0 = 2$.

1. $s_0 = 3$. Gl. 4: $n_0 = 1 = 1n_3$. Gl. 7: $n_2 = 0$.

Verteilung der Freiheitsgrade

$$\sum f_0 = 11 = 1 + 5 + 5 \text{ (Bild 37 und 38)} = 2 + 4 + 5 = 3 + 4 + 4.$$

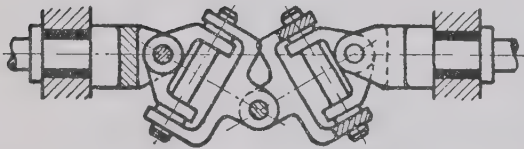


Bild 36. $n_0 = 4n_2$, $s_0 = 5$ $\sum f_0 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

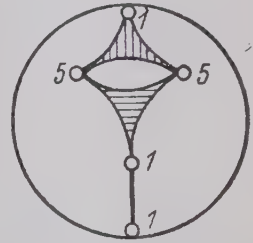


Bild 37. Mechanismus zum Getriebe Bild 38

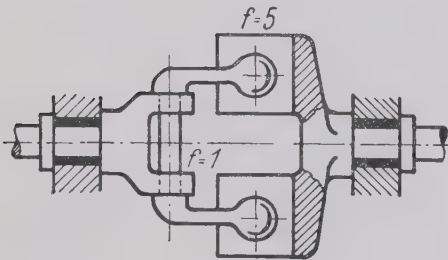


Bild 38. $w = 1w_2 + 1w_3$, $v = 1$, $n_0 = 1n_3$,
 $s_0 = 3$, $\sum f_0 = 1 + 5 + 5$

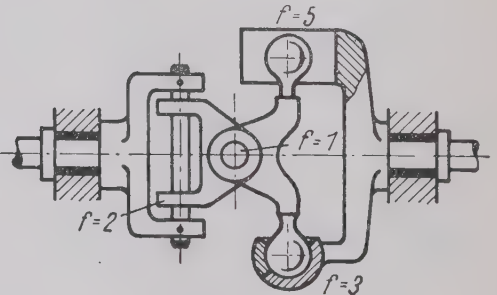


Bild 39. $n_0 = 1n_3 + 1n_2$, $s_0 = 4$,
 $\sum f_0 = 1 + 2 + 3 + 5$

2. $s_0 = 4$. $n_0 = 2 = 1n_3 + 1n_2$.

$$\begin{aligned} \sum f_0 &= 1 + 1 + 4 + 5 = 1 + 2 + 3 + 5 \text{ (Bild 39)} = 1 + 2 + 4 + 4 \\ &= 1 + 3 + 3 + 4 = 2 + 3 + 3 + 3 = 2 + 2 + 3 + 4 = 2 + 2 + 2 + 5 \end{aligned}$$

usw.

bis $s_0 = 11$.

b) $z = 2$ usw.

$$\underline{w = 2w_3}, \quad z \geq 1.$$

a) $z = 1, \quad n_x = 0, \quad n_3 = 0, \quad \sum f_0 = 11, \quad s_0 \geq 2, \quad s_0 - n_0 = 2.$

1. $s_0 = 2, \quad n_0 = 0, \quad \sum f_0 = 5 + 6.$ Mit Freiheitsgrad 6 kann ein Gelenk nur als Federgelenk ohne Bewegungseinschränkung, jedoch mit Kraftübertragung ausgeführt werden usw.

b) $z = 2, \quad n_{\max} = 1 \, n_4.$

I. $n_4 = 1, \quad n_3 = 0, \quad \sum f_0 = 17, \quad s_0 \geq 4, \quad s_0 = n_0 = 3.$

1. $s_0 = 4, \quad n_0 = 1 = 1 \, n_4$ (Bild 40).

$$\sum f_0 = 2 + 5 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 + 5 \text{ (Bild 41)} = 4 + 4 + 4 + 5 \text{ usw.}$$

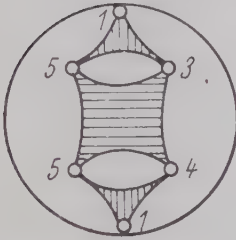


Bild 40. Mechanismus zu Bild 41

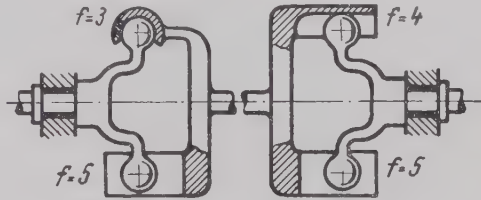


Bild 41. $w = 2w_3, \quad v = 1, \quad n_0 = 1 \, n_4, \quad s_0 = 4,$
 $\sum f_0 = 3 + 4 + 5 + 5$

Aus den ermittelten Getrieben sind neue Bauarten mit gleichen Gelenken dadurch zu gewinnen, daß man in den Gelenken die Elemente tauscht. Die Anzahl der möglichen Kombinationen von Paarumkehrungen oder Lagenwechsel sind nach der Kombinationslehre zu berechnen. Greift man von s Gelenken k heraus, so ist die Zahl der Variationen durch Paarumkehrungen an den k Gelenken $\binom{s}{k}$. k kann den Wert 0 bis s annehmen, so daß sich als Summe aller Variationen

$$x = \binom{s}{0} + \binom{s}{1} + \binom{s}{2} + \cdots + \binom{s}{s} = (1 + 1)^s = 2^s \quad (11)$$

ergibt, weil rechts die Koeffizienten des binomischen Lehrsatzes stehen. Dieser Satz von *Beyer* heißt der Umkehrsatz.

5. Zahlenaufbau ebener Kurbel- und Kurvenmechanismen

Am Mechanismus (Bild 28 und 29) seien die Achsen am Steg parallel gelegt (Bild 42), wodurch die am Steg geführten Glieder Drehbewegungen in parallelen Ebenen ausführen. Trotz dieser sogenannten ebenen oder komplanen Bewegungen der Glieder ist der Mechanismus ein räumlicher Mechanismus geblieben, bei dem z. B. eine Formänderung des Steges und der Glieder oder eine eintretende Schräglage der Drehachsen an seiner Beweglichkeit nichts ändert. Man führt einen ebenen Mechanismus ganz

oder angenähert z. B. durch Tonnen statt Kugeln als räumlichen Mechanismus aus, wenn Bewegungsbehinderung durch Formänderungen zu befürchten ist. Im andern Fall brauchen die Gelenke die infolge der parallelen Lage der Achsen nicht ausgenützten Freiheitsgrade nicht zu enthalten und werden einfacher. Der räumliche Mechanismus geht hierdurch in den ebenen über.

An dem im Kugelflächengelenk (Bild 42) eingezeichneten Koordinatensystem findet eine Verschiebung in der x -Achse und Drehungen um die y - und z -Achse nicht statt, weshalb das Gelenk nur den Freiheitsgrad 2 zu haben braucht, der eine Verschiebung in der y - und eine Drehung um die x -Achse zulassen muß. Diese ebenen Bewegungen erlauben, den Mechanismus in der Ebene (Bild 43) darzustellen. Die drehbaren Gelenke heißen hier Drehpaare, die Gelenke vom Freiheitsgrad 1 mit Schiebung Schiebepaare.

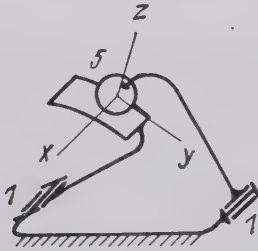


Bild 42. Räumlicher Kurvenmechanismus als ebener Mechanismus

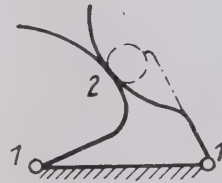


Bild 43. Ebener Kurvenmechanismus, $v = 1$

paare. Schraubenpaare gibt es wegen ihrer gleichzeitigen Bewegung in nicht parallelen Ebenen bei dem ebenen Mechanismus nicht. Kugelschalengelenke werden in der Ebene zu Drehpaaren. Das in Bild 43 ursprünglich vorhanden gewesene Kugelflächengelenk ist zum Kurvenpaar geworden, wobei die Fläche eine auf der Ebene senkrecht stehende Zylinderfläche beliebiger Gestalt und die Kugel durch eine zylindrische, auf der Ebene senkrecht stehende Fläche zu ersetzen ist, deren Krümmungskreise Kugelprojektionen sind. Im Kurvenpaar mit dem Freiheitsgrad 2 kann eine der Kurven als zylindrische Rolle ausgeführt werden.

Ein einbeweglicher Körper braucht zur Festlegung drei Ordinaten und hat daher höchstens den Freiheitsgrad 3. Ein Gelenk kann nur den Freiheitsgrad 1 oder 2 haben, also nur ein Dreh-, Schiebe- oder Kurvenpaar sein. Der Mechanismus (Bild 30) bleibt bei Ausführung der Gelenke vom Freiheitsgrad 1 als Drehpaare mit paralleler Lage (Bild 44) ein räumlicher Mechanismus, der zum ebenen Mechanismus wird, wenn das Kugelrillengelenk wegen der Nichtausnützung von Freiheitsgraden durch ein Drehpaar ersetzt wird (Bild 45). Allgemein heißen solche, nur Dreh- oder auch bis zu gewissen Grenzen Schiebepaare enthaltende Mechanismen Kurbelmechanismen, und, wenn sie auch ein Kurvenpaar enthalten, Kurvenmechanismen.

Die Mechanismen (Bild 43 und 45) unterscheiden sich im Aufbau nur durch das Kurvenpaar und das Zweigelenkzwischenglied, die daher austauschbar sind. Beide Verbindungsarten haben den Freiheitsgrad 2. Diese Tauschmöglichkeit ist bei der Maßbestimmung nützlich und vereinfacht den Aufbau ebener Mechanismen dadurch, daß mit dem Aufbau der Kurbelmechanismen auch die Kurvenmechanismen erhalten werden, wenn man Zweigelenkglieder durch Kurvenpaare ersetzt.

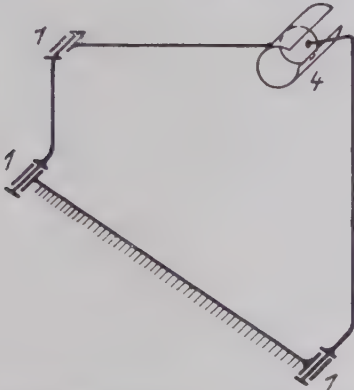


Bild 44. Räumlicher Viergelenkmechanismus als ebener Mechanismus

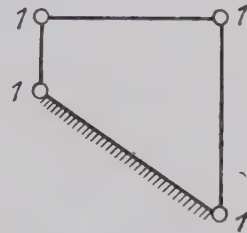


Bild 45. Ebenes Gelenkviereck, $v = 1$

Zur Beschränkung der Beweglichkeit der $n - 1$ bewegten Glieder eines ebenen Mechanismus auf den beliebigen Freiheitsgrad v sind $3(n - 1) - v$ Ordinaten nötig. Da die Bewegungseinschränkung durch die Gelenke geschieht, ist diese Ordinatenzahl gleich der Summe aller Bewegungseinschränkungen $\sum (3 - f)$ durch die Gelenke mit f als deren Freiheitsgrad, also

$$\sum (3 - f) = 3(n - 1) - v$$

oder

$$v = 3n - 3 - \sum (3 - f) \quad (12)$$

die Laufbedingung ebener Mechanismen. Da nur Kurbelmechanismen entwickelt zu werden brauchen, wird für alle Gelenke $f = 1$, also $\sum (3 - f) = 2s$ und aus Gl. 12

$$v = 3n - 3 - 2s. \quad (12a)$$

Mit $n = 1 + w + n_0$ und $s = w + s_0$ ergibt sich daraus

$$v = w + 3n_0 - 2s_0. \quad (13)$$

Der Vergleich der Gl. 12 mit Gl. 1 zeigt, daß der Ersatz des Freiheitsgrades 6 in den Gleichungen für räumliche Mechanismen durch den Freiheitsgrad 3 die Aufbaugleichungen der ebenen Mechanismen ergibt, weshalb man aus Gl. 3 unmittelbar mit $\sum f_0 = s_0$ und $\sum f_w = w$

$$s_0 = 3(z - 1) + 2w + v \quad (14)$$

als Gleichung für die Zwischengelenke der ebenen Kurbelmechanismen erhält. Da Gl. 4 den Freiheitsgrad nicht enthält, gilt sie auch hier und ergibt mit Gl. 14

$$n_0 = 2(z - 1) + w + v. \quad (15)$$

Ebenso gilt auch hier Gl. 5, während aus Gl. 6 mit Gl. 15

$$n_2 = v + \sum_4 (x - 3) n_x + \sum (x - 2) w_x \quad (16)$$

wird. Die aus Gl. 5 abgeleiteten Grenzbedingungen Gl. 9 und 10 sind wegen ihrer Unabhängigkeit vom Freiheitsgrad auch für die ebenen Mechanismen anzuwenden.

Als Anwendungsbeispiel seien Mechanismen für den Freiheitsgrad 1 und vier Zweigelenkstegglieder entwickelt, wie sie für den Antrieb elektrischer Lokomotiven verwendet werden oder wurden.

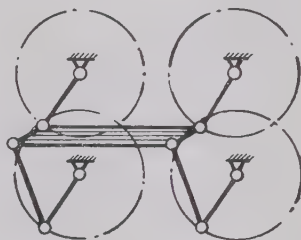
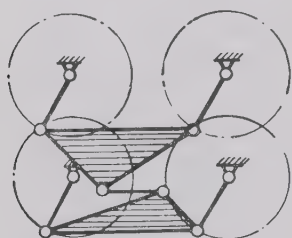


Bild 46 bis 49. Ebene Mechanismen mit $w = 4w_2$ und $v = 1$, dargestellt für Getriebe wie bei elektr. Lokomotiven mit gleicher Drehzahl aller Wellen und federnder Formänderung des Steges

Bild 46. $z = 0 \cdot n_{\max} = n_3$

Bild 47. $z = 0 \cdot n_{\max} = 1 n_4$

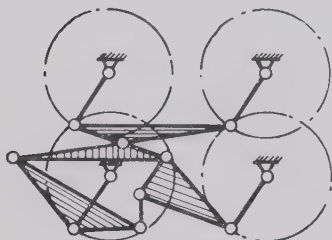


Bild 48. $z = 1 \cdot n_{\max} = n_3$

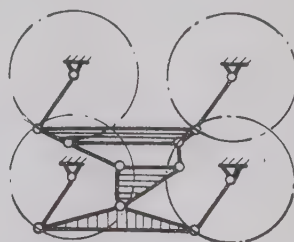


Bild 49. $z = 1 \cdot n_{\max} = 1 n_4$

$$\underline{w = 4w_2, v = 1. \quad \text{Gl. 9: } z \geq 0}$$

a) $z = 0$. Gl. 10: $\sum_4 (x - 2) n_x \leq 2$. Gl. 14: $s_0 = 6$. Gl. 15: $n_0 = 3$.

1. $n_x = 0$. Gl. 5: $n_3 = 2$. Gl. 16: $n_2 = 1$ (Bild 46).

2. $n_x = 1 n_4$. Gl. 5: $n_3 = 0$. Gl. 16: $n_2 = 2$ (Bild 47).

b) $z = 1$. Gl. 10: $\sum_4 (x-2) n_x \leq 4$. $\sum n_x = 1 n_6$ oder $1 n_5$ oder $2 n_4$ oder weniger.

Gl. 14: $s_0 = 9$. Gl. 15: $n_0 = 5$.

1. $n_x = 0$. Gl. 5: $n_3 = 4$. Gl. 16: $n_2 = 1$ (z. B. Bild 48).

2. $n_x = 1 n_4$. Gl. 5: $n_3 = 2$. Gl. 16: $n_2 = 2$ (Bild 49) usw.

Bild 50 bis 58. Mechanismen und Getriebe mit $w = 3 w_2$, $v = 2$, dargestellt als Gestänge für Bremsen mit Druckausgleich

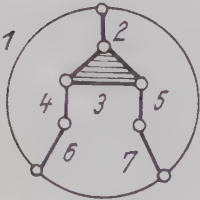


Bild 50.
 $z = 0 \cdot n_{\max} = n_3$

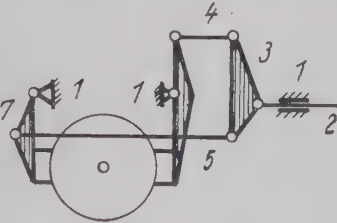


Bild 51. Gestänge aus Mech. Bild 50
mit Antriebsglied 2

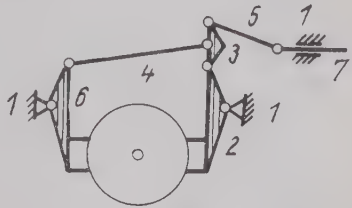


Bild 52. Gestänge nach Bild 50
mit Antriebsglied 7

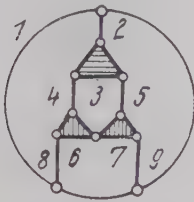


Bild 53.
 $z = 1 \cdot n_{\max} = n_3$

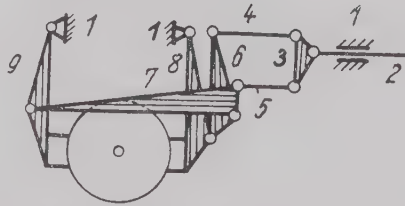


Bild 54. Gestänge nach Bild 53 mit
Antriebsglied 2

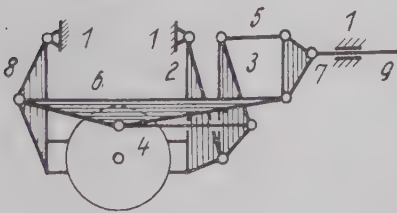


Bild 55. Gestänge nach Bild 53 mit
Antriebsglied 9

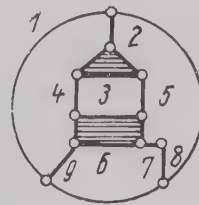


Bild 56.
 $z = 1 \cdot n_{\max} = 1 n_4$

Beim Zusammenbau darf nicht an einer Stelle Überschuß oder Starrheit und an einer anderen Stelle zu große Beweglichkeit entstehen, weshalb die Glieder keine Dreiecke bilden und nicht mehr als zwei Zweigelenkglieder unmittelbar miteinander verbunden sein dürfen, außer wenn weitere angeschlossene Zweigelenkglieder von außen her bestimmte Lagen erhalten wie treibende Glieder oder der Steg.

Wegen der Bedeutung der Mechanismen für die Getriebeentwicklung werden einige Mechanismen mit dem Freiheitsgrad 2 aufgebaut und von den zahlreichen aus ihnen entwickelbaren Getrieben als Beispiele Gestänge mit Druckausgleich dargestellt.

Gegeben: $w = 3w_2$, $v = 2$, Gl. 9: $z \geq 0$.

a) $z = 0$. Gl. 10: $\sum_4 (x-2) n_x \leq 1$. $n_{\max} = n_3$. Gl. 14: $s_0 = 5$. Gl. 15: $n_0 = 3$.

Gl. 5: $n_3 = 1$. Gl. 16: $n_2 = 2$ (Bild 50, 51, 52).

b) $z = 1$. Gl. 10: $\sum_4 (x-2) n_x = 3$. $n_x = 1n_4$ oder $1n_5$.

Gl. 14: $s_0 = 8$. Gl. 15: $n_0 = 5$.

1. $n_x = 0$. Gl. 5: $n_3 = 3$. Gl. 16: $n_2 = 2$ (z. B. Bild 53, 54, 55).

2. $n_x = 1n_4$. Gl. 5: $n_3 = 1$. Gl. 16: $n_2 = 3$ (z. B. Bild 56, 57, 58) usw.

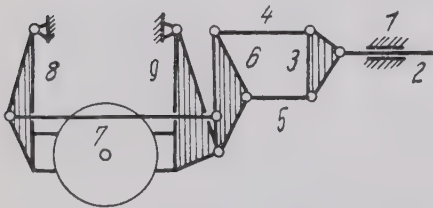


Bild 57. Gestänge nach Bild 56 mit Antriebsglied 2

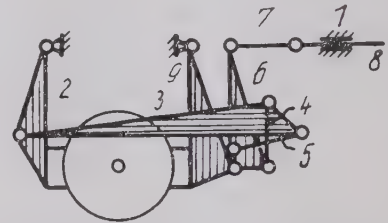


Bild 58. Gestänge nach Bild 56 mit Antriebsglied 8

Der einfachste geschlossene Mechanismus ist das Gelenkviereck mit $w = 2w_2$, $v = 1$ (Bild 59), aus dem sich seine Abarten durch systematischen Tausch der Drehpaare gegen Schiebepaare und der Zweigelenkglieder gegen Kurvenpaare ergeben. Die Abarten bilden mit dem Kurbelmechanismus als Grundmechanismus eine Mechanismenfamilie, die außer durch gemeinsamen Zahlenaufbau auch durch Anwendbarkeit gleicher Verfahren der Maßbestimmung geeint ist.

Bild 59 bis 73. Familie des Gelenkviereckes

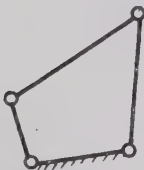


Bild 59. Gelenkviereck, $w = 2w_2$, $v = 1$, $z = 0$

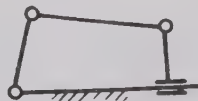


Bild 60. Schubkurbel



Bild 61. Kurbelschleife

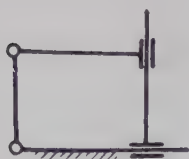


Bild 62. Schwingende Kreuzschleife



Bild 63. Umlaufende Kreuzschleife



Bild 64. Feste Kreuzschleife



Bild 65. Winkelschleife

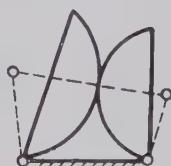


Bild 66. (Kurbel-)kurventrieb

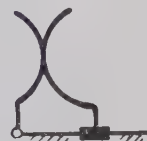


Bild 67. Schubkurventrieb



Bild 68. Kreuzkurventrieb

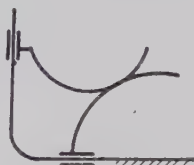


Bild 69. (Kurbel-)kurvenschleife



Bild 70. Schwingende Schubkurvenschleife



Bild 71. Umlaufende Schubkurvenschleife

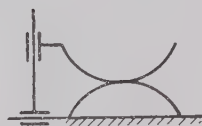


Bild 72. Kreuzkurvenschleife

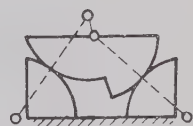


Bild 73. Doppelkurve

Mit den Gleichungen des Zahlenaufbaues läßt sich eine Mechanismenordnung nach dem Beispiel Bild 74, $v=1$ für alle Freiheitsgrade aufstellen, aus der für Getriebeentwicklungen an Hand der gestellten Aufgabe die brauchbaren Mechanismen ausgesucht werden können. Der systematische Aufbau der Mechanismen in dieser Ordnung ist leicht, wenn man den Aufbau mit dem Zeichnen der inneren Polygone, die nur von Zwischengliedern und Steggliedern gebildet werden, beginnt. Die Zahl dieser inneren Polygone ist die in den Aufbaugleichungen verwendete Zahl z , da bei $z=0$ die einfachste Verbindung der Stegglieder und mit jeder Erhöhung von z wegen der unveränderlichen Zahl der Stegglieder notwendigerweise ein neues Polygon als inneres entsteht, weil die Zahl der Stegglieder nicht vermehrt wird.

1W ₁	2W ₂	1W ₂ 1W ₃	2W ₃	3W ₂	2W ₂ 1W ₃	1W ₂ 2W ₃	3W ₃	4W ₂	U. S. W.
$n_0=0$	$z=0, n_0=1$	$z=1, n_0=3$	$z=1, n_0=3$	$z=0, n_0=2$	$z=0, n_0=2$	$z=1, n_0=4$	$z=1, n_0=4$	$z=0, n_0=3$	
	1n ₂	1n ₃ 2n ₂	3n ₂	1n ₃ 1n ₂	2n ₂	1n ₃ 3n ₂	4n ₂	2n ₃ 1n ₂	
			$z=2, n_0=5$ 2n ₃ 3n ₂	$z=1, n_0=4$ 3n ₃ 1n ₂	$z=1, n_0=4$ 2n ₃ 2n ₂		$z=2, n_0=6$ 2n ₃ 4n ₂		
		$z=2, n_0=5$ 3n ₃ 2n ₂		$1n_4 1n_3 2n_2$			U. S. W.	$1n_4 2n_2$	
							U. S. W.	$z=1, n_0=5$ 4n ₃ 1n ₂	
				$z=2, n_0=6$ U. S. W.			U. S. W.		
						$z=2, n_0=6$ U. S. W.	U. S. W.	$1n_4 2n_3 1n_2$	
							$1n_4 5n_2$		
			U. S. W.				U. S. W.	U. S. W.	
			$1n_4 4n_2$		$1n_4 3n_2$		U. S. W.		
					U. S. W.			U. S. W.	
		$1n_4 1n_3 3n_2$							
		U. S. W.							

Kurbelmechanismen v=1

Bild 74. Beispiel zur Ordnung von Kurbelmechanismen

Den Aufbau der Mechanismen beginnt man mit Vierecken als kleinsten inneren Polygonen, legt sie mit Ecken oder Seiten aneinander und ordnet die aus den Gleichungen des Zahlenaufbaues ermittelten Glieder nacheinander in allen möglichen Lagen an. Danach erhöht man schrittweise die Zahl der Polygonseiten.

Der Aufbau ergibt auch Mechanismen mit fliegendem Abtrieb, die in Bild 74 mit f bezeichnet sind. Sie unterscheiden sich von anderen Mechanismen dadurch, daß nicht alle Glieder zur Verbindung der Stegglieder dienen. Solche Mechanismen haben nur Zweck, wenn eines der nicht zur Bewegung der Stegglieder dienenden Zwischenglieder als Abtriebsglied verwendet wird.

Bei der Umwandlung von Mechanismen in Getriebe können Gelenke zu Mehrfachgelenken (Bild 75) zusammengelegt werden, wenn dabei die Gliederzahl erhalten bleibt und keine Dreiecke entstehen. Beim Zahlenaufbau sind statt der Mehrfachgelenke die ursprünglichen Einfachgelenke zu rechnen.

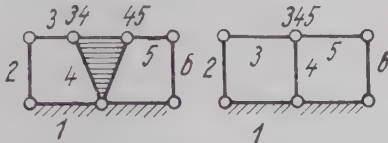


Bild 75. Entstehung eines Mehrfachgelenkes 345 aus Einfachgelenken 34 und 45



Bild 76. Unerlaubte Eigenbeweglichkeit des Gliedes 1 durch parallele Schubrichtungen

Beim Tausch von Drehpaaren gegen Schiebepaare sind die von Gröbler angegebenen Beschränkungen zu beachten:

1. An einem nur durch Schiebepaare angeschlossenen Glied dürfen nicht sämtliche Schubrichtungen parallel sein (Bild 76), weil das Glied hierdurch eine Eigenbeweglichkeit erhält.

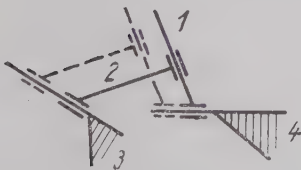


Bild 77. Eigenbeweglichkeit der Glieder 1 und 2

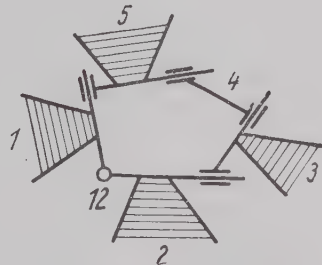


Bild 78. Wirkungsloses Drehpaar 12

2. Nur mit Schiebepaaren angeschlossene Zweigelenkglieder dürfen nicht unmittelbar miteinander verbunden werden, um Eigenbeweglichkeit zu vermeiden (Bild 77).

3. In jedem Polygon müssen mindestens zwei Drehpaare enthalten sein. Der nur Schiebepaare enthaltende Polygoneil (Bild 78) verschiebt sich parallel, so daß ein einziges Drehpaar nicht zur Wirkung kommt und der geforderte Freiheitsgrad des Mechanismus nicht vorhanden ist.

Für die Maßbestimmung ist zu beachten, daß die Einführung eines Schiebepaares die Annahme eines Gliedmaßes (undeutlich) bedeutet, wodurch die Zahl der erfüllbaren Bedingungen eines Bewegungsablaufes verringert, andererseits die Maßbestimmung vereinfacht wird.

Ein mit einem Dreh- und einem Schiebepaar angeschlossenes Zweigelenkglied wird meist als Gleitstein mit der Länge Null (Bild 79) ausgeführt, wodurch die Beweg-

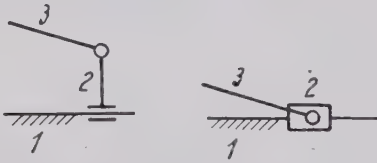


Bild 79. Zweigelenkglied 2 und gleichwertiger Gleitstein oder Schieber

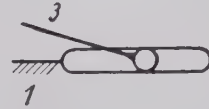
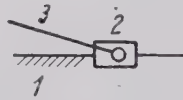


Bild 80. Verbindung wie in Bild 79 mit weggemindertem Schieber

lichkeit des Mechanismus wegen Erhaltung der Glieder- und Gelenkzahl nicht geändert wird. Der Gleitstein kann bei Getrieben mit geringen Kräften weggemindert werden (Bild 80).

6. Schub- und Schraubenmechanismen

Schubmechanismen enthalten nur Schiebepaare (Bild 81) und können nicht aus den Kurbelmechanismen durch Tausch der Schiebepaare gegen Drehpaare entwickelt werden, denn durch einen solchen Tausch würde z. B. beim Gelenkviereck der Fall nach Bild 77 eintreten und der Freiheitsgrad des Mechanismus um 1 erhöht werden.

Ein eben bewegter Körper hat, nur Schubbewegungen vorausgesetzt, den Freiheitsgrad 2. Daher erhält man für Schubmechanismen aus Gl. 12 die Laufbedingung

$$v = 2n - 2 - \sum (2 - f)$$

und mit s als Zahl der Schiebepaare $f=1$

$$v = 2n - 2 - s, \quad (17)$$

woraus mit $n = 1 + w n_0$ und $s = w + s_0$

$$v = w + 2n_0 - s_0 \quad (18)$$

folgt. Mit dem Freiheitsgrad 2 des eben schiebend bewegten Körpers an Stelle des Freiheitsgrades 6 ergibt sich aus Gl. 3 bei $w = \sum f_w$, $s_0 = \sum f_0$

$$s_0 = 2(z - 1) + w + v \quad (19)$$

und mit Gl. 4

$$n_0 = z - 1 + v. \quad (20)$$

Die Zahl n_3 der Dreigelenkzwischenglieder ist nach Gl. 5 zu berechnen, die den Freiheitsgrad nicht enthält. Aus Gl. 6 ergibt sich mit Gl. 20

$$n_3 = 1 - z + v + \sum_4 (x - 3) n_x + \sum (x - 3) w_x. \quad (21)$$

Wegen der Unabhängigkeit vom Freiheitsgrad gelten weiterhin Gl. 9 und 10.

Als Beispiele seien berechnet:

$$w = 2w_2. \quad v = 1. \quad \text{Gl. 9: } z \geq 0.$$

a) $z = 0$. Gl. 10: $n_x \leq 0$. Gl. 19: $s_0 = 1$. Gl. 20: $n_0 = 0$ (Bild 81).

b) $z = 1$. Gl. 10: $n_{\max} = 1 n_4$. Gl. 19: $s_0 = 3$. Gl. 20: $n_0 = 1$.

1. $n_x = 0$. Gl. 5: $n_3 = 2$. Gl. 21: $n_2 = -1$. Das negative Vorzeichen für n_2 erweist die Unmöglichkeit der Annahme $z = 1$.

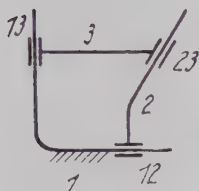


Bild 81. Keilkette in zwei Darstellungen

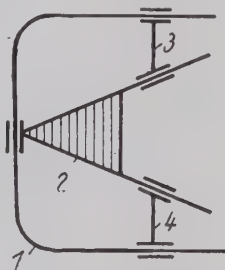
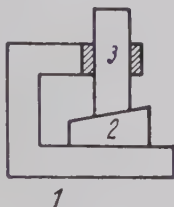


Bild 84. Viergliedriger Schubmechanismus, $v = 1$

$$w = 2w_2 \quad 1w_3. \quad v = 1. \quad \text{Gl. 9: } z \geq 0.$$

a) $z = 0$. Gl. 10: $u_x \leq 0$. Gl. 19: $s_0 = 2$. Gl. 20: $n_0 = 0$ (Bild 84).

b) $z = 1$ ist wegen $n_2 = -1$ unmöglich.

$$w = 3w_2. \quad v = 2. \quad \text{Gl. 9: } z \geq 0.$$

a) $z = 0$. Gl. 10: $n_x \leq 0$. $n_{\max} = n_3$. Gl. 19: $s_0 = 3$. Gl. 20: $n_0 = 1$.

Gl. 5: $n_3 = 1$. Gl. 21: $n_2 = 0$ (Bild 86).

In Bild 81, 84, 86 sind die berechneten Schubmechanismen als ebene Mechanismen dargestellt, aus denen durch Aufwickeln der Glieder auf Zylinder Schraubentriebe mit parallelen Achsen (Bild 82, 83, 85, 87, 88) hergestellt werden können, wobei die Schubbewegung in einer der beiden Koordinatenachsen zur Drehbewegung um eine endliche Achse wird. Die parallelachsigen Schraubentriebe können gleichachsige (Bild 82, 83, 85, 87) oder nichtgleichachsige (Bild 88) sein.

Bild 82 zeigt den nach Bild 81 entwickelten gleichachsigen Schraubentrieb mit drei Gewinden verschiedener Steigung, von denen im Sonderfall das eine oder andere mit der Steigung null oder unendlich zum Dreh-

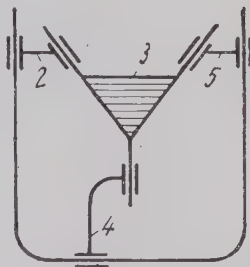


Bild 86. Schubmechanismus mit Freiheitsgrad 2

oder Schiebepaar wird (Bild 83). Man erhält verschiedene Schraubentriebe dadurch, daß man in demselben Schraubentrieb (z. B. Bild 82) nacheinander die Elementenpaare

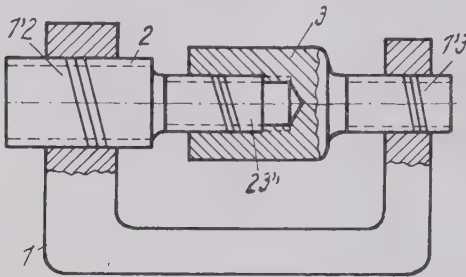


Bild 82. Allgemeiner dreigliedriger Schraubentrieb nach Bild 81, Ausführung 1'2, 2'3, 1'3

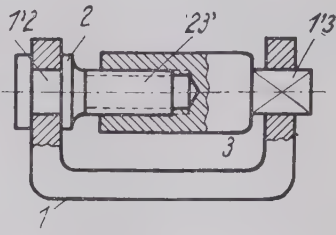


Bild 83. Gleichachsiger Schraubentrieb nach Bild 81 mit Dreh- und Schiebepaar, Ausführg. 12', 2'3, 1'3

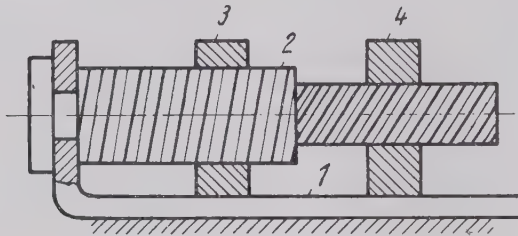


Bild 85. Differentialschraube für große Kraft zwischen Glied 3 und 4 bei geringer Relativverschiebung

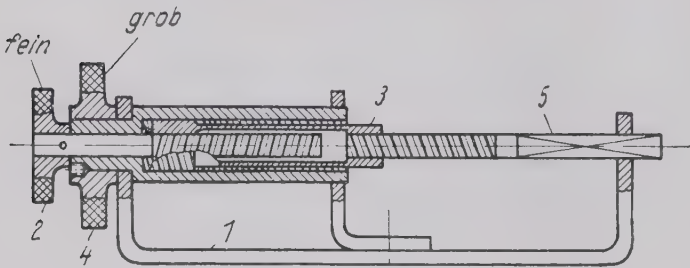


Bild 87. Gleichachsiger Schraubentrieb nach Bild 86 mit zwei Antrieben für Grob- und Feinverstellung des Gliedes 5

zu Dreh- oder Schiebepaaren werden läßt. Weitere Ausführungsmöglichkeiten ergibt der Umkehrsatz

$$x = 2^s = 2^3 = 8$$

mit drei Elementenpaaren nach Bild 81. Zur Feststellung der Kombinationsmöglichkeiten sei in einem Elementenpaar das Element mit ' bezeichnet, das das andere um-

faßt. Die Bezeichnung 1'2 bedeutet, daß bei der Verbindung der Glieder 1 und 2 die Schraube und Glied 1 die Mutter ist. Die Kombinationsmöglichkeiten beim dreigliedrigen Schraubentrieb sind nun wie folgt anzuschreiben:

1'2	2'3	1'3	1 2'	2'3	1'3	(Bild 83)
1'2	2 3'	1'3	(Bild 82)	1 2'	2 3'	1'3
1'2	2'3	1 3'	1 2'	2'3	1 3'	
1'2	2 3'	1 3'	1 2'	2 3'	1 3'	

Bild 85 ist ein aus dem Mechanismus (Bild 84) entwickelter viergliedriger, gleichachsiger Schraubentrieb, bei dem z. B. Glied 2 als Differentialschraube mit geringem Unterschied der Steigungen h_3^2 und h_4^2 eine große Kraft auf ein zwischen den Gliedern 3 und 4 eingespanntes Stück auszuüben vermag.

Aus dem Mechanismus mit dem Freiheitsgrad 2 (Bild 86) läßt sich der gleichachsige Schraubentrieb nach Bild 87 für Grob- und Feinverstellung des Gliedes 5 und der nichtgleichachsige Schraubentrieb (Bild 88) herstellen, dessen Schrauben als Schraubenräder ausgeführt sind. Durch Verschiebung des Gliedes 3 mit Hilfe der Schraube 4 tritt eine relative Verdrehung des Gliedes 5 gegen Glied 2 ein. Man kann mit dieser Einrichtung einen von der Welle 5 bedienten Arbeitsvorgang in einer Maschine gegenüber einem von der Welle 2 bedienten Arbeitsvorgang im Betrieb zeitlich verschieben.

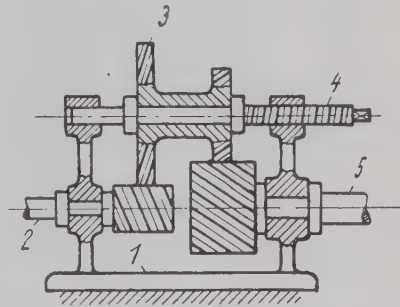


Bild 88. Nichtgleichachsiger Schraubentrieb nach Bild 86 zur Relativverstellung der Wellen 2 und 5 während des Betriebes

7. Sphärische Mechanismen

Bei einem sphärischen oder Kugelmechanismus schneiden sich sämtliche Drehachsen in demselben Punkt. Verschiebungen in Richtung der Drehachsen oder senkrecht dazu finden nicht statt. Da die Beweglichkeit eines frei im Raum beweglichen Körpers aus drei Verschiebungen und drei Drehungen besteht, ist der Freiheitsgrad eines sphärisch bewegten Körpers drei, wobei seine Beweglichkeit aus drei Drehungen besteht. Da der Freiheitsgrad mit dem des eben bewegten Körpers übereinstimmt, gelten für sphärische Mechanismen dieselben Gleichungen des Zahlenaufbaues wie für die ebenen Mechanismen. Die Punkte eines sphärisch bewegten Körpers vom Freiheitsgrad 3 bewegen sich auf den Oberflächen konzentrischer Kugeln.

Wegen des gleichen Freiheitsgrades erhält man sphärische Mechanismen durch Abbildung ebener Mechanismen auf Kugeln mit dem Vorteil der Übertragung der einfachen Maßbestimmung der Ebene auf die Kugel. Bild 89 zeigt das sphärische Gelenk-

viereck, wie es aus dem ebenen Gelenkviereck entsteht, Bild 90 den sphärischen Kurbeltrieb, Bild 91 die sphärische Kurbelschleife. Die geradlinige Verschiebung in der Ebene wird auf der Kugel zu einer Kreisbogenschiebung, wobei, wie aus Bild 90 hervorgeht, die Achse dieser Schiebung senkrecht auf der Bogenebene steht. Man kann daher den Kurbeltrieb (Bild 90) und die Kurbelschleife (Bild 91) nach Bild 92 ausführen. Eine praktische Ausführung nach Bild 92 deutet Bild 93 an.

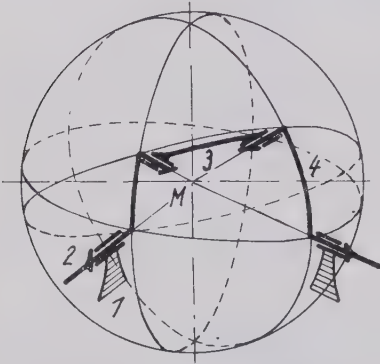


Bild 89. Sphärisches Gelenkviereck

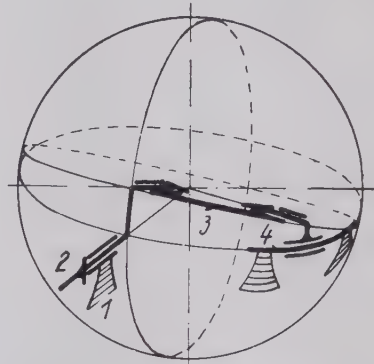


Bild 90. Sphärischer Kurbeltrieb

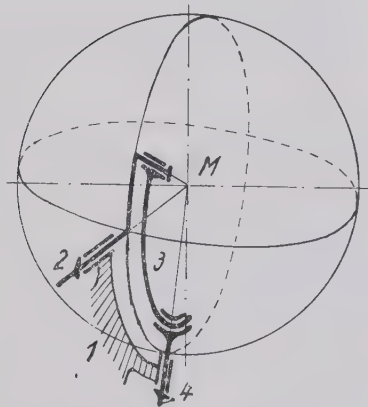


Bild 91. Sphärische Kurbelschleife

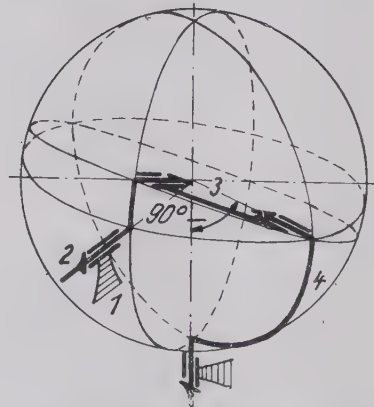


Bild 92. Sphärischer Kurbeltrieb oder Schleife mit Ersatz des Gleitsteines durch eine Kurbel mit rechtwinkligen Drehachsen

Die zylindrischen Zapfen des ebenen Mechanismus können ebenso wie die ebenen Gleitflächen bei der Umwandlung zum sphärischen Mechanismus erhalten bleiben. Bei der Umwandlung ebener in sphärische Kurventriebe müssen sich jedoch die Mantellinien der Kurven im Kugelmittelpunkt schneiden (Bild 94), weil diese Mantel-

lipien während der Bewegung zu momentanen Drehachsen werden. Die Glieder können in Wirklichkeit gerade ausgeführt werden und sind in den Abbildungen nur deshalb bogenförmig dargestellt, um die Entstehung der sphärischen Mechanismen hervorzuheben.

Die Koppel 3 (Bild 92, 93) kann zur Ableitung von Bewegungen benützt werden und wird dann oft als Scheibe (Taufelscheibe) ausgeführt. Vereinfachungsmöglichkeiten ergeben sich dadurch, daß statt senkrecht aufeinanderstehender Drehachsen (vgl. Bild 90 und 92) Gleitsteine verwendet werden.

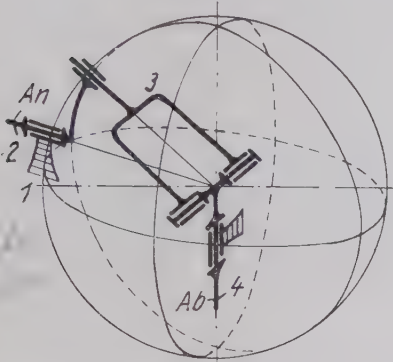


Bild 93. Ausführungsmöglichkeit eines Getriebes nach Bild 92 mit Abtrieb an der Welle

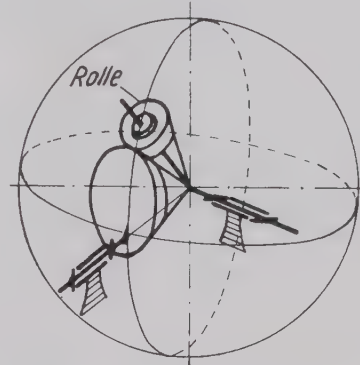


Bild 94. Sphärischer Kurventrieb

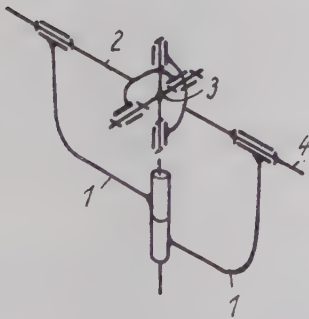


Bild 95. Wellenkopplung mit beweglichem Steg als sphär. Kopplung

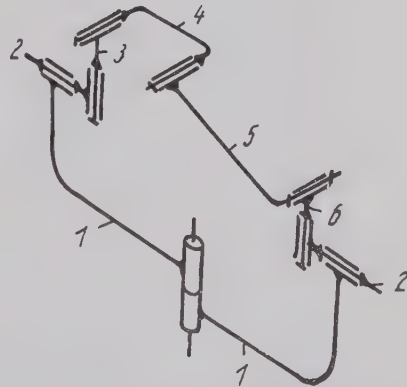


Bild 96. Wellenkopplung als räumliches Getriebe

Den Zweck eines sphärischen Getriebes, die Verbindung zweier sich schneidender Wellen, kann man statt mit einem reinen sphärischen Getriebe, dessen Drehachsen sich alle im Wellenschnittpunkt schneiden, z. B. nach Bild 95 aus Bild 25, auch mit

einem Getriebe aus einem räumlichen Mechanismus (Bild 96) erreichen, wobei die Drehachsen nicht durch den Wellenschnittpunkt gehen müssen. In Bild 95 und 96 ist angenommen, daß wie bei Kupplungen der Steg um eine durch den Wellenschnittpunkt gehende Drehachse zwangsläufig verstellbar ist. Bei praktischen Ausführungen kommt es vor, daß sich die Wellen verlagern und unter sich und mit der Drehachse der beiden Steghälften keinen Schnittpunkt mehr bilden. Bei Ausführung der Wellenverbindung als räumliches Getriebe ist die Verlagerung schadlos, bei Ausführung als sphärisches Getriebe führt sie zur Klemmung. Weiterhin gibt der räumliche Mechanismus wegen der größeren Mannigfaltigkeit einen größeren Spielraum für Maßbestimmung und Erfüllung gestellter Bedingungen.

8. Sperrung von Getrieben

Eine Sperrung bedeutet eine Bewegungsverhinderung in einer oder allen möglichen Bewegungsrichtungen und ist bei Fachwerken dauernd, bei Getrieben vorübergehend oder lösbar. Da Gestaltung und Wirksamkeit einer Sperrung von der Lage des An- und Abtriebes und den Krafrichtungen abhängen, werden nicht Mechanismen, sondern Getriebe gesperrt. Die Entwicklung von Sperrungen richtet sich außerdem nach der Aufgabe der Sperrung.

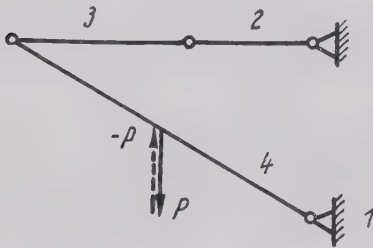


Bild 97. Gelenkviereck gesperrt für P

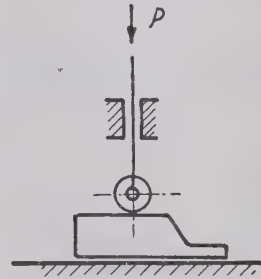


Bild 98. Kreuzkurventrieb gesperrt für P

a) Totlagensperre

Das Gelenkviereck (Bild 97) ist für die Kraft P stabil gesperrt, weil die Glieder 2, 3 in einer Geraden liegen, und die Kraft P diese Lage herbeiführt. Für die Kraft P ist die Sperrung labil und unbrauchbar. Getriebe, bei denen die Kraft P keine Bewegung erzeugen kann, heißen Totlagen und sind aus dem Gelenkviereck und seinen Abarten auf zahlreiche Arten herzuleiten, z. B. nach Bild 98 aus dem Kreuzkurventrieb (Bild 68) mit Sperrung für die Kraft P , nach Bild 99 aus dem Schubkurventrieb (Bild 67) mit Sperrung für das Moment M , nach Bild 100 aus der Keilkette (Bild 81) mit Sperrung für die Kraft P .

b) Überschußsperre

Sperren sind an räumlichen, sphärischen und ebenen Getrieben möglich, an letzteren am einfachsten z. B. dadurch, daß in ein Getriebe ein Zweigelenkglied ein-

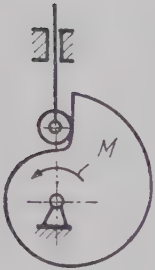


Bild 99. Schubkurventrieb gesperrt für M

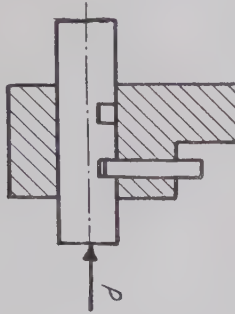


Bild 100. Keilkette gesperrt für P

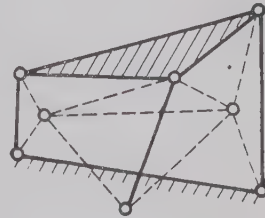


Bild 101. Sperrmöglichkeiten am Gelenkviereck

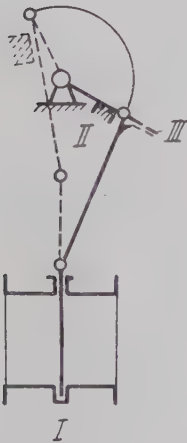


Bild 102. Schieberantrieb mit Überschußsperre, z. B. bei I, II, III usw.

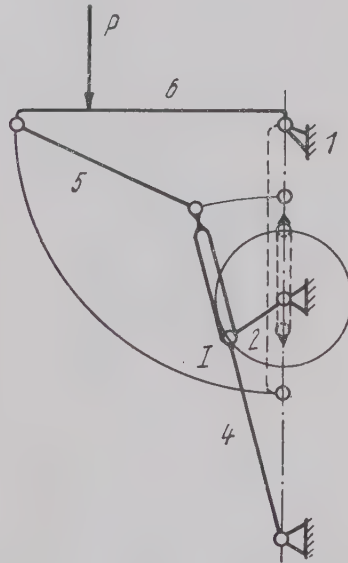


Bild 103. Kurbelschleife mit Überschußsperre bei I

gebaut wird, wodurch nach Gl. 12 der Freiheitsgrad 0 entsteht und das Getriebe zu einem statisch bestimmten Fachwerk wird. Nach Bild 101 sind von einem Glied aus $n - 1$ Verbindungen möglich, bei n Glieder im Ganzen $n(n - 1)$, von denen

jedoch immer zwei, z. B. vom Glied 1 nach 2 und 2 nach 1, zusammenfallen, so daß die Zahl der Sperrmöglichkeiten

$$t = \frac{1}{2} n (n - 1) \quad (22)$$

wird.

Beim laufenden Gesperre wird Beweglichkeit in der einen und Sperrung in der entgegengesetzten Richtung verlangt. Hierzu ersetzt man das eingebaute Zweigelenkglied durch ein Kurvenpaar, weil die Kurven sich in der einen Richtung voneinander abheben, in der anderen als Anschläge die Bewegung sperren. Beim Schieberantrieb (Bild 102) sind I, II, III einige der sechs Sperrmöglichkeiten in einfachster Weise dargestellt. Bild 103 zeigt bei I, wo ein Gleitstein weggemindert ist, dieselbe Sperrungsart für die Kraft P .

Die Anwendung dieser Sperrart durch Überschuß auf das Gelenkviereck und seine Abarten führt bereits zu einer reichhaltigen Auswahl von Sperrtrieben, darunter dem oft verwendeten laufenden Gesperre (Bild 104) mit Sperrrad und Sperrklinke als Glieder.

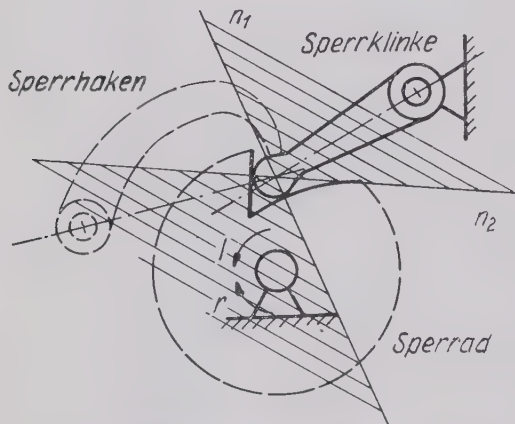


Bild 104. Überschußsperre als Sperrrad und Klinke

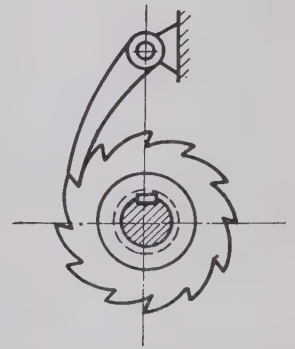


Bild 105. Ausführung eines Sperrwerkes aus dem Kurventrieb Bild 66

Bei der Bewegungsrichtung I läuft das Rad wie bei einem Kurventrieb (Bild 66), wobei in der dargestellten Lage n_1 die Berührungsnormale ist. Bei der Bewegungsrichtung r kommt das Rad durch eine zweite Kurve mit der Klinke unter der Normalen n_2 in Berührung, wodurch der Überschuß und damit Sperrung für diese Bewegungsrichtung eintritt. Die Normalen n_1 und n_2 begrenzen die Felder, in denen die Drehpaare der Klinke oder des Hakens liegen müssen, damit kein Abheben vom Rad eintritt. Eine praktische Ausführung zeigt Bild 105.

Sperrad oder Klinke kann das eine oder andere Glied sein. Weitere Beispiele zeigen Bild 106 nach Bild 68, Bild 107 nach Bild 70, Bild 108 nach Bild 72, aus denen sich durch Anwendung des Umkehrsatzes die verschiedensten Gestaltungsmöglichkeiten ergeben.

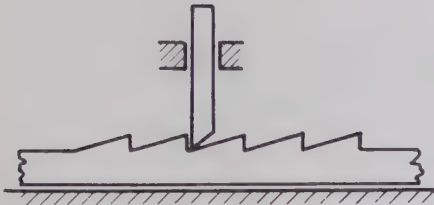


Bild 106. Zahnstangensperre aus Bild 68

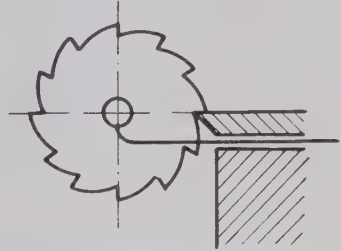


Bild 107. Radsperre aus Bild 70

c) Sperrung durch Zusatzglieder

An Getrieben, die nur zwischen Grenzlagen beweglich sein sollen, ist eine weitere Art von Sperrung durch Einbau zweier Zweigelenkglieder (Zweischlag, Glieder 5 und 6 Bild 109) mit Anschlußmöglichkeiten nach Gl. 22 möglich, deren Beweglichkeit durch



Bild 108. Zahnstangensperre aus Bild 72

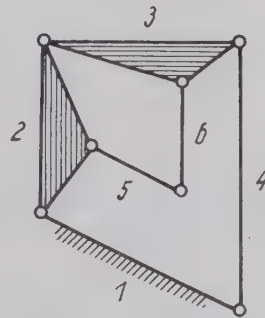


Bild 109. Zweischlag 5, 6 im Gelenkviereck zur Erzeugung einer Überschußsperre

Überschuß in den gewünschten Grenzlagen aufgehoben wird. Man erhält die verschiedensten Ausführungsmöglichkeiten durch Ersatz von Drehpaaren durch Schiebepaare oder der Zweigelenkglieder durch Kurvenpaare. Bei der Sperrung nach Bild 110 ist das Drehpaar 56 durch ein Schiebepaar ersetzt und das zum Gleitstein werdende Glied 5 weggemindert. Der übriggebliebene Zapfen kommt an den Abschlußstellen der Gleitbahn zum Überschuß, womit die Sperrung eintritt.

d) Ruhende Gesperre

Ein in beiden Richtungen die Bewegung verhinderndes Gesperre (Bild 111) verlangt zweifachen Überschuß oder Verdoppelung der Berührung nach Bild 104, wobei jedoch eine Berührung für beide Bewegungsrichtungen gilt und daher in Bild 111 nur drei Berührungsnormalen vorhanden sind. Die Normalen n_1 , n_2 begrenzen das

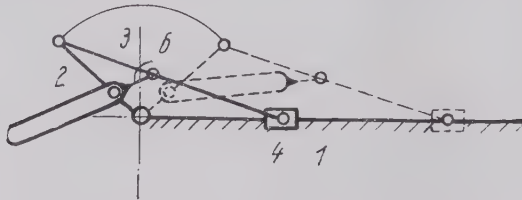


Bild 110. Zweiseitige Sperrung am Kurbeltrieb nach Bild 109, Glied 5 weggemindert

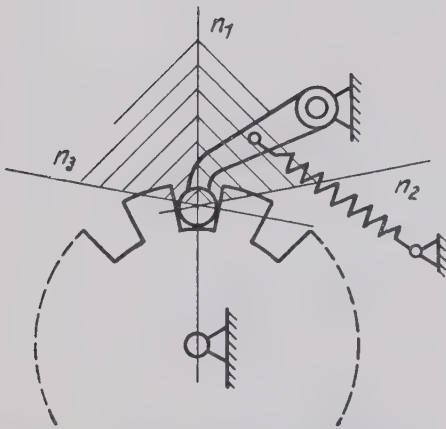


Bild 111. Ruhendes Gesperre aus Bild 104 durch weiteren Überschuß

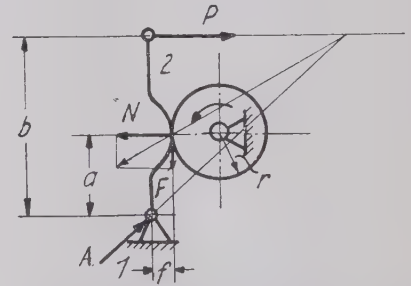


Bild 112. Reibgesperre (Backenbremse) aus zweigliedrigem Mechanismus

Feld für die Lage des Klinkendrehpunktes bei Rechtsdrehung des Sperrades, die Normalen n_1 , n_3 das Feld bei Linksdrehung. Da sich die Felder nicht überschneiden, kann die Lage des Klinkendrehpunktes nur für eine Drehrichtung passen, während zur Bewegungsverhinderung in der anderen Richtung die Klinke durch eine Federkraft in der Lücke des Rades zu halten ist. Um mit geringer Federkraft auszukommen, legt man den Klinkendrehpunkt in keines der Felder, sondern in den spitzen Winkel der Normalen n_2 , n_3 .

e) Reibgesperre

Derartige Gesperre, wozu die Bremsen zu rechnen sind, bestehen darin, daß ein Getriebeglied unmittelbar (Bild 112) oder mit Übersetzung (Bild 113) an einen fest-

zuhaltenden, sich drehenden oder gleitenden Körper angepreßt wird. Statt des Gelenkvierecks 1 2 3 4 (Bild 113) kann irgendein zwangsläufiger Mechanismus verwendet werden. Zur Vergrößerung des Anpressungsdruckes und zur Fernhaltung von Biege-

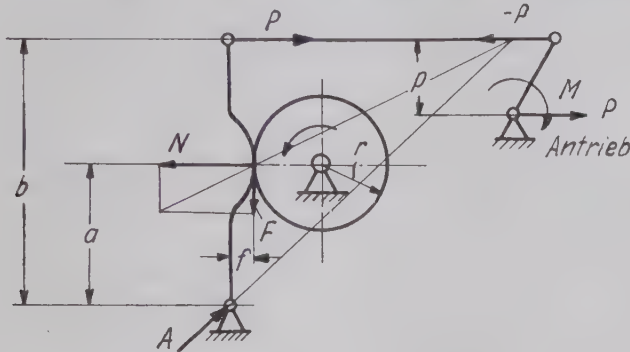


Bild 113. Reibgesperre aus dem Gelenkviereck

kräften auf die Welle werden Reibgesperre nach Bild 50 bis 58 aus Mechanismen mit dem Freiheitsgrad 2 verwendet.

Selbsttätige Reibgesperre entstehen aus den nichtselbsttätigen durch eine Maßbestimmung, bei der die Reibungskraft zur ausreichenden Antriebskraft wird.

9. Spannwerke

In einem Spannwerk (Bild 116 bis 119) wird die Antriebsarbeit z. B. durch eine Feder aufgespeichert und zu einem beliebigen Zeitpunkt durch Lösung einer Sperrung

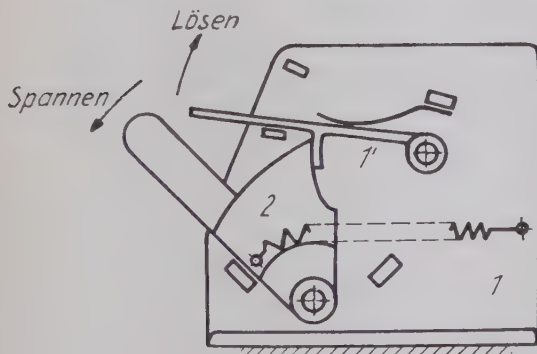


Bild 116. Spannwerk mit Spann- und Sperrbetrieb nach Bild 114, Lagenbegrenzungen an Glied 1

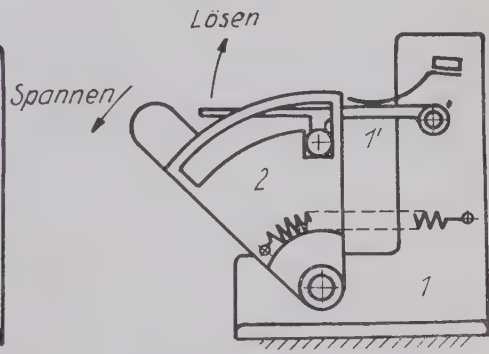


Bild 117. Spannwerk wie Bild 116, jedoch Lagenbegrenzungen zwischen Gliedern 1' und 2

zur Erzeugung einer Abtriebsbewegung freigegeben. Entsprechend dem Ablauf eines Arbeitsspieles besteht das Spannwerk aus einem Spanntrieb (Bild 116 Glied 1, 2) vom

Freiheitsgrad 1, der durch Antrieb entgegen einer Federkraft in Spannstellung gebracht wird, und einem Sperrrtrieb vom Freiheitsgrad 1, der den Spanntrieb in der Spannstellung festhält. Die Lösung des Sperrrtriebes vom Spanntrieb gibt diesen frei, so daß er durch die Federenergie nach Maßgabe der zu beschleunigenden Massen mehr oder weniger schnell im Freilauf in die Anfangslage zurückkehrt.

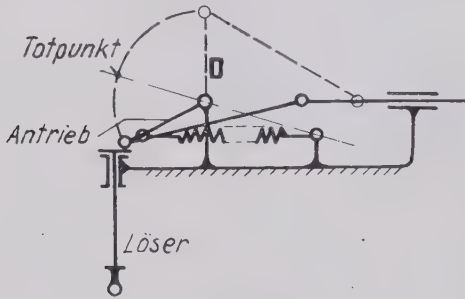


Bild 118. Übertotpunktspannwerk

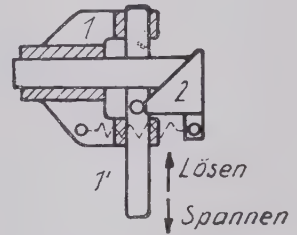


Bild 119. Spannwerk mit Spannung durch den Sperrrtrieb

Bei einer zweiten Art Spannwerk (Bild 118) wird in einer Übertotpunktsperrre die Federkraft des Spanntriebes zur Sperrung der Spanntriebsbewegung nach dem Spannen herangezogen. Statt des Sperrrtriebes ist in diesem Fall ein Lösungstrieb zur Einleitung der Freilaufbewegung nötig.

Weitere Spannwerke entstehen dadurch, daß der Sperrrtrieb zum Antrieb des Spanntriebes benützt wird (Bild 119).

a) Spannwerke mit Sperrrtrieb

Zum systematischen Aufbau von Spannwerken werden die bekannten ebenen, sphärischen oder räumlichen Mechanismen mit dem Freiheitsgrad 1, die im einfachsten Fall aus zwei Gliedern bestehen (Bild 114, 115), der Reihe nach zur Bildung des Spann- oder Sperrrtriebes herangezogen.



Bild 114. Zweigliedriger Mechanismus mit Drehpaar



Bild 115. Zweigliedriger Mechanismus mit Schiebepaar

Am Spanntrieb mit n Gliedern ist das Antriebsglied unter $a = n - 1$ Möglichkeiten mit n als Gliederzahl des Spanntriebes und die Befestigung der beiden Federenden an zwei verschiedenen Gliedern unter $f = \frac{1}{2} n (n - 1)$ Möglichkeiten wählbar.

Die Begrenzung der Spannbewegung und der Freilaufbewegung durch Überschußsperre zwischen zwei Spanntriebsgliedern ist in beiden Fällen ebenfalls in je f Arten möglich. Die Begrenzung von Spann- und Freilaufbewegung kann auch durch Bewegungsverhinderung an einem Spanntriebsglied durch Anschlag an einem Sperrtriebsglied bewirkt werden, wofür bei n' beweglichen Sperrtriebsgliedern $f' = (n - 1) \cdot n'$ verschiedene Möglichkeiten bestehen. Beim Anschlag des Spanntriebes an den Sperrtrieb muß der Sperrtrieb bereits z. B. durch eine Sperrung unbeweglich sein oder in eine unbewegliche Lage gebracht werden.

Als Begrenzung der Freilaufbewegung kann auch die Totlagersperre verwendet werden.

Nach dem Spannen des Spanntriebes ist an einem seiner $n - 1$ beweglichen Glieder durch Anschlag am Sperrtrieb die Bewegung zu verhindern. Hierzu genügt die Verminderung des Freiheitsgrades des Spanntriebes um 1, also eine Berührung zwischen Spann- und Sperrtrieb vom Freiheitsgrad 2. Der hierbei vom Spann- auf den Sperrtrieb ausgeübte Druck darf den Sperrtrieb nicht in Bewegung setzen, weshalb er zu sperren ist, wobei eine Totlagersperre oder eine Überschußsperre am Sperrtrieb angewendet werden kann. Dabei ergibt die Überschußsperre zwischen Sperr- und Spanntriebsgliedern $g = n \cdot n'$, die zwischen Sperrtriebsgliedern allein $g' = \frac{1}{2} n' (n - 1)$ Möglichkeiten. Der Steg des Spannwerkes ist wie früher zu den n Gliedern des Spanntriebes zu rechnen.

Der Sperrtrieb muß nach dem Spannen des Spanntriebes in seine Sperrlage gebracht werden, was entweder durch einen unabhängigen Antrieb des Sperrtriebes oder durch Antrieb vom Spanntrieb aus geschieht. Im ersten Fall war der Sperrtrieb in einer zweiten Grenzlage durch eine Totlagersperre, Überschußsperre mit Übertotpunktlage oder einen weiteren Sperrtrieb zur Sperrung des ersten Sperrtriebes festgehalten und ist durch Lösung dieser Sperrung in die Sperrlage zu bringen. Er ist also wie ein Spanntrieb aufzubauen. Im zweiten Fall ist der Sperrtrieb mit dem Spanntrieb durch Kurvenberührung wenigstens kurz vor der Spannlagelage zu verbinden, so daß er vom Spanntrieb getrieben nach der Spannung in die Sperrlage fällt. Die Kurvenberührung ist nötig, um den Sperrtrieb vom Spanntrieb zur Herbeiführung des Freilaufes lösen zu können. Der Sperrtrieb wird durch Eigengewicht oder Feder auf die Kurve am Spanntrieb gedrückt.

Zur Vereinfachung von Spann- und Sperrtrieb können in geeigneten Fällen die Federn selbst an die Stelle von Gliedern treten.

Der Sperrtrieb wird häufig am Steg des Spanntriebes gelagert. Er kann statt dessen auch an einem bewegten Glied des Spanntriebes oder je nach Zahl seiner Lagerstellen an verschiedenen Gliedern des Spanntriebes gelagert werden.

Zur Erzielung einer schnellen Freilaufbewegung durch Verringerung der bewegten Massen kann man den Spanntrieb aus zwei selbständig zwangsläufigen Teilen zusammen-

setzen, die durch einen Sperrtrieb während des Spannens so miteinander verbunden sind, daß sie sich wie ein einziger zwangsläufiger Spanntrieb bewegen. Zur Freigabe wird dieser Sperrtrieb gelöst, so daß nur ein Teil des Spanntriebes die Freilaufbewegung ausführt. Der restliche Teil wird nach Lösung des anderen Sperrtriebes durch eine zweite Feder oder auf eine andere Art nachgeführt. Die Lösung dieses Sperrtriebes kann nach Belieben oder selbsttätig am Ende der Freilaufbewegung durch deren Federkraft oder Massenwucht erfolgen.

Als Anhalt zur systematischen Spannwerkentwicklung stellt man auf Grund der bisherigen Überlegungen ein Schema für einen gewählten Spann- und Sperrmechanismus auf, bezeichnet die einzelnen Maßnahmen mit *a, b, c* usw., rechnet nach den früher angegebenen Gleichungen die Anordnungsmöglichkeiten aus und erhält so ein Aufbauschema.

Aufbauschema für Spann- und Sperrmechanismen

Spanntrieb		a	1	2	3
	Glied		2		
Spannfeder zwischen		b	1	2	3
	Glieder		1, 2		
Spannbegrenzung durch Überschußsperre zwischen		c	1	2	3
	Spanntriebsglieder		1, 2		
		c'	1	2	3
	Spann- und Sperrtriebsglieder		2, 1'		
Freilaufbegrenzung durch Überschußsperre zwischen		d	1	2	3
	Spanntriebsglieder		1, 2		
		d'	1	2	3
	Spann- und Sperrtriebsglieder		2, 1'		
Sperrung zwischen		e	1	2	3
	Spann- und Sperrtriebsglieder		2, 1'		
Sperrtriebslagerung an		f	1	2	3
	Glieder		1	2	
Sperrlagenbegrenzung am Sperrtrieb durch Überschußsperre zwischen		g	1	2	3
	Glieder		1', 1	1', 2	
Lösungsbegrenzung am Sperrtrieb durch Überschußsperre zwischen		h	1	2	3
	Glieder		1', 1	1', 1	
Sperrantrieb durch Kurventrieb zwischen		i	1	2	3
	Glieder		2, 1'		

Für Schnellschaltung Zwischen-
sperre an

Glied	h	1	2	3
		2		
Auslösung der Hauptsperre	willkürlich	1		
	selbsttätig	1'		

Aus einem solchen Schema erhält man die Zahl der Ausführungsmöglichkeiten eines Spannwerkes durch Multiplikation der mit Buchstaben gekennzeichneten Einzelausführungen nach

$$z = a \cdot b \cdot c \dots$$

Es stellt z. B. Bild 116 die Ausführung $a_1 b_1 c_1 d_1 e_1 f_1 g_1 h_1 i_1$ nach dem obigen Schema dar, Bild 117 die Ausführung $a_1 b_1 c_1' d_1' e_1 f_1 g_2 h_2 i_1$.

b) Spannwerk mit Übertotpunktsperre

Als Spanntrieb dient wie in Bild 118 ein zwangsläufiges Getriebe beliebiger Art, das durch Antrieb an einem passenden Glied in gespannte Lage gebracht und dort durch Anliegen am Löser und eine Federkraft festgehalten wird. Die Lage der Federkraft muß dabei so sein, daß sie erst von einer bestimmten Getriebelage (Totlage) ab treibend wirkt. Spanntrieb und Löser berühren sich durch ein Kurvenpaar, damit sich der Spanntrieb vom Löser nach Beginn des Antriebes durch die Feder abheben kann.

Die systematische Entwicklung dieser Spannwerke wird ähnlich wie unter a) vorgenommen und führt zu zahlreichen Ausführungsarten.

c) Spannwerk mit Spanntrieb am Sperrtrieb

Beim Spannwerk (Bild 119) ist der Sperrtrieb 1' zugleich das Antriebsglied des Spanntriebes 1, 2 und kommt nach dem Spannen in eine Totlage gegenüber Glied 2. Die Variation der Spann- und Sperrtriebe, ihrer Lagenbegrenzungen usw. führt auch hier zu zahlreichen Ausführungsformen.

10. Sprungwerke

Die Sprungwerke haben gegenüber Spannwerken statt der willkürlichen eine selbsttätige Auslösung der Schaltbewegung. Ein einseitiges Sprungwerk (Bild 120), bei dem das Sprungstück aus der Lage *a* in die Lage *b* springt und sich langsam unter Anspannung der Feder *F* in die Lage *a* zurückbewegt, enthält den Spanntrieb *A*, den Sprungtrieb *B*, den Sperrtrieb *C* und sonst notwendige Anschläge zur Begrenzung der Bewegungen der einzelnen Triebe. Jeder einzelne Trieb kann aus Mechanismen wie in Bild 114, 115 oder mehrgliedrigen ebenen und räumlichen Mechanismen entwickelt werden. In Bild 120 ist der Spanntrieb nach Bild 114 mit einem ebensolchen Sprung-

trieb, der bei nur einem bewegten Glied Sprungstück heißt, durch ein Kurvenpaar, bestehend aus dem Zapfen *D* und der Anlagefläche am Sprungstück *C*, während des Spannsens der Feder *F* gekuppelt und verläßt das Sprungstück, sobald es nach dem Spannen durch den Sperrtrieb festgehalten ist. Der Sperrtrieb nach Bild 115 wird vom Spanntrieb gesteuert, hält das Sprungstück nach dem Spannen fest, gibt es im gewünschten Augenblick zum Sprung frei und wird solange zurückgehalten, bis das Sprungstück wieder in der Spannlage liegt und festgehalten werden muß.

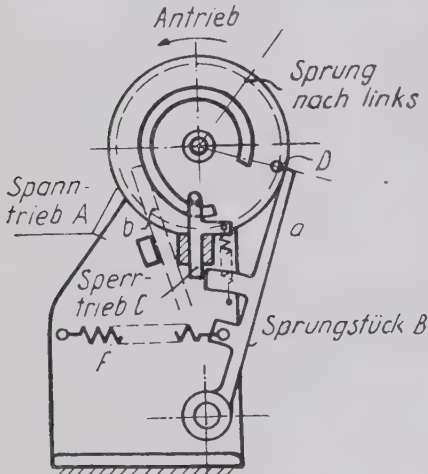


Bild 120. Einseitiges Sprungwerk

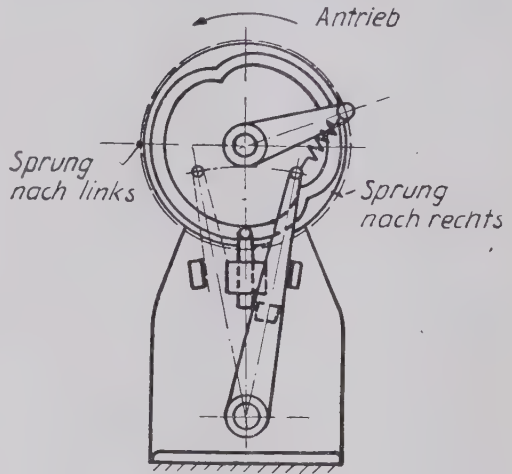


Bild 121. Schwingendes Sprungwerk

Das Sprungwerk ist außer durch die Wahl verschiedener Mechanismen durch die verschiedenen Kopplungsarten zwischen den drei Trieben, die Anbringung der Anschläge, die Lagerung des Sperrtriebes am Steg, auf einem bewegten Glied des Spanntriebes oder des Sprungtriebes, teilweise Steuerung des Sperrtriebes vom Spanntrieb oder während seiner Bewegung auch vom Sprungtrieb aus und bei mehrgliedrigen Trieben durch verschiedene Wahl der Antriebs- und Sperrglieder zu variieren. Am besten stellt man sich als Anhalt zur Entwicklung verschiedener Sprungwerke eine Tabelle ähnlich wie bei den Spannwerken auf.

Das schwingende Sprungwerk (Bild 121), das nach beiden Seiten springt, ist zum Vergleich aus denselben Mechanismen wie in Bild 120 zusammengesetzt. Die Spannfeder *F* ist zwischen einem bewegten Spanntriebsglied und dem Sprungstück anzubringen, weil sie in den Ruhelagen des Sprungstückes gespannt werden muß. Der Sperrtrieb ist z. B. durch einen Zapfen und eine Nut im Spanntrieb vollkommen zwangsläufig gesteuert.

Aus denselben Elementen wie bisher ist das fortschreitende Sprungwerk (Bild 122) gebildet. Die Zahl der Sperrtriebe entspricht der Unterteilung des vollen Kreises in

Sprungwinkel. Die Sperrtriebe werden hier während der Auslösung vom Spanntrieb, im übrigen vom Sprungstück gesteuert. Damit die Spannfeder stets eine Vorspannung hat, ist ein Anschlag *B* am Sprungstück zur Lagenbegrenzung gegen den Spanntrieb vorgesehen.

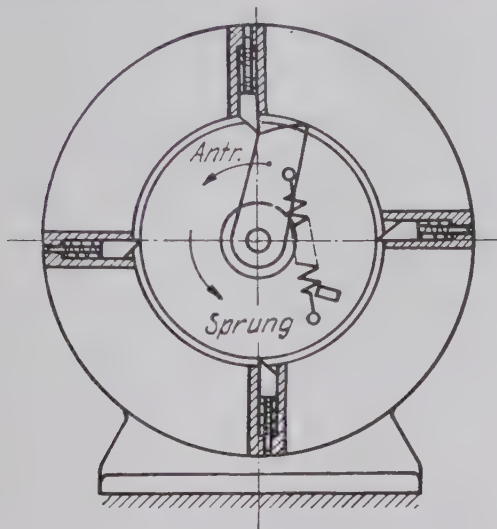


Bild 122. Fortschreitendes Sprungwerk

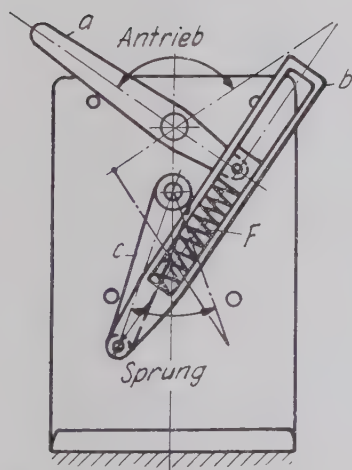


Bild 123. Schwingendes Sprungwerk mit Kurbelschleife und Übertotpunktsperre

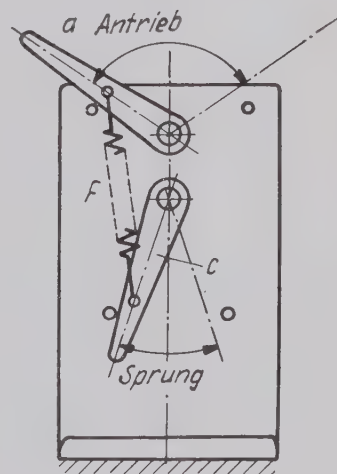


Bild 124. Sprungwerk nach Bild 123; durch Wegminderung von Gliedern vereinfacht

Schwingende Sprungwerke erhält man auch mit Hilfe der Übertotpunktsperre (Bild 123), wobei der Spanntrieb aus einer schwingenden Kurbelschleife besteht, deren

Schleife b auf dem Sprungstück c gelagert ist, und deren Kurbel a zwischen den angegebenen Grenzlagen schwingend zu bewegen ist. Die Decklagen der Glieder b und c sind die Totlagen, nach deren Überschreiten die Kraft der Feder F gegenüber dem festen Drehpunkt des Sprungstückes c einen Hebelarm erhält, der sich beim Sprung vergrößert und das Sprungstück in die andere Grenzlage treibt.

Das in Bild 123 dargestellte Sprungwerk läßt sich nach Bild 124 dadurch vereinfachen, daß man die Feder als Zugfeder einbaut und ihr die Funktion des Gliedes b und des Gleitsteines überträgt. Diese Vereinfachung ist auch in anderen Fällen möglich. Die Tot- oder Sprunglage tritt in den Decklagen von Feder und Sprungstück ein.

11. Mechanismenerweiterung

Aus den Gleichungen des Zahlenaufbaues lassen sich Aufbauregeln herausgreifen, deren Anwendung zwar keinen systematischen Mechanismenaufbau ergibt, jedoch den Vorteil haben kann, infolge Erweiterung von Mechanismen mit bekannten Möglichkeiten der Getriebeentwicklung unmittelbar die durch die Erweiterung zu erwartende Verwendungsmöglichkeit und die anzuwendenden Verfahren der Maßgebung erkennen zu lassen.

Es ist außerdem durch Mechanismenerweiterung einfacher als durch den Zahlenaufbau, die verschiedenen ebenen, sphärischen und räumlichen Mechanismen miteinander zu verbinden.

Da die Möglichkeiten der Erweiterung bei den ebenen Mechanismen am leichtesten zu überblicken sind, sei mit ihnen begonnen.

a) Erweiterung ebener Kurbelmechanismen

Die bekannte Möglichkeit des Ersatzes von Drehpaaren durch Schiebepaare unter Einhaltung der *Grüblerschen* Einschränkungen und der Zweigelenkglieder durch Kurvenpaare erlaubt es, die Betrachtung der Erweiterungsmöglichkeiten mit Ausnahme der Schubmechanismen auf die Mechanismen mit Drehpaaren zu beschränken.

Der Vergleich des zweigliedrigen Kurbelmechanismus (Bild 114) mit dem Gelenkviereck (Bild 59) zeigt unmittelbar die Möglichkeit der Mechanismenerweiterung durch Einführung zweier zusammenhängender Zweigelenkglieder, des sogenannten Zweischlages, wobei der Mechanismus um zwei Glieder und drei Gelenke vermehrt wird. Die Erweiterung des Gelenkvierecks durch einen Zweischlag 5, 6 führt zu den Mechanismen Bild 75, 125 bis 127, die zwangsläufig sind, weil das Gelenkviereck zwangsläufig ist.

Andere Mechanismen vom Freiheitsgrad 1 erhält man aus dem Gelenkviereck, wenn der Zweischlag aufgespalten wird und die beiden Zweigelenkglieder so angeordnet werden, daß die Gelenkzahl sich durch den Einbau dieser Glieder nur um drei vermehrt (Bild 128). Durch ein Gelenk verbundene Glieder dürfen zur Vermeidung von Starrheit nicht durch ein Zweigelenk verbunden werden.

Die Erweiterung durch Zweischlag kann auf Kurbelmechanismen beliebigen Freiheitsgrades angewendet werden. Der Freiheitsgrad des neuen Mechanismus ist der gleiche wie der ursprüngliche.

Bild 125 bis 127. Sechsgliedrige Mechanismen durch Erweiterung des Gelenkviereckes mit Zweischlag

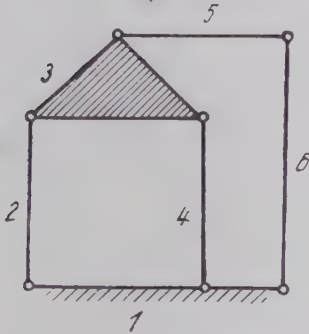


Bild 125. Zweischlag an Glied 1 und 3

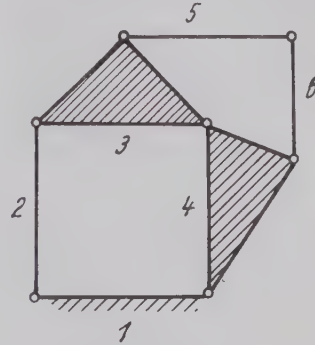


Bild 126. Zweischlag an Glied 3 und 4

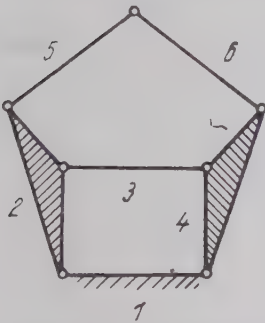


Bild 127. Zweischlag an Glied 2 und 4

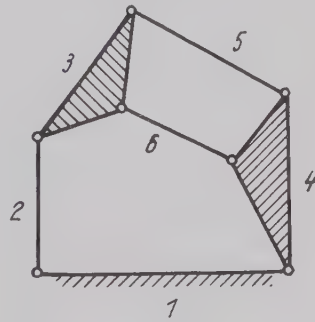


Bild 128. Zwangsläufiger Mechanismus aus dem Gelenkviereck durch Vermehrung um die Glieder 5 und 6 und drei Gelenke

Der Einbau eines einzelnen Zweigelenkgliebes erhöht den Freiheitsgrad des Mechanismus um 1 (Bild 129), wenn hierbei die Gelenkzahl um 1 vermehrt wird, und erniedrigt den Freiheitsgrad um 1, wenn sie um 2 vermehrt wird (Bild 130).

Die Lage der z. B. beim Freiheitsgrad 2 notwendigen beiden zwangsläufigen Antriebe wird von der Lage des eingebauten Zweigelenkgliebes mitbestimmt. Wird der Mechanismus (Bild 127) um ein Glied 7 und ein Gelenk vermehrt, so sind zur zwangsläufigen Bewegung zwei unabhängige Antriebe nötig, wovon beim Mechanismus (Bild 131) der eine an Glied 2, 3 oder 4, der andere an Glied 5, 6 oder 7 und beim Mechanismus (Bild 132) einer an Glied 7, der andere an einem der übrigen Glieder treiben muß.

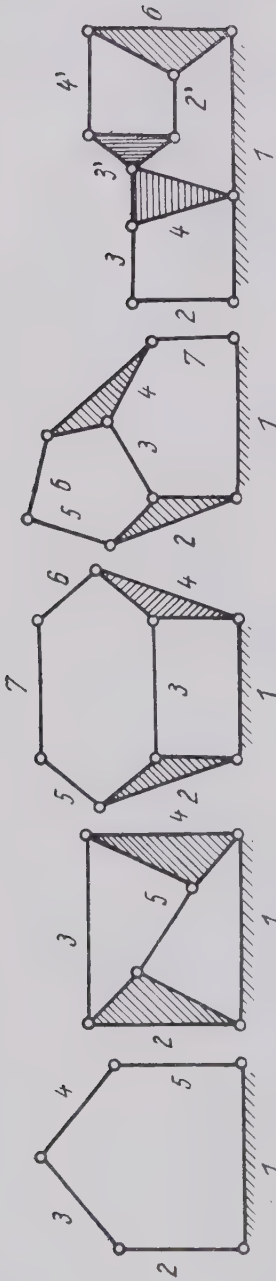


Bild 129. Mechanismus mit Freiheitsgrad 2 aus dem Gelenkviereck durch Erhöhung der Gelenkzahl um 2 bei Einbau eines Zweigelenkbaues und Erhöhung der Gelenkzahl um 1

Bild 130. Fachwerk aus dem Gelenkviereck durch Erhöhung der Gelenkzahl um 2 bei Einbau eines Zweigelenkbaues und Erhöhung der Gelenkzahl um 1

Bild 131. Erster Antrieb an Glied 2, 3 od. 4, zweiter an Glied 5, 6 oder 7

Bild 132. Mechanismus mit Freiheitsgrad 2 aus Bild 129 durch Einbau des Gliedes 7

Bild 133. Ersatz des Gliedes 5 (Bild 125) durch einen zwangsläufigen Mechanismus 02/3/4

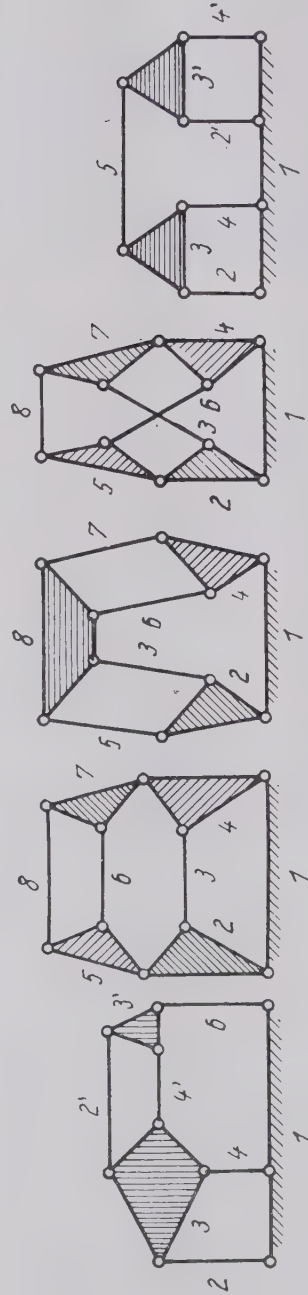


Bild 134. Zwangsläufiger Mechanismus aus Bild 125 durch Ersatz des Gliedes 5 durch ein Gelenkviereck

Bild 135. Erweiterung eines Mechanismus 12/34 durch drei Glieder 5, 6, 7 und Kopplung durch Glied 8

Bild 136. Mechanismus aus Bild 135 durch Lösung der Glieder 3 u. 6 von Glied 4 und 7 und Anschluß an Glied 8

Bild 137. Mechanismus aus Bild 135 durch Tausch der Anschlüsse der Glieder 3 und 6 an Glied 4 und 7

Bild 138. Mechanismus aus Bild 125 durch Ersatz des Gliedes 6 durch einen Mechanismus oder Kopplung zweier Mechanismen durch Glied 5

Das Zweigelenkglied 5 in Bild 75 führt das Gelenk 45 gegenüber dem Glied 6 auf einer Kurve. Eine Kurvenführung entsteht auch, wenn das Glied 5 z. B. nach Bild 133 durch einen zwangsläufigen Mechanismus, z. B. das Gelenkviereck 6 2' 3' 4' ersetzt wird. Man kann demnach Zweigelenkglieder durch zwangsläufige Mechanismen ersetzen, wobei eines der vorhandenen Glieder den Steg bildet. Wenn in Bild 125 Glied 5 durch ein Gelenkviereck an Glied 3 nach Bild 134 ersetzt wird, entsteht ein Mechanismus, den man auch aus dem Gelenkviereck 1 2 3 4 durch Aufsetzen des zwangsläufigen Mechanismus 3 2' 3' 4' und Kopplung durch ein Zweigelenkglied 6 mit einem nicht zum aufgesetzten Mechanismus gehörenden Glied erhalten hätte.

Wird ein aufgesetzter Mechanismus nicht wie in Bild 134 an ein einziges Glied 3, sondern wie das Gelenkviereck 5 6 7 (Bild 135) an verschiedene Glieder angesetzt, so kann die Koppel 8 auch zwei nicht durch ein Gelenk unmittelbar verbundene Glieder des aufgesetzten Mechanismus verbinden. Wenn die Glieder 1, 2, 3, 4 einen starren Steg bilden würden, würden die Glieder 5, 6, 7, 8 zusammen mit dem Steg ein Fachwerk mit dem Freiheitsgrad 0 bilden, woraus folgt, daß ein auf ein bewegliches Fundament gesetztes, statisch bestimmtes Fachwerk zwangsläufig beweglich ist.

Zweigelenkglieder können unter Vermeidung der Entstehung von Dreiecken beliebig angeschlossen werden, so daß aus Bild 135 durch Tausch der Anschlüsse z. B. Mechanismen nach Bild 136 und 137 entstehen.

Ersetzt man im Mechanismus in Bild 125 nicht Glied 5 wie in Bild 134 durch einen zwangläufigen Mechanismus, sondern Glied 6, und legt den Mechanismus dabei an den Steg nach Bild 138, so erkennt man daraus, daß zwei zwangläufige Mechanismen mit gemeinsamem Steg durch ein Zweigelenkglied als Koppel zu verbinden sind, um wieder einen zwangläufigen Mechanismus zu ergeben.

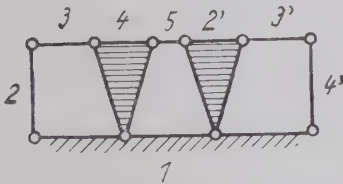


Bild 139. Mechanismus nach Bild 75 durch Zweischlag erweitert oder Koppelung zweier Mechanismen durch Glied 5 oder Koppelung dreier Mechanismen durch Vereinigung von je zwei Gliedern

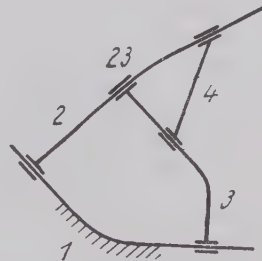


Bild 140. Erweiterung der Keil-
kette (Bild 81) durch ein Zwei-
gelenkglied 4

Die Erweiterung des Mechanismus in Bild 75 durch einen Zweischlag nach Bild 139 ergibt einen Mechanismus, den man auch aus zwei Gelenkvierecken nach der in Bild 138 dargestellten Regel oder dadurch erhält, daß man drei Gelenkvierecke 1 2 3 4,

1 4 5 2', 1 2' 3' 4' durch Verschmelzen oder starres Kuppeln je zweier Glieder miteinander verbindet. Von dieser Erweiterungsregel wird bekanntlich z. B. bei der Hintereinanderschaltung von Zahnradvorgelegen Gebrauch gemacht, wobei beim Antrieb 2 das Glied 4 das Abtriebsglied des ersten Mechanismus oder Vorgeleges und zugleich das Antriebsglied des nächsten ist.

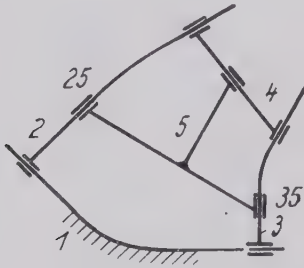


Bild 141. Erweiterung des Schubmechanismus Bild 140 durch ein Dreigelenkglied 5 bei Zunahme um zwei Schiebepaare

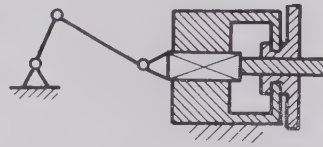


Bild 142. Vereinigung eines Kurbel- u. Schraubentriebes durch Gliedervereinigung (Bild 75 und 139)

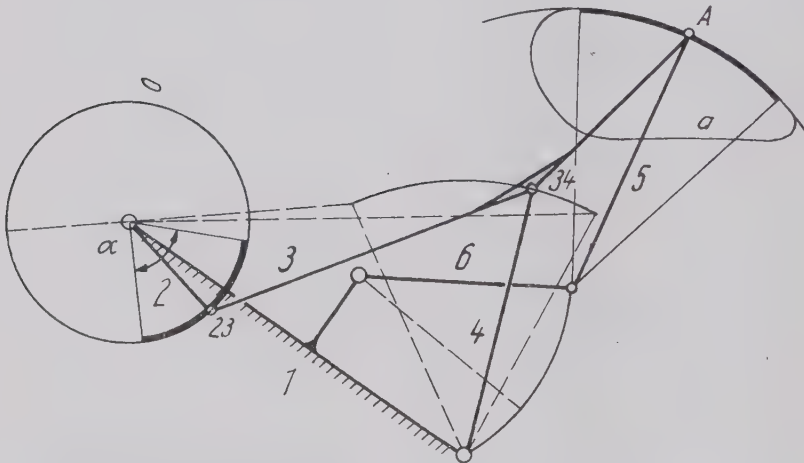


Bild 143. Ermittlung der Koppelkurve a eines Koppelpunktes A des Gelenkvierecks 1 2 3 4

b) Erweiterung der Schubmechanismen

Wie aus den Aufbaugleichungen hervorgeht, erhöht sich bei unveränderlichem Freiheitsgrad die Zahl der Schiebepaare um zwei, wenn die Gliederzahl des Mechanismus um 1 vermehrt wird. Eine Erweiterung ist demnach durch Einfügung eines

Zweigelenkglied (Bild 140) aus Bild 81 möglich, das hier die Stelle des Zweischlages beim Kurbelmechanismus vertritt, oder durch ein Dreigelenkglied (Bild 141), wenn zu seinem Einbau z. B. im Mechanismus (Bild 140) das Schiebepaar 2 3 in die Paare 25, 35 (Bild 141) getrennt wird.

Der Freiheitsgrad wird um 1 erhöht, wenn beim Einbau eines Gliedes die Zahl der Schiebepaare nur um eins vermehrt wird (Bild 86 aus Bild 84).

c) Erweiterung räumlicher Mechanismen

Wenn man in Bild 34 die beiden Kurbeln als zwangläufige Mechanismen betrachtet, so hat man in diesem Mechanismus die räumliche Parallele zu Bild 138, kann also im Raum zwei Mechanismen durch eine Kopplung vom Freiheitsgrad 5 verbinden, die z. B. durch ein Zweigelenkglied mit diesem Freiheitsgrad verwirklicht werden kann. Von größerer Bedeutung ist die Verbindung von räumlichen Mechanismen nach Bild 75 und 139 durch Verschmelzung zweier Glieder in eines, wofür Bild 143 ein Beispiel zeigt.

II. Ebene Bewegung

Der Zahlenaufbau und andere Verfahren liefern als Grundlage für die Getriebeentwicklung die Rohmechanismen, aus denen als weitere Entwicklungsstufe durch Maßgebung die Fertigmechanismen herzustellen sind. Häufig ist es zweckmäßig, bereits zur Maßgebung das An- oder Abtriebsglied zu bestimmen, so daß man mit dem Fertigmechanismus zugleich das kinematische Getriebe erhält.

Die Verfahren der Maßgebung beruhen auf der Kenntnis der Ermittlung von Bewegungseigenschaften, die bei ebener Bewegung am einfachsten sind.

12. Gliedlagen und Punktbahnen

Als Beispiel für die Ermittlung einer Punktbahn an einem Kurbelmechanismus sei ein Gelenkviereck 1 2 3 4 (Bild 143) als sogenannte Kurbelschwinge gegeben, bei der sich die Kurbel 2 im Kreis dreht und die Schwinge 4 eine Schwingbewegung ausführt. Die Grenzlagen der Schwinge sind durch die kleinste und größte Entfernung des sich auf dem Schwingenbogen bewegendes Gelenkes 34 vom Gelenk 12, also durch die Differenz und Summe der Längen der Glieder 2 und 3 bestimmt.

Die Koppel 3 ist als eine zur Zeichenebene parallel bewegte Ebene zu betrachten, deren Lagen wegen des Freiheitsgrades 1 des Mechanismus durch die Lagen der Kurbel 2 eindeutig bestimmt ist. Um die während einer Kurbelumdrehung aufeinanderfolgenden Lagen des Punktes *A* oder seine Bahn zu bestimmen, sind genügend Lagen der Kurbel 2 oder des Gelenkes 23 anzunehmen, mit der Länge 23—34 die zugehörigen Lagen des Gelenkes 34 und schließlich mit Hilfe des unveränderlichen Dreieckes 23—*A*—34 für jede Koppellage die Lage des Punktes *A* zu bestimmen.

Eine solche Koppelbahn ist durch einen Zweischlag (Bild 125) zur Weiterleitung der Bewegung ausnützbar, wobei unter Umständen wie in Bild 143 Glied 5 die Länge eines angenäherten Kreishalbmessers erhalten und dem Abtriebsglied 6 eine Bewegung mit Rast während des Kurbelwinkels α erteilen kann.

Über die Ermittlung von schwingenden Rastgetrieben ist später mehr zu sagen, doch sei hier nur durch Bild 144 eine Übersicht über Formen von Koppelkurven gegeben, die sich für viele Zwecke verwenden lassen und mit dem ein Gelenkviereck mit verstellbaren Gliederlängen darstellenden Koppelkurvenzeichner von Alt rasch zeichnen lassen.

Ein Schubkurventrieb (Bild 67) wird nach Bild 145a zum exzentrischen Stößeltrieb, wenn die Bahn des Stößels 3, an dem die Kurve zum Punkt *A* zusammengeschrunpft ist, um die Exzentrizität e an der Antriebswelle der Kurvenscheibe 2 vorbeigeht. Wegen

des Fehlens einer Koppel kann die Maßgebung bei gegebener Antriebswelle und Stoßelführung nur in der Ermittlung der Kurve a für bestimmten Scheibenlagen zugeordnete Stoßellagen bestehen, die durch das vereinfachte Diagramm (Bild 145 b) festgelegt sind. Auf den Ordinaten sind in Maßstäben k und k' die Antriebswinkel φ der Scheibe und Stoßelwege s abgetragen. Zur Übertragung auf die Scheibe wird in Bild 145 a ein Grundkreis r_i beliebig gewählt, von ihm in Stoßelrichtung die Höchsterhebung h

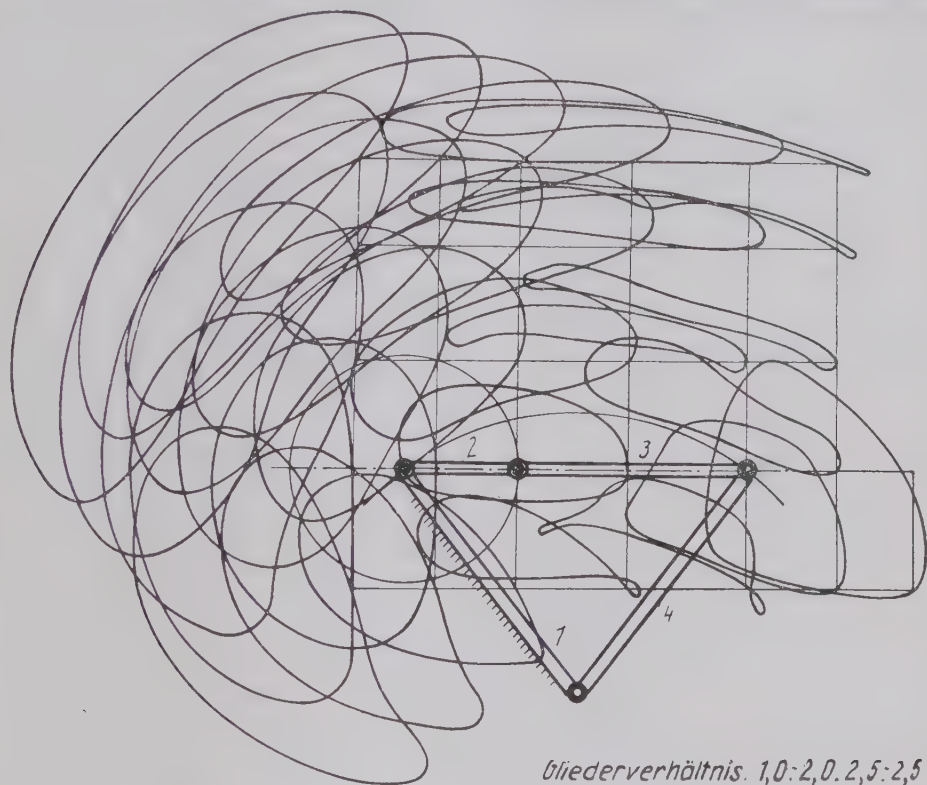


Bild 144. Übersicht über die Koppelkurven eines Gelenkviereckes

abgetragen und der Außenkreis r_a gezogen, der in gleicher Weise wie die Abszisse (Bild 145 b) eingeteilt und beziffert wird. Zur einfacheren Zeichnung der Kurve a wird statt des vom Steg 1 aus gesehenen Bewegungsvorganges die Scheibe 2 festgehalten und der Stößel mit dem Steg um die Scheibe herumgeführt, wobei der Stößel in die durch den Exzenterkreis e und die Teilpunkte auf dem Außenkreis bestimmten Lagen kommt, in denen vom Grundkreis aus die aus dem Diagramm zu entnehmenden Wege e abzutragen sind. Praktisch wird wegen der Abnützung das Gleiten des Punktes A auf der Kurve a durch eine Rolle mit A als Mittelpunkt vermieden und die Scheibe mit der Äquidistanten a' zu a ausgeführt.

Bei manchen Mechanismen, wie in Bild 128 und 138, ist eine unmittelbare Bestimmung der Lagen der Glieder und Bahnen ihrer Punkte nicht möglich. Man teilt dann den Mechanismus in zwei Teile, an deren Verbindungsstellen die Koppelkurven der

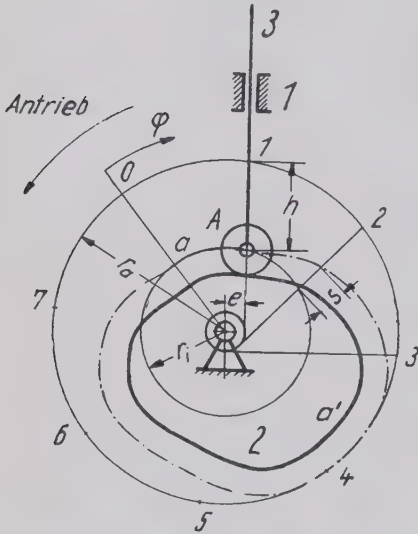


Bild 145 a. Kurvenermittlung am Stößelkurventrieb

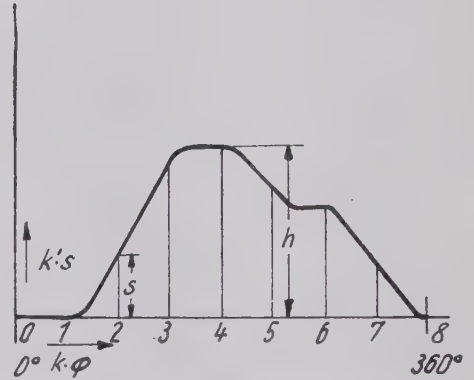


Bild 145 b. Bewegungsdiagramm des Stößelkurventriebes (Bild 145 a)

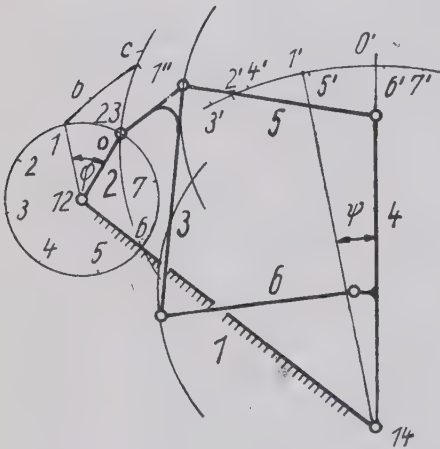


Bild 146 a. Ermittlung der Lagen des Gliedes 4 bei Antrieb an Kurbel 2

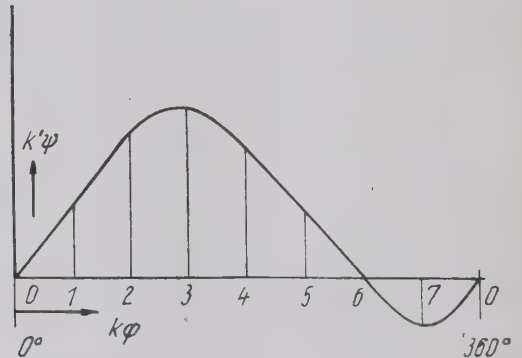


Bild 146 b. Diagramm der An- und Abtriebswinkel

Punkte beider Teile unmittelbar ermittelt werden können. Bei dem aus Bild 128 entwickelten Getriebe (Bild 146 a) mit Antrieb an der Kurbel 2 liegt die Trennstelle im Gelenk 23, so daß man einen Getriebeteil 1, 2 und einen Teil 1, 4, 5, 6, 3 hat. Die Bahn

des Gelenkes 23 als Punkt der Kurbel 2 ist der Kurbelkreis, während das Gelenk 23 als Punkt des Gliedes 3 bei festgehaltenem Glied 4 die Koppelkurve c beschreibt. Zur Ermittlung der Lagen des Gliedes 4 teilt man den Kurbelkreis ein und bringt die gegenüber dem Glied 4 beschriebene Kurve c durch Drehung um das Gelenk 14 dadurch in die Lage 1, 2, 3 usw. des Gelenkes 23 auf dem Kurbelkreis, das man z. B. um 14 durch 1 den Kreisbogen b bis zum Schnitt 1'' mit c schlägt, wodurch der mit 1 zur Deckung zu bringende Punkt 1'', also die Lage des Gelenkes 23 gegenüber Glied 4 bekannt wird. Man dreht nun das Dreieck 14—1''—0' um 14 bis 1 und hat damit die Lage des Gliedes 4 in der Geraden 14—1'. Die Lage des ganzen Getriebes ist nun leicht zu zeichnen. Der Kreisbogen b' um 14 dient zur Kennzeichnung der zu den Kurbellagen gehörenden Lagen des Gliedes 4. Da es hier auf den Verlauf des Abtriebswinkels ψ gegenüber dem Antriebswinkel φ ankommt, zeichnet man zur besseren Übersicht das Diagramm (Bild 146 b) dieser Winkel, beginnend bei der beliebig gewählten Getriebelage 0.

13. Momentapol und Polbahnen

Um Bahnen genauer als durch Aufsuchen einzelner endlich voneinander entfernter Punkte zu ermitteln, sei im Gelenkviereck (Bild 147) die Kurbel 2 aus der Lage 23

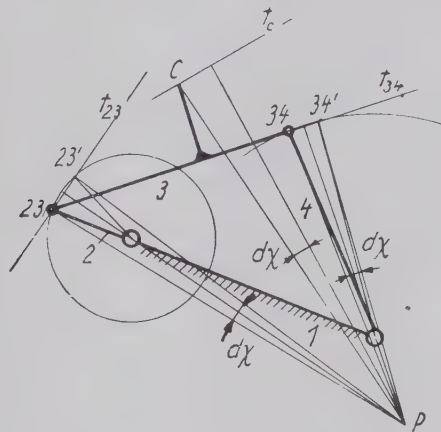


Bild 147. Drehung der Koppel 3 um den Momentapol P

um den Winkel $d\varphi$ in die unendlich nahe Lage 23' gebracht. Die Mittelsenkrechten auf den Sehnen $23-23'$ und $34-34'$ schneiden sich im Punkt P , für den die Strecke $\overline{P-23}$ gleich $\overline{P-23'}$ und $\overline{P-34}$ gleich $\overline{P-34'}$ ist, also wegen $23-34$ gleich $23'-34'$ auch Dreieck $P-23-34$ gleich dem Dreieck $P-23'-34'$ ist, woraus folgt, daß beide Dreiecke durch Drehung um den Winkel $d\chi$ zur Deckung kommen und hierdurch

die Koppel aus der Lage 23—34 in die Lage 23'—34' gelangt. Die Bewegung der Koppel des Gelenkviereckes ist somit momentan durch eine Drehung um einen Momentanpol P , also eine einfache Bewegung, ersetzbar. Die unendlich nahen Punkte 23, 23' legen bekanntlich die Kurventangente t_{23} fest, so daß der Momentanpol P als der Schnittpunkt der normalen zwei Tangenten der Koppel gefunden wird. Mit ihm findet man die Bahntangente t_c eines beliebigen Punktes C als Senkrechte auf den Verbindungsgeraden PC .

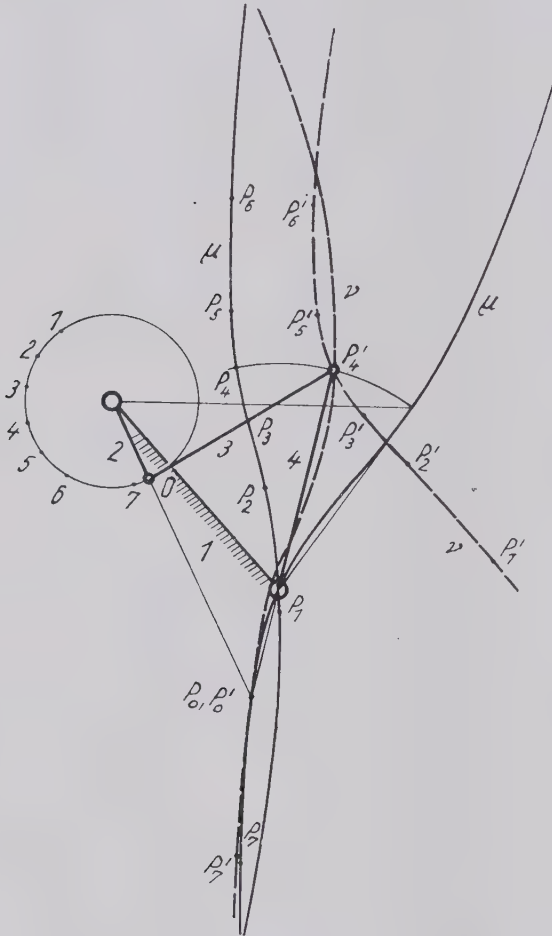


Bild 148. Rastpolbahn μ und Gangpolbahn ν für die Bewegung der Koppel 3 gegenüber Steg 1

Da die Koppel 3 (Bild 148) fortwährend ihre Lagen und damit die Tangenten in den Gelenken 23 und 34 ändert, wechselt auch der Pol P seine Lage. Er ist, da die Koppelbewegung von Glied oder Ebene 1 aus betrachtet wird, ein Punkt der Ebene 1 oder

besser, räumlich betrachtet, eine auf der Ebene 1 senkrecht stehende Achse, die sich als Punkt P projiziert und um die sich momentan die Ebene 3 dreht. Im weiteren Verlauf der Bewegung wandert diese Achse in der Ebene 1 entsprechend der Änderung der Bahntangenten der Gelenke 23 und 34 und bildet einen auf der Ebene 1 senkrechten Zylinder, der sich als sogenannte Rastpolbahn μ projiziert. Bei der Bewegung der Ebene 3 wechselt auch in ihr der Pol P oder Durchstoßpunkt der Achse. Die aufeinanderfolgenden Lagen der Pole P in der bewegten Ebene 3 bilden die Gangpolbahn ν , die durch Ermittlung der Pole P_1, P_2, P_3 usw. der Rastpolbahn und Zurückbewegung der Ebene 3 in eine Ausgangslage 0 gefunden wird, wodurch die Pole in die Lage P'_1, P'_2, P'_3 usw. auf der Ebene 3 kommen. Zusammengehörige Punkte P_1, P'_1 sowie P_2, P'_2 usw. werden zu Polen oder Punkten auf einer Drehachse, sobald sie bei der Bewegung der Ebene 3 zur Deckung kommen.

Da sich die Ebene 3 durch fortwährendes Drehen um die aufeinanderfolgenden Pole bewegt, können z. B. die den sich deckenden Punkten P_0 unendlich nahen Punkte P und P' nur durch Drehung um P_0 zur Deckung kommen, weshalb die Strecken $\overline{P_0 P}$ und $\overline{P_0 P'}$ gleich groß sein müssen. Die Strecken oder Kurvenelemente $\overline{P_0 P}$ und $\overline{P_0 P'}$ gleiten daher nicht, sondern rollen aufeinander. Zwischen Rast- und Gangpolbahn gibt es demnach keine gleitende Reibung. Da nur ein Paar Polbahnen konstruiert werden kann, sind zwei aufeinander rollende Kurven die Polbahnen der zugehörigen Ebenen.

Wenn eine Ebene sich gegenüber einer anderen stets um dieselbe Achse dreht, ist deren Projektion ein Dauerpol (z. B. die Gelenke der Kurbelmechanismen). Bei Ebenen, die sich gegenseitig parallel verschieben, weil sie z. B. durch ein Schiebepaar verbunden sind, liegt der Pol senkrecht zur Bewegungsrichtung im Unendlichen.

Bei der bisherigen Betrachtung war die Ebene 1 der Beobachtungsort, von dem aus die Bewegung der Ebene 3 betrachtet wurde. Macht man die bewegte Ebene 3 selbst zum Beobachtungsort, so bleiben die Polbahnen dieselben, weil die Tangenten der Bahnen der Gelenke 23 und 34 dieselben bleiben, es erscheint jedoch jetzt die in der Ebene 3 liegende Polbahn für den Beobachter auf der Ebene 3 als die ruhende oder Rastpolbahn, während die Polbahn der Ebene 1 zur bewegten oder Gangpolbahn wird.

Man kann für die gegenseitigen oder Relativbewegungen aller Ebenen eines

Mechanismus Pole und Polbahnen ermitteln, indem man die eine von zwei Ebenen als den Beobachtungsort oder die ruhende Ebene und die andere als die bewegte ansieht. Zur Ermittlung bezeichnet man (Bild 149) die Pole wie die Gelenke mit den Zahlen der

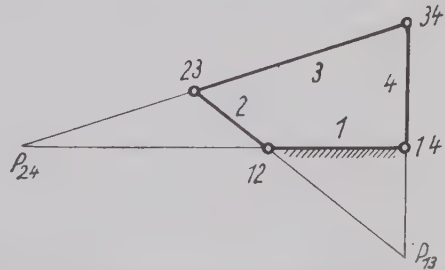


Bild 149. Momentanpole des Gelenkviereckes

zugehörigen Ebenen, wobei die Reihenfolge der Zahlen gleichgültig ist, weil ein Pol P_{13} sowohl für die Bewegung der Ebene 3 gegen die Ebene 1 wie für die Bewegung der Ebene 1 gegen die Ebene 3 gilt.

Wenn ein Mechanismus einschließlich Steg n Glieder hat, bewegen sich gegenüber einem bestimmten Glied $n - 1$ andere Glieder, wofür es ebenso viele Pole gibt. Da jedes der n Glieder als Beobachtungsort gewählt werden kann, gibt es $n \cdot (n - 1)$ Pole, von denen aber immer zwei Pole in einen zusammenfallen, weil für die Bewegung der Ebene x gegen die Ebene y derselbe Pol P_{xy} gilt wie für die Bewegung der Ebene y gegen die Ebene x . Die endgültige Zahl der Pole eines Mechanismus ist daher

$$p = \frac{1}{2} n (n - 1). \quad (23)$$

Im Bild 147 gilt die Tangente am Gelenk 23 sowohl für die Bewegung des Gliedes 3 wie des Gliedes 2 gegenüber der Ebene 1, weil die zugehörige Bahn des Gelenkes 23 vom Glied 1 aus gesehen ist. Daher muß auf der Normalen zur Tangente sowohl der Pol P_{13} wie der Pol P_{12} liegen. Mit dem Pol P_{23} liegen die zu drei Ebenen 1, 2, 3 gehörenden Pole P_{12} , P_{13} , P_{23} auf einer Geraden. Die Allgemeingültigkeit dieser Tatsache führt zur leichten Auffindung der Pole eines Mechanismus, wenn man zunächst durch die Gelenke als bekannte Pole Gerade legt.

Auf der Geraden 12—23 (Bild 149) liegt als dritter Pol der Pol P_{13} , dessen Zeiger sich aus den Zahlen zusammensetzt, die die beiden Pole 12 und 23 der Geraden nicht gemeinsam haben. Die Gerade 14—34 ergibt hiernach denselben Pol P_{13} , so daß dieser Pol der Schnittpunkt bei der Geraden sein muß. Man schreibt den Vorgang in dem Schema

$$\begin{array}{l} 12 - 23 \\ 14 - 34 \end{array} \rangle 13$$

und findet nach ihm die zueinander gehörenden Polgeraden. Beim Gelenkviereck ist $p = 6$ mit den Polen

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & & 2 & 3 & & 3 & 4 \\ 1 & 3 & & 2 & 4 & & & \\ 1 & 4 & & & & & & \end{array}$$

die als Gelenke bekannt und nach dem obigen Schema, sowie

$$\begin{array}{l} 23 - 34 \\ 12 - 14 \end{array} \rangle 24$$

gefunden werden.

14. Absolute Geschwindigkeiten

Der Begriff Geschwindigkeit umfaßt für eine unendlich kleine Zeitspanne dt die Bahn, Bewegungsrichtung und Schnelligkeit eines Punktes A (Bild 150). Das während der Zeit dt zurückgelegte Bahnelement von der Länge ds kann in erster Annäherung als Gerade angesehen werden. Es hat die Lage der Tangente, eine Größe und eine

Richtung, in der es zurückgelegt wird, weshalb es als Pfeil oder Vektor vorstellbar ist, der durch seine Lage, Größe und Pfeilspitze das Bahnelement vollständig beschreibt. Vektoren werden in deutschen Buchstaben geschrieben.

Unter Schnelligkeit versteht man das Verhältnis

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (25)$$

der Länge eines Bahnelementes oder Weges zur Zeit, in der es zurückgelegt wird, und bezeichnet es auch als absoluten Wert oder Größe der Geschwindigkeit (Dimension

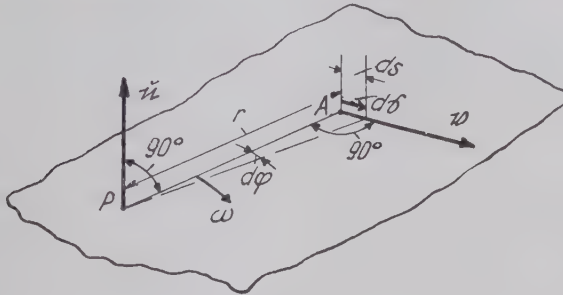


Bild 150. Geschwindigkeits- und Winkelgeschwindigkeitsvektor

meist cm/sec oder m/sec). Da die Geschwindigkeit außer ihrer Größe die Lage und Richtung des Bahnelementes hat, ist sie ein Vektor v (Bild 150) mit der Lage und Richtung des Vektors ds und mit diesem nach

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (25a)$$

verbunden.

In der sich um den Momentanpol P drehenden Ebene E (Bild 150) liegt v in der Tangente t und damit senkrecht zum Polstrahl r . Aus Gl. 25 folgt mit

$$r \cdot d\varphi = ds \quad (26)$$

$$v = r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \omega \quad (27)$$

mit

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (28)$$

als Winkelgeschwindigkeit der Ebene (Dimension sec^{-1}). Da die Winkelgeschwindigkeit durch die Lage des Poles und der Ebene, durch eine von v angegebene Drehrichtung und eine Größe nach Gl. 28 gekennzeichnet ist, ist sie als Vektor u darstellbar, für den als Zeichenregel festgesetzt sei, daß u im Pol senkrecht zur Ebene mit einer solchen Pfeilspitze abgetragen wird, daß man mit der Blickrichtung entgegengesetzt u eine Rechtsdrehung der Ebene sieht.

Die von einer als ruhend oder als Beobachtungsort für die Bewegungen verschiedener Ebenen angenommenen Ebene gesehenen Geschwindigkeiten bezeichnet man meist als absolute Geschwindigkeiten. Relative Geschwindigkeiten sind solche, die man an einer Ebene oder einem Punkt sieht, wenn die Bewegung nicht von der ruhenden Ebene aus betrachtet wird. Wenn nichts anderes angegeben wird, ist das Zeichenblatt die ruhende Ebene.

Da ω von Punktlagen unabhängig ist, gilt nach Gl. 27 für Punkte A, B einer Ebene

$$v_a = r_a \cdot \omega, \quad v_b = r_b \cdot \omega, \quad v_a : v_b = r_a : r_b. \quad (29)$$

Liegen beide Punkte auf demselben Polstrahl p (Bild 151), so bedingt die der Proportion entsprechende Dreiecksähnlichkeit mit gleichem Spitzenwinkel φ den Polstrahl g als geometrischen Ort für die Endpunkte V der Geschwindigkeitsvektoren aller auf p liegenden Punkte.

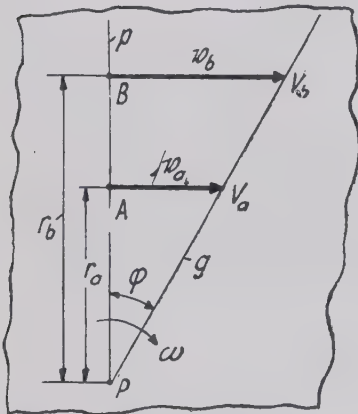


Bild 151. Geschwindigkeiten an einem Polstrahl

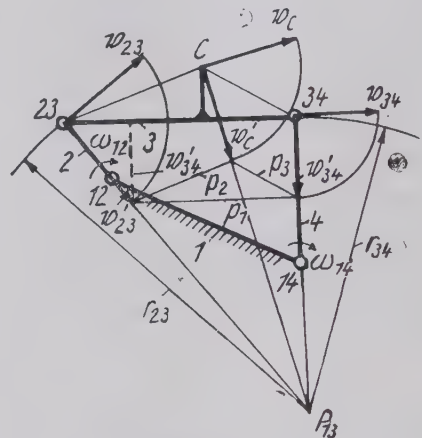


Bild 152. Gedrehte Geschwindigkeiten am Gelenkviereck

Aus Bild 151 folgt auch

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_a}{r_a} = \omega. \quad (30)$$

Das Gelenkviereck (Bild 152) sei an der Kurbel 2 mit der Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 (der Ebene 2 gegen Ebene 1) angetrieben, die bei konstanter Größe aus

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

mit n U/min zu berechnen ist. Da Gelenk 12 Drehpunkt der Ebene 2 an Ebene 1 ist ist der Polstrahl 12—23 und damit die Lage der Geschwindigkeit v_{23} , aus der Winkelgeschwindigkeit auch ihre Richtung bekannt. Mit r_2 als Kurbellänge ist

$$v_{23} = \omega_2^1 \cdot r_2.$$

Da v_{23} auch die Geschwindigkeit eines Punktes der Koppel oder Ebene 3 und deren Pol P_{13} bekannt ist, findet man die Geschwindigkeit v_{34} durch Ermittlung von

$$\omega_3^1 = \frac{v_{23}}{r_{23}} \text{ zu } v_{34} = \omega_3^1 \cdot r_{34} = v_{23} \cdot \frac{r_{34}}{r_{23}}.$$

Da r_{23} und r_{34} umständlich zu berechnen sind, bestimmt man die Geschwindigkeit v_{34} einfacher zeichnerisch mit der gedrehten Geschwindigkeit v'_{23} , die man durch Drehen von v_{23} in der einen oder anderen Richtung in den zugehörigen Polstrahl erhält. In der einmal gewählten Drehrichtung (Bild 152 rechts herum) sind alle Geschwindigkeiten zu drehen. Wenn die gedrehte Geschwindigkeit v'_{34} parallel zu sich entlang der Verbindungsgeraden 23—34 bis zur Deckung ihrer Spitze mit der von v'_{23} verschoben wird, entsteht ein dem Dreieck 23—34— P_{13} ähnliches Dreieck, in dem die oben errechnete Proportion

$$v'_{34} : v'_{23} = r_{34} : r_{23} = v_{34} : v_{23}$$

wegen $v'_{34} = v_{34}$ und $v'_{23} = v_{23}$ gilt. Man findet daher v'_{34} aus v'_{23} als gedrehte Geschwindigkeit der Ebene 3 durch die Parallele p_1 zu 23—34 durch die Spitze von v'_{23} und den Pohlstrahl P_{13-34} . Da dieser durch die Gliedlage 14—34 bekannt ist,

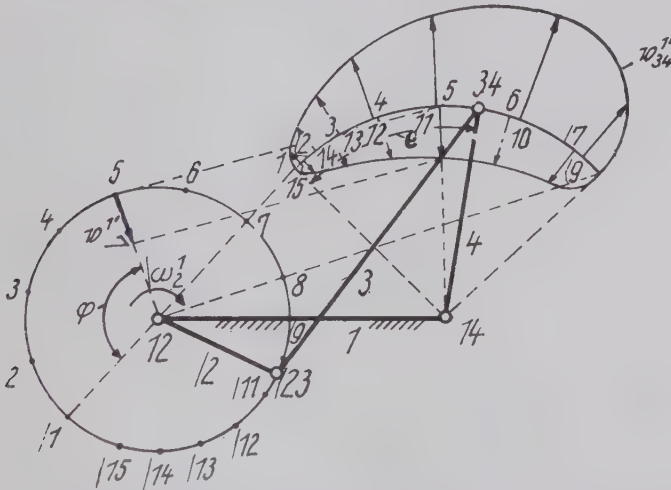


Bild 153. Diagramm gedrehter Geschwindigkeiten an der Schwinge einer Kurbelschwinge

braucht er nicht ermittelt zu werden. Die wahre Geschwindigkeit v_{34} ergibt sich durch Drehen von v'_{34} um 90° entgegengesetzt der Drehrichtung von v_{23} nach v'_{23} . Die Abtriebswinkelgeschwindigkeit ω_{14} ist nun zu berechnen nach

$$\omega_4^1 = \frac{v_{34}}{r_4}$$

mit r_4 als Länge der Schwinge 4.

Die Geschwindigkeit eines Punktes C der Ebene 3 ergibt sich aus den bekannten Geschwindigkeiten v'_{23} , v'_{34} von Punkten derselben Ebene durch Ziehen der Parallelen p_2 zu $23-C$ und p_3 zu $34-C$ oder mit dem Polstrahl $P_{13}-C$ zunächst zu v'_c und durch Drehen um 90° in der Richtung von v'_{23} nach v_{23} in ihrer wahren Lage v_c .

Um einen Überblick über den Geschwindigkeitsverlauf in einem Getriebe, z. B. der Kurbelschwinge (Bild 153) zu erhalten, bei dem die Kurbel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 antreibt und v_{23} , v_{34} ausführlicher als Geschwindigkeiten v_{23}^1 , v_{34}^1 gegenüber der Ebene 1 bezeichnet sind, ermittelt man für verschiedene Lagen der Kurbel 2 die gedrehten Geschwindigkeiten $v_{34}^{1'}$ und verbindet deren Spitzen

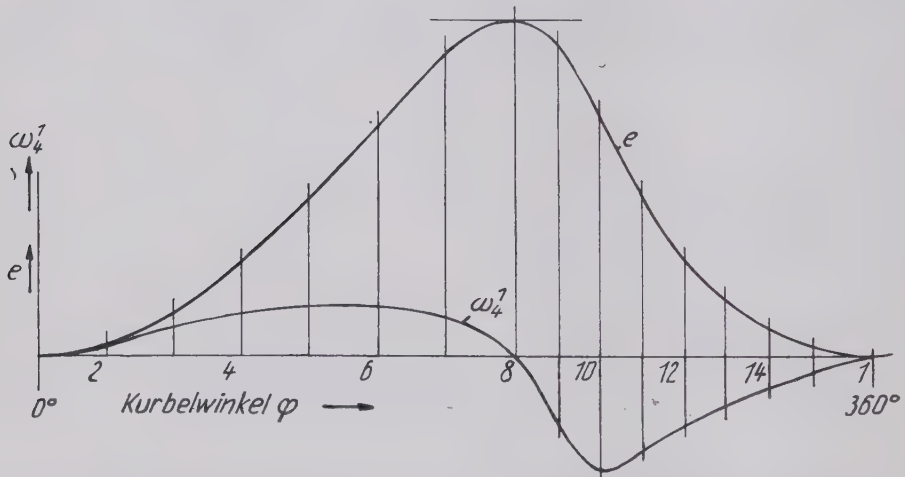


Bild 153 a. Winkelgeschwindigkeit und Schwingenausschlag zu Bild 153 abhängig vom Kurbelwinkel

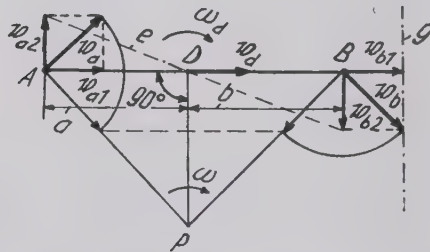


Bild 154. Bewegung einer Geraden als Verschiebe- und Drehbewegung um D

durch einen Kurvenzug oder trägt in einem Diagramm (Bild 153 a) mit dem abgewickelten Kurbelkreis oder bei konstanter Antriebsgeschwindigkeit auch der Zeit die Winkelgeschwindigkeit ω_4^1 und den Schwingenausschlag e als Ordinate ab.

Als Vektor ist die Geschwindigkeit durch beliebige Komponenten ersetzbar. Bestimmt man in einer Ebene (Bild 154) aus der Geschwindigkeit v_a eines Punktes A und dem Momentanpol P die Geschwindigkeit v_b eines Punktes B und ersetzt beide Geschwindigkeiten durch Komponenten v_{a1} , v_{b1} in der Geraden AB und v_{a2} , v_{b2} senkrecht dazu, so folgt aus der Unveränderlichkeit der Länge $\overline{AB}$ in der starren Ebene

$$v_{a1} = v_{b1} = v_d,$$

wobei D der Fußpunkt des Lotes von P auf $\overline{AB}$ sei, und weiter, daß v_b auf einer Senkrechten g zu $\overline{AB}$ durch die Spitze von v_{b1} liegen muß, also bei unbekanntem Pol P nicht ganz beliebig gewählt werden darf. Da v_d die ganze Geschwindigkeit des Punktes D ist, ist hier keine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu AB vorhanden. Der Punkt A hat gegenüber D nur die Geschwindigkeit v_{a2} , führt also relativ zu D nur eine Drehbewegung aus, aus der sich die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_d = \frac{v_{a2}}{a}$$

ergibt. Wegen der Starrheit der Ebene gilt ω_d für die ganze Ebene, so daß auch

$$v_{b2} = \omega_d \cdot b \text{ oder } v_{b2} : b = v_{a2} : a$$

ist. Die Proportion ist in den beiden durch die Gerade e entstehenden Dreiecken enthalten. Die Bewegung einer Ebene kann demnach statt als Drehung um den Pol P auch als Verschiebung mit der Geschwindigkeit v_d des Fußpunktes D des Lotes von P auf irgendeine Gerade AB und gleichzeitige Drehung um D mit einer aus einer Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu AB zu berechnenden Winkelgeschwindigkeit ω_d aufgefaßt werden.

15. Relative Geschwindigkeiten

Eine Geschwindigkeitszerlegung kann auch in der Art nach Bild 155 nützlich sein, wo v_a und v_b mit $v_{a1} = v_{b1}$ gegeben sind und v_b durch eine Komponente

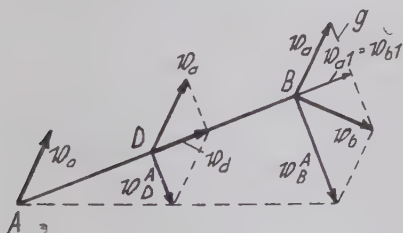


Bild 155. Bewegung einer Geraden als Verschiebung mit v_d u. Drehung um A

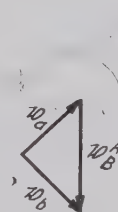


Bild 155 a. Geschwindigkeitsdreieck für Punkt B (Bild 155)

parallel zu v_a und eine Komponente v_B^A senkrecht zu AB ersetzt ist. Die Größen und Pfeilrichtungen ergeben sich aus dem Geschwindigkeitsdreieck (Bild 155 a). Die

zu v_a parallele Komponente von v_b ist auch gleich v_a , weil, wenn man v_a von A nach B verschiebt, die zweite Komponente in der Geraden g liegen muß, damit $v_{a1} = v_{b1}$ sein kann. Da g nach Bild 154 auf AB senkrecht steht, liegt hierin die Komponente v_B^A , zu der nur v_a als andere Komponente paßt. Die Bewegung der Ebene (Bild 155) kann demnach als Verschiebung mit der Geschwindigkeit v_a an sämtlichen Punkten und gleichzeitige Drehung um A mit der Relativgeschwindigkeit v_B^A des Punktes B gegen A oder der relativen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_r = \frac{v_B^A}{r}$$

mit $r = \overline{AB}$ aufgefaßt werden. ω_r ist die Winkelgeschwindigkeit, mit der an einem Gelenk A die Geschwindigkeit des Zapfens im Lager berechnet wird.

Die häufig benützte Relativgeschwindigkeit v_B^A zwischen zwei Punkten derselben Ebene wird am einfachsten mit gedrehten Geschwindigkeiten (Bild 156) bestimmt, wobei die geometrische oder Vektorsumme

$$v'_b = v'_a + v_B^{A'} \quad \text{oder} \quad v_b = v_a + v_B^A$$

gilt. Mit Relativgeschwindigkeit bezeichnet man auch den Geschwindigkeitsunterschied zwischen zwei Punkten verschiedener Ebenen, wobei diese beiden Punkte sich decken und sich deshalb bei ebener Bewegung in der Zeichenebene als ein einziger Punkt projizieren.

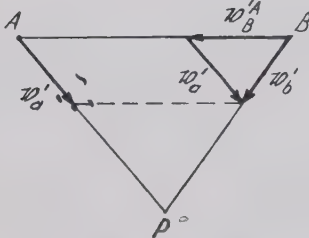


Bild 156. Bestimmung der Relativgeschwindigkeit v_B^A als gedrehte Geschwindigkeit

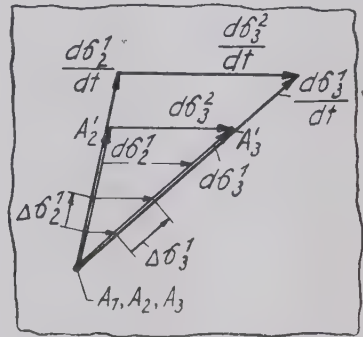


Bild 157. Relativbewegung zwischen drei Punkten dreier Ebenen

Es seien im Bild 157 in einer Anfangslage drei Punkte A_1, A_2, A_3 dreier Ebenen in Deckung, wobei Punkt A_1 in Ruhe bleiben und die Punkte A_2 und A_3 sich in der Zeit dt um die Strecken $d\delta_2$ bewegen sollen. In der unendlich kleinen Zeit dt können die Geschwindigkeiten der Punkte als konstant angenommen werden, so daß die Wege oder Entfernungen $d\delta_2$ des Punktes A_2 und $d\delta_3$ des Punktes A_3 von A_1 in gleichen Abschnitten $\Delta\delta_2^1$ bzw. $\Delta\delta_3^1$ zurückgelegt werden. Hierdurch bleiben

die Entfernungen $\overline{A'_2 A'_3} = d\hat{s}_3^2$ der Lagen, in die die Punkte A_2, A_3 gleichzeitig gelangen, einander parallel. Ein Beobachter auf A_2 würde am Punkte A_3 diese Entfernungsänderung als Weg des Punktes A_3 gegenüber A_2 sehen. Die Entfernungen bilden nach Bild 157 die geometrische Summe

$$d\hat{s}_3^1 = d\hat{s}_2^1 + d\hat{s}_3^2$$

die mit dt dividiert

$$\frac{d\hat{s}_3^1}{dt} = \frac{d\hat{s}_2^1}{dt} + \frac{d\hat{s}_3^2}{dt} \quad \text{oder} \quad v_3^1 = v_2^1 + v_3^2$$

mit v_3^1, v_2^1 als Geschwindigkeiten der Punkte A_3, A_2 gegen Punkt A_1 und v_3^2 als Relativgeschwindigkeit des Punktes A_3 gegen Punkt A_2 ergibt.

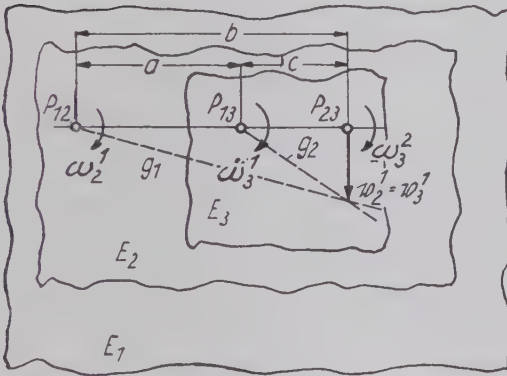


Bild 158. Momentanpole P_{12}, P_{13}, P_{23} bei drei komplan bewegten Ebenen

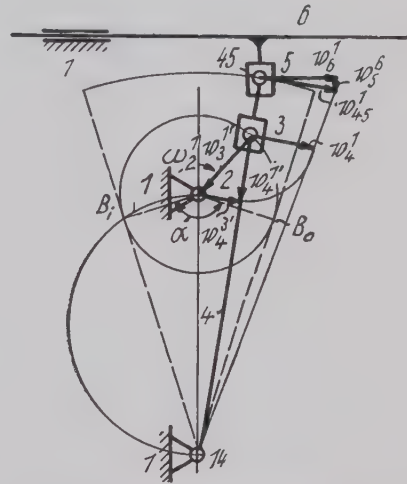


Bild 159. Geschwindigkeitsermittlung an einem Getriebe aus dem Mechanismus (Bild 75) mit Kurbel- und Kreuzschleife

Bild 158 zeigt drei komplan bewegte Ebenen, wovon E_1 ruhend, E_2 um den Pol P_{12} mit der Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 und E_3 um den Pol P_{13} mit der Winkelgeschwindigkeit ω_3^1 bewegt sei.

Die Punkte von Geraden in den einzelnen Ebenen durch die Pole P_{12}, P_{13} haben auf der Geraden senkrecht stehende Geschwindigkeitsvektoren, deren Spitzen auf den Schenkeln g_1, g_2 der Winkel φ_1, φ_2 liegen, die aus

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \omega_2^1, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \omega_3^1$$

zu berechnen sind. Fällt man vom Schnittpunkt der Schenkel das Lot auf $P_{12} P_{13}$, so erhält man einen Punkt P_{23} in beiden Ebenen E_2 und E_3 , der in beiden Ebenen

dieselbe Geschwindigkeit $v_2^1 = v_3^1$ hat. Der Geschwindigkeitsunterschied null zwischen diesen beiden übereinanderliegenden Punkten der Ebene 2 und 3 bedeutet, daß beide Punkte momentan gegeneinander in Ruhe sind, weshalb die Bewegung der einen Ebene gegenüber der anderen nur eine Drehung um den Punkt P_{23} sein kann, der somit der Momentanpol der Relativbewegung der Ebene 3 gegen 2 oder umgekehrt ist. Aus Bild 158 geht hervor, daß die drei zu den Ebenen 1, 2, 3 gehörenden Pole P_{12} , P_{13} , P_{23} nur auf einer Geraden liegen können und daß ferner die Lage des dritten Poles aus der Lage der beiden anderen und den Winkelgeschwindigkeiten zu berechnen ist mit a , b , c als Polentfernungen aus $a + c = b$ und $\omega_2^1 \cdot b = \omega_3^1 \cdot c$ zu

$$c = a \frac{\omega_2^1}{\omega_3^1 - \omega_2^1} \quad \text{und} \quad b = \frac{a \omega_3^1}{\omega_3^1 - \omega_2^1} \quad (31) \text{ u. } (32)$$

Mit der Relativgeschwindigkeit v_3^2 für den Punkt P_{13} der Ebene E_3 erhält man nach Bild 158

$$v_3^2 = v_2^2 + v_3^2 = 0 \quad \text{oder} \quad v_3^2 = -v_2^2,$$

woraus die Richtung von ω_3^2 hervorgeht, und

$$\text{aus} \quad \omega_3^2 \cdot c = \omega_2^1 \cdot a$$

mit Gl. 31

$$\omega_3^1 = \omega_2^1 + \omega_3^2 \quad (33)$$

Für die Ableitung waren für ω_2^1 und ω_3^1 gleiche Drehrichtungen vorausgesetzt, wofür sich ein außerhalb der Strecke a liegender Relativpol P_{23} und gleiche Drehrichtung für ω_3^2 ergab. Bei entgegengesetzten Richtungen von ω_2^1 und ω_3^1 liegt der Pol innerhalb der Strecke a . Für die Berechnung von b und c ist dann in Gl. 31 und 32 eine der beiden Winkelgeschwindigkeiten ω_2^1 , ω_3^1 mit entgegengesetzten Vorzeichen einzusetzen, ebenso in Gl. 33. Das Verhältnis

$$\frac{c}{b} = \frac{\pm \omega_2^1}{\omega_3^1} \quad (33)$$

ist bei gleichgerichteten Winkelgeschwindigkeiten ω_2^1 , ω_3^1 positiv, sonst negativ.

16. Beispiele zur Geschwindigkeitsermittlung

An dem z. B. für Kurzhobler verwendeten, aus dem Mechanismus (Bild 75) zu entwickelnden Getriebe mit Antrieb an Kurbel 2 ist aus der Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 die Geschwindigkeit v_6^1 des Abtriebsgliedes 6 zu bestimmen. Man berechnet aus ω_2^1 die Geschwindigkeit v_3^1 des Gelenkes 23 oder Gliedes 3 an dieser Stelle, trägt sie als gedrehte Geschwindigkeit $v_3^{1'}$ in irgendeinem Maßstab, z. B. des bequemen Zeichnens bei verschiedenen Kurbelstellungen wegen als Länge der Kurbel ab, zeichnet das Geschwindigkeitsdreieck der Gleichung

$$v_4^{1'} = v_3^{1'} + v_4^3,$$

worin außer v_3^1 die Lage der gedrehten Relativgeschwindigkeit $v_4^{3'}$ des Gliedes 4 gegen 3 senkrecht zur Schubrichtung des Gliedes 3 an Glied 4 und die Lage von v_4^1 im Radius des Gliedes 4 bei Glied 3 bekannt sind, dreht v_4^1 entsprechend der Angabe von ω_2^1 in die wahre Lage v_4^1 , bestimmt am Radius 14—45 nach Bild 151 die Geschwindigkeit v_{45}^1 des Gelenkes 45 und ersetzt v_{45}^1 durch eine Komponente v_6^1 in der Schubrichtung des Gliedes 6 gegenüber Glied 1 und eine Komponente v_5^6 , mit der Glied 5 an Glied 6 gleitet.

Am Kurventrieb (Bild 160) aus Mechanismus (Bild 66) ist die Scheibe 2 durch den Grundriß R , den Kuppenkreis r und den Zwischenkreis r' begrenzt. Für die Konstruktion des Nockens 2 sind der halbe Öffnungswinkel α , die Radien R, r mit den Mittelpunkten 12 und M und damit auch die Rollenerhebung h gegeben und der Zwischenkreisradius r' gesucht, der in Punkten A und B dieselben Tangenten wie an Grund- und Kuppenkreis ergeben muß, damit beim Übergang von einem Kreis zum anderen keine Stöße an der Rolle entstehen. Man trägt auf dem Schenkel a von α von A nach M_0 den Radius r ab, errichtet auf $M_0 M$ die Mittelsenkrechte m'

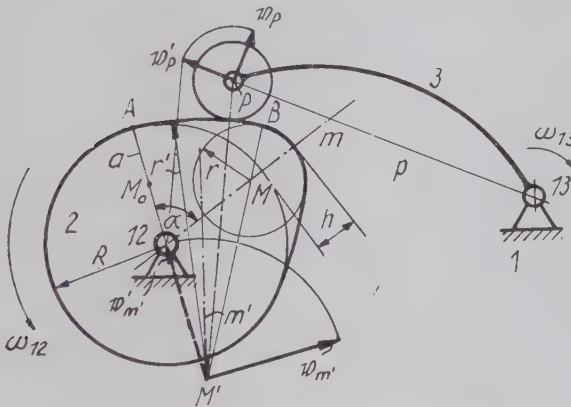


Bild 160. Kurventrieb mit momentanem Ersatz des Kurvenpaares durch ein Zweigelenkglied

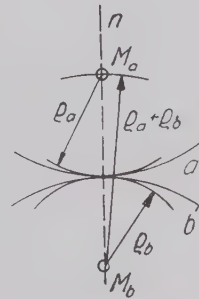


Bild 160a. Ersatz eines Kurvenpaares durch ein Zweigelenkglied

und findet als ihren Schnitt mit a den Mittelpunkt M' und somit den Radius $\overline{M'A} = r'$. Da sich der Mittelpunkt P der Rolle auf einem Kreis um M' bewegt, kann man die Rolle statt durch den Zwischenkreis durch ein gedachtes Zweigelenkglied $M'P$ führen und das Gelenk M' durch eine Kurbel 12— M' treiben. Man hat so den Kurventrieb durch ein Gelenkviereck 12— M' — P —13 ersetzt und bestimmt an ihm nach Bild 152 die Geschwindigkeit v_p und durch Division mit dem Radius p der Bahn von P die Abtriebswinkelgeschwindigkeit ω_3^1 . Dieses Verfahren des Ersatzes eines Kurvenpaares a, b (Bild 160a) durch ein Zweigelenkglied in der Berührungsnormale n mit der Summe der Krümmungsradien ρ_a, ρ_b des Kurvenpaares

an der Berührungsstelle als Länge ist momentan möglich, weil sich der Krümmungsmittelpunkt M_a gegenüber M_b mit dem Zweigelenkglied momentan in derselben Weise wie bei der Führung durch das Kurvenpaar bewegt. Dieser Ersatz erleichtert besonders die Beschleunigungsbestimmung an Glied 3.

An demselben Nockentrieb kann die Geschwindigkeit des Punktes P wie in Bild 161 als v_3^1 bezeichnet, nach dem Verfahren (Bild 157) ermittelt werden. Bei P hat der Nocken 2 die aus der Antriebswinkelgeschwindigkeit zu berechnende Geschwindigkeit v_2^1 , die hier als gedrehter Vektor v_2^1 mit der Länge bis zur Wellenmitte eingezeichnet ist, weil so die Zeichenarbeit der Geschwindigkeitsermittlung für mehrere Nockenlagen geringer wird. Die Geschwindigkeit v_3^1 bei P muß im Polstrahl 13— P und die Relativgeschwindigkeit $v_3^{2'}$ an dieser Stelle zwischen den Ebenen 2 und 3 in der Berührungsnormalen n liegen, weil nur in der gemeinsamen Kurventangente eine Relativbewegung des Punktes P gegenüber dem Nocken stattfinden kann. Mit diesen Angaben kann das Geschwindigkeitsdreieck nach

$$v_3^1 = v_2^1 + v_3^{2'}$$

gezeichnet werden.

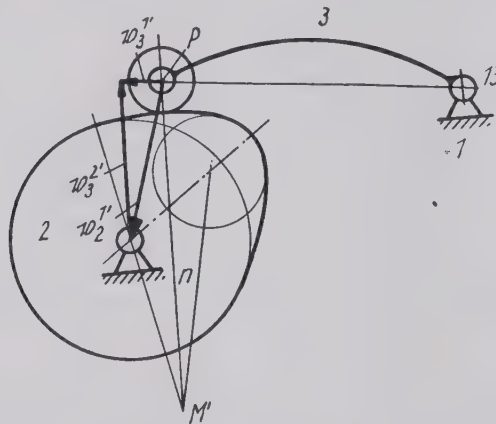


Bild 161. Geschwindigkeitsermittlung mit Hilfe der Relativbewegung

Eine wesentliche Hilfe bei der Geschwindigkeitsermittlung an manchen mehrgliedrigen Kurbeltrieben ist das Ermittlungsverfahren nach Bild 162, wo an den Zweigelenkgliedern die gedrehten Geschwindigkeiten der Gelenke A, B, C bekannt seien und die Geschwindigkeiten der Gelenke A_1, B_1, C_1 gesucht sind. Das Gelenk A_1 hat eine gedrehte Geschwindigkeit, die auf der Parallelen p_a zu AA_1 durch die Spitze von v_a' endigt, für deren Ermittlung jedoch noch ein zweiter geometrischer Ort zu suchen ist. Man findet ihn auf einem Umweg mit der Tatsache, daß nach Bild 162 die Punkte der Geraden A_1D des Gliedes $A_1B_1C_1$ gedrehte Geschwindig-

keiten haben müssen, die ebenfalls auf p_a endigen, weil A_1D sich mit der Geraden AA_1 deckt, und entsprechend wegen der Deckung der Geraden B_1D mit BB_1 die gedrehten Geschwindigkeiten der Punkte der Geraden B_1D auf der Parallelen p_b zu BB_1 endigen, die gedrehte Geschwindigkeit des Schnittpunktes D also im Schnittpunkt von p_a und p_b endigen muß. Mit der jetzt bekannten Geschwindigkeit des Punktes D läßt sich die Parallele p_{cd} zu CD ziehen, deren Schnitt mit der be-

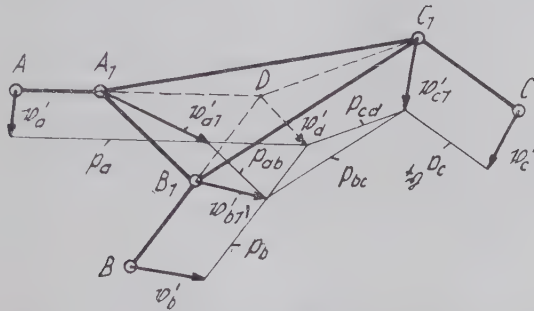


Bild 162. Geschwindigkeitsermittlung mit Hilfspunkt D

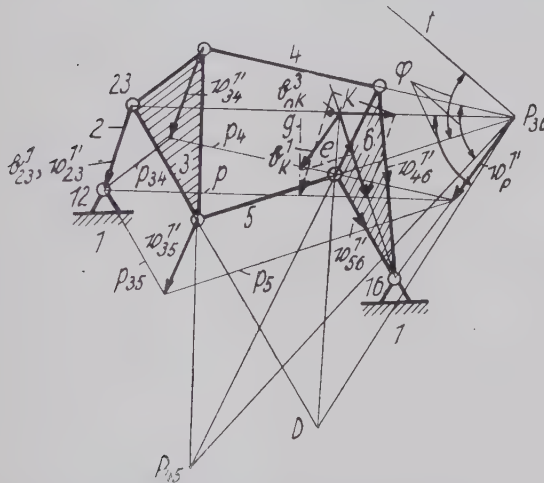


Bild 163. Geschwindigkeitsermittlung durch den Momentanpol P_{36}

kannten Parallelen p_c die gedrehte Geschwindigkeit des Gelenkes C_1 ergibt. Nun findet man mit der Parallelen p_{bc} zu B_1C_1 die gedrehte Geschwindigkeit des Gelenkes B_1 und mit der Parallelen p_{ab} zu B_1A_1 auch die gedrehte Geschwindigkeit von A_1 .

Bei der Geschwindigkeitsermittlung in Bild 163 ist die Geschwindigkeit w''_{23} gegeben und zur Ermittlung der übrigen Geschwindigkeiten der Momentanpol P_{36}

benützt. Da sich das Gelenk 23 momentan gegenüber Glied 6 auf einem Kreisbogen um P_{36} bewegt, kann man ohne Störung der Bewegung für den Augenblick Gelenk 23 und Pol P_{36} durch ein Zweigelenkglied verbinden. Die gedrehte Geschwindigkeit v_p' des Punktes P_{36} des Gliedes 6 muß auf der Parallelen zu 23— P_{36} durch die Spitze von v_{23}' endigen und andererseits im Polstrahl 16— P_{36} liegen, so daß sie durch den Schnittpunkt dieses Polstrahles mit p bekannt wird. Durch die Parallelen p_4 und p_5 werden zunächst die gedrehten Geschwindigkeiten der Gelenke 46 und 56 und durch ihren Schnitt mit den Parallelen p_{34} und p_{35} durch die Spitze von v_{23}' die restlichen Geschwindigkeiten gegenüber dem Glied 1 bekannt.

17. Beschleunigungen an einer komplan bewegten Ebene

Ein Punkt A einer sich um einen festen Punkt P drehenden Ebene (Bild 164) hat momentan die Geschwindigkeit v und nach der Zeit dt die Geschwindigkeit $v+dv$, wobei Punkt A nach A' gekommen ist und der Krümmungsradius r den Winkel $d\varphi$ beschrieben hat. Die Geschwindigkeitsänderung dv kann durch die Komponente dv_n

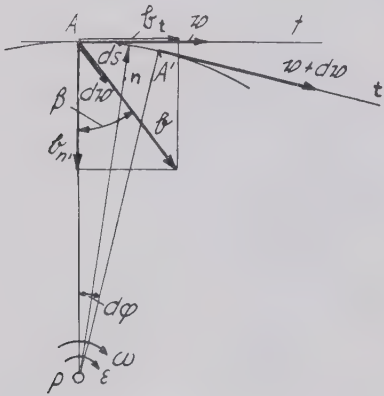


Bild 164. Beschleunigungen gegenüber Pol P

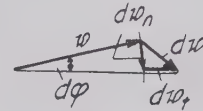


Bild 164 a. Geschwindigkeitsplan

senkrecht zu den Tangenten t und t' und die Komponente dv_t in der Lage von t oder t' ersetzt werden. Da als Beschleunigung b das Verhältnis der Geschwindigkeitsänderung zu der Zeit, in der sie erfolgt, erklärt wird, ist nach

$$dv = dv_n + dv_t$$

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{dv_n}{dt} + \frac{dv_t}{dt} = b_n + b_t \quad (35)$$

die wahre Beschleunigung b die geometrische Summe aus der senkrecht zur Tangente t liegenden Normal- oder Zentripetalbeschleunigung b_n , die entsprechend dem

Vektor dv_n auf den Drehpunkt P zu gerichtet ist, und der in der Tangente liegenden Tangentialbeschleunigung b_t . Für die Größen der Beschleunigungen folgt aus Bild 164 und 164a

$$dv_n = v d\varphi, \quad b_n = \frac{dv_p}{dt} = v \frac{d\varphi}{dt} = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} \quad (36)$$

sowie
$$dv_t = d(v) = d \frac{ds}{dt}, \quad b_t = \frac{dv_t}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \quad (37)$$

oder mit $ds = r \cdot d\varphi$
$$b_t = \frac{d \frac{r d\varphi}{dt}}{dt} = r \cdot \frac{d\omega}{dt} = r\varepsilon \quad (38)$$

wobei $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ Winkelbeschleunigung heißt. Die Größe der wahren oder absoluten Beschleunigung ist

$$b = \sqrt{b_n^2 + b_t^2} = r \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \quad (39)$$

und liegt unter einem Winkel β nach

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b_t}{b_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}, \quad (40)$$

der für alle Punkte einer Ebene gleich ist.

Die Dimension der Beschleunigung ist cm/sec^2 oder m/sec^2 , die der Winkelbeschleunigung sec^{-2} .

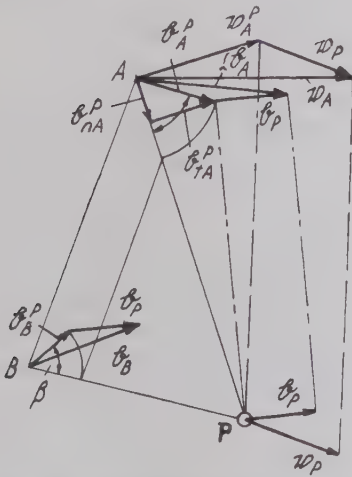


Bild 165. Beschleunigungsermittlung mit gedrehten Vektoren und Polbeschleunigung

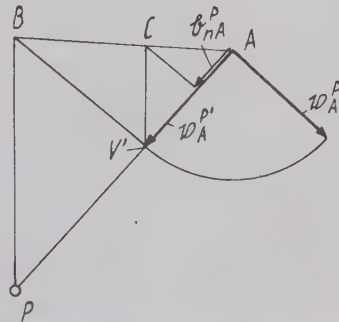


Bild 166. Beschleunigungsermittlung nach Grübler

Die Bewegung einer Geraden PA mit den Geschwindigkeiten v_P und v_A kann nach Bild 165 in die Parallel- oder Translationsbewegung mit der Geschwindigkeit v_P

an allen Punkten und die Dreh- oder Rotationsbewegung mit der Geschwindigkeit v_A^B um den Punkt P zerlegt werden. Für die Rotation gelten die Beschleunigungen b_{nA}^P , b_{tA}^P des Punktes A gegenüber P und für die Translationsbewegung die wegen der Aufrechterhaltung der Parallelbewegung für alle Punkte gleiche Translationsbeschleunigung b_P . Die Beschleunigung A ist daher

$$b_A = b_P + b_A^P$$

mit

$$b_A^P = b_{nA}^P + b_{tA}^P,$$

worin diese Beschleunigungskomponenten aus der Relativgeschwindigkeit v_A^P und der relativen Winkelbeschleunigung ε_A^P zu bestimmen sind.

18. Beschleunigungsermittlung nach Grübler, Anwendung auf die Kurbelschwinge

Die Normalbeschleunigung b_n eines Punktes A gegenüber einem Drehpunkt P ist nach der Beziehung $\frac{b_n}{v} = \frac{v}{r}$ (Gl. 36) mit dem Grüblerschen Verfahren (Bild 166)

aus der gedrehten Geschwindigkeit $v_A^{P'}$ zeichnerisch zu ermitteln, indem man auf einer beliebigen Geraden durch A einen beliebigen Punkt B wählt, zur Geraden PB die Parallele durch V' und durch deren Schnittpunkt C mit AB die Parallele zu BV' zieht, die auf $AP = r$ die Normalbeschleunigung in der richtigen Lage angibt. Aus den Dreiecksähnlichkeiten (Bild 166) ergibt sich

$$\frac{b_n}{v} = \frac{AC}{AB} = \frac{v}{r},$$

wonach Gl. 36 durch die Konstruktion erfüllt ist.

Die Grüblersche Beschleunigungskonstruktion ist wiederholt an der Kurbelschwinge (Bild 167) mit Antriebsglied 2 angewendet und zunächst aus der bekannten gedrehten Antriebsgeschwindigkeit $v_{23}^{1'}$ die Normalbeschleunigung b_{n23}^1 ermittelt, wobei Gelenk 34 als der beliebige Punkt B (Bild 166) gewählt, daher C_1 auf 23—24 mit der Parallelen zu 12—34 durch die Spitze V_1 von $v_{23}^{1'}$ gefunden und durch C_1 die Parallele zu V_1 —34 gezogen wurde. Es ist konstante Antriebswinkelgeschwindigkeit angenommen, daher $b_{n23}^1 = b_{23}^1$ und $b_{t23}^1 = 0$. Der Geschwindigkeitsmaßstab wurde des deutlicheren Bildes wegen groß gewählt. Bei Beschleunigungsbestimmungen für mehrere Getriebelagen empfiehlt es sich, $v_{23}^{1'}$ gleich der Kurbellänge zu machen, wobei C_1 mit 34 und daher b_{n23}^1 mit $v_{23}^{1'}$ zusammenfällt.

Zur Beschleunigungsbestimmung am Gelenk 34 wird $v_{34}^{1'}$ und daraus b_{n34}^1 ermittelt, wozu in Bild 167 23 als Punkt B gewählt, also die Parallele zu 14—23 durch V_2 bis C_2 und durch C_2 die Parallele zu 23— V_2 gezogen wurde. Da Gelenk 34 außer der Normalbeschleunigung eine zu ihr senkrechte Tangentialbeschleunigung haben kann, errichtet man in der Spitze von b_{n34}^1 die Senkrechte e als den geometrischen Ort für die Spitze der resultierenden Beschleunigung b_{34}^1 . Den zweiten geometrischen

Ort findet man durch Beschleunigungsermittlung nach Bild 165, indem man in Bild 167 zunächst die gedrehte Relativgeschwindigkeit $v_{34}^{23'}$ und mit ihr die relative Normalbeschleunigung b_{n34}^{23} ermittelt, wozu 14 als Punkt B gewählt, durch V_3 die Parallele zu 23—14 bis C_3 und durch C_3 die Parallele zu V_3 —14 gezogen wurde. Da sich die Beschleunigung des Gelenkes 34 als Vektorsumme

$$b_{34}^1 = b_{23}^1 + b_{n34}^{23} + b_{t34}^{23}$$

schreiben läßt, addiert man in Bild 167 zu b_{n34}^{23} den Vektor b_{23}^1 und legt durch dessen Spitze die Senkrechte g zu 23—34, da in ihr b_{t34}^{23} und somit die Spitze von b_{34}^1 liegen muß. Da sie auch auf e liegt, ergibt der Schnittpunkt von g und e die Beschleunigung b_{34}^1 .

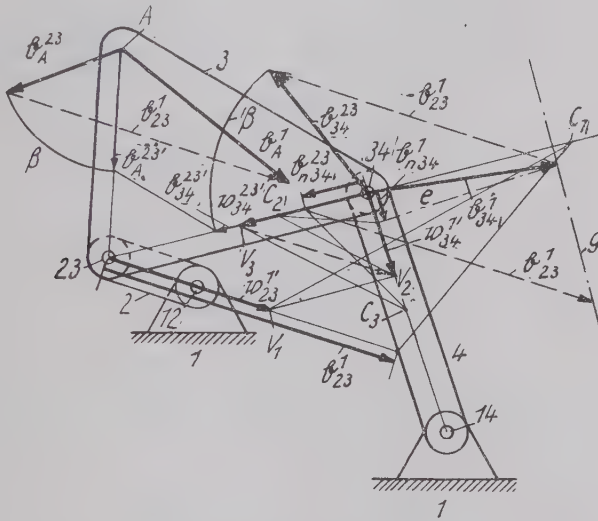


Bild 167. Beschleunigungsbestimmung an der Kurbelschwinge nach Grübler

Die zu 14—34 senkrechte Tangentialbeschleunigung b_{t34}^1 , durch die Länge 14—34 dividiert, gibt die Winkelbeschleunigung ε_4^1 der Schwinge 4.

Die Beschleunigung b_A^1 eines beliebigen Punktes A der Koppel 3 kann mit der Relativbeschleunigung b_{34}^{23} gefunden werden, die man durch Addition des Vektors $-b_{23}^1$ zu b_{34}^1 findet und um den Winkel β in die Gerade 23—34 dreht. Nach Bild 165 wird in Bild 167 durch die Spitze der gedrehten Beschleunigung $b_{34}^{23'}$ die Parallele zu 34—A bis zum Schnitt mit 23—A gezogen und die so ermittelte gedrehte Relativbeschleunigung $b_A^{23'}$ in die wahre Lage b_A^{23} gedreht. Die Addition des Vektors b_{23}^1 ergibt die Beschleunigung b_A^1 gegenüber dem ruhenden Glied.

Die Winkelbeschleunigung ε_4^1 kann, wenn für ω_4^1 das Winkelgeschwindigkeits-Zeitdiagramm bekannt ist, aus diesem durch graphisches Differenzieren in üblicher Weise oder genauer nach *Sauer* ermittelt werden.

In Grenzlagen der Kurbelschwinge, z. B. in Bild 168, ist die Geschwindigkeit des Gelenkes $34 = 0$ und daher die gedrehte Relativgeschwindigkeit $v_{34}^{23'}$ gleich und entgegengesetzt der Geschwindigkeit $v_{23}^{1'}$. Zur Ermittlung der relativen Normalbeschleunigung b_{34}^{23} ist Gelenk 14 als Punkt *B* gewählt, daher die Gerade 14—34 ein geometrischer Ort für *C*, durch die Spitze *V* die Parallele zu 23—14 als zweiter

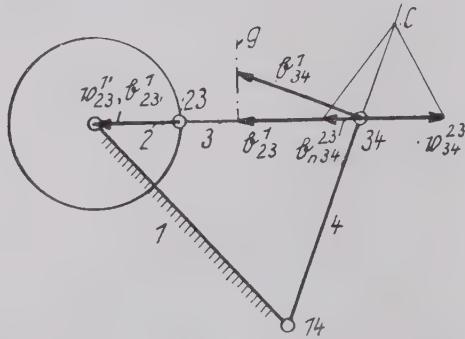


Bild 168. Beschleunigungsermittlung in der Kurbelschwingengrenzlage

geometrischer Ort zu ziehen und durch *C* die Parallele zu 14—*V* zu legen. Die Addition von $b_{23}^{1'}$ zu b_{23}^{23} ergibt die Senkrechte *g* zu 23—34 als geometrischen Ort für $b_{34}^{1'}$, die auf 14—34 senkrecht steht, weil momentan die Geschwindigkeit der Schwinge 4 = 0 ist.

Die in Bild 167 und 168 ermittelten Beschleunigungen sind durch den Geschwindigkeitszustand bedingt. Wird Glied 2 mit Winkelbeschleunigung angetrieben, so entsteht eine Tangentialbeschleunigung $b_{t23}^{1'}$, die zu den schon ermittelten Beschleunigungen an der Koppel 3 zu addieren ist, um den neuen Beschleunigungszustand zu erhalten.

Der Beschleunigungsmaßstab *d* ergibt sich aus dem Längenmaßstab 1 cm = *a* mm und dem Geschwindigkeitsmaßstab 1 cm/sec = *c* mm, wenn $r' = r \cdot a$ mm die gezeichnete und *r* die wirkliche Länge und $v' = v \cdot c$ mm die gezeichnete Geschwindigkeitsgröße und *v* die wirkliche Geschwindigkeit und entsprechend in $b' = b \cdot d$ mm *b'* die gezeichnete und *b* die wirkliche Beschleunigung ist, aus

$$\frac{b'}{d} = b = \frac{v^2}{r} = \frac{v'^2}{c^2} \cdot \frac{a}{r'}, \quad d = \frac{c^2}{a}.$$

19. Beschleunigungszustand einer Ebene

Krümmungsmittelpunktbestimmung durch die Beschleunigung

Die Bewegung einer komplan bewegten Ebene sei in Bild 169 durch die Rast- und Gangpolbahn μ und ν mit dem Momentanpol P , der zugehörigen Polbahnnormalen n und Tangente t , die Winkelgeschwindigkeit ω und Beschleunigung ε der Drehung um den Pol und die Beschleunigung b_P des Poles P , der in diesem Fall der in der bewegten Ebene liegende Drehpunkt ist. Als solcher hat er die Geschwindigkeit 0. Außerdem versteht man unter Pol auch den Berührungspunkt der beiden Polbahnen. Als Berührungspunkt betrachtet hat der Pol eine Polwechsel-

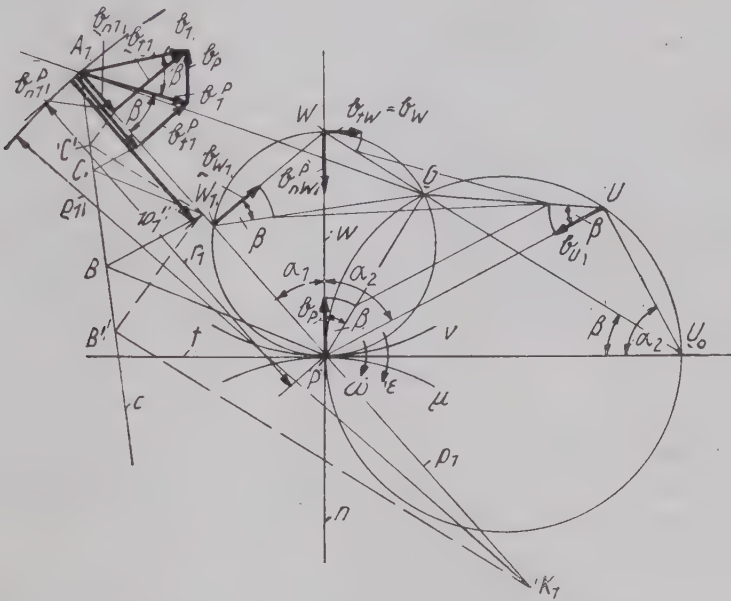


Bild 169. Ermittlung von Beschleunigungen und Krümmungsradien an der komplan bewegten Ebene, Bressesche Kreise

geschwindigkeit entlang der Rast- und Gangpolbahn, also in der Tangente t , die wegen des Abrollens der Polbahn für beide Bahnen gleich groß ist und später näher betrachtet wird. Die Polbeschleunigung b_P muß auf t senkrecht stehen, weil sich der Punkt P der bewegten Ebene wegen des Rollens der Polbahnen nur in dieser Richtung in Bewegung setzen kann.

Für einen beliebigen Punkt A_1 im Abstand r_1 vom Pol ist $v_1 = r_1 \omega$, $b_{n1}^P = r_1 \omega^2$, $b_{t1}^P = r_1 \varepsilon$, wobei b_{n1}^P nach Bild 166 mit der beliebigen Geraden c durch A_1 und den Punkten B und C für P und A_1 konstruiert werden kann. Zur Beschleunigung

$\mathfrak{b}_1^P = \mathfrak{b}_{n1}^P + \mathfrak{b}_{t1}^P$ ist nach Bild 165 die Polbeschleunigung $\mathfrak{b}_P$ zu addieren, um nach $\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{b}_P + \mathfrak{b}_1^P$ die Beschleunigung von A_1 gegen die ruhende Ebene zu erhalten.

Nach $\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{b}_{n1} + \mathfrak{b}_{t1}$ ist die Beschleunigung von A_1 durch eine Normal- und Tangentialbeschleunigung gegenüber der ruhenden Ebene ersetzbar. $\mathfrak{b}_{t1}$ ist für die von der ruhenden Ebene aus gesehene Änderung der Größe der Geschwindigkeit maßgebend, $\mathfrak{b}_{n1}$ für die Richtungsänderung (Bild 164) der Geschwindigkeit und Krümmung der Bahn. Durch drei aufeinanderfolgende, unendlich benachbarte Lagen eines Punktes A_1 ist eindeutig ein Kreis zu legen, der Krümmungskreis heißt und dessen Bogenelement sich in zweiter Annäherung mit dem Bahnelement von A_1 deckt. Demnach kann momentan die Bewegung von A_1 gegenüber der ruhenden Ebene als Bewegung auf dem Krümmungskreis mit K_1 als Mittelpunkt und ϱ_1 als Krümmungsradius angesehen werden. Da $\mathfrak{b}_{n1}$ die Normalbeschleunigung gegenüber der ruhenden Ebene und daher auch im Krümmungskreis ist, gilt nach Gl. 36

$$v_1^2 = \mathfrak{b}_{n1} \cdot \varrho_1,$$

wonach aus $\mathfrak{b}_{n1}$ und v_1 der Krümmungsradius ϱ_1 zu berechnen oder nach Grüber (C' und B' , Bild 169) zu konstruieren ist.

Für einen anderen Punkt A_1 der bewegten Ebene könnte mit der gedrehten Beschleunigung $\mathfrak{b}_1^{P'}$ wie in Bild 165 die gedrehte Beschleunigung $\mathfrak{b}_2^{P'}$ ermittelt, daraus durch Zurückdrehen um den Winkel β $\mathfrak{b}_2^P$ und durch Addition von $\mathfrak{b}_P$ die Beschleunigung $\mathfrak{b}_2$ gefunden werden. Den zugehörigen Krümmungsradius ϱ_2 findet man auf dem Polstrahl PA_2 mit $\mathfrak{b}_{n2}$ und v_2 .

20. Bressesche Kreise. Formel von Euler-Savary.

Am Punkt W der bewegten Ebene auf der Polnormalen n im Abstand w von P (Bild 169), dessen Beschleunigung $\mathfrak{b}_{nW}$ gegenüber der ruhenden Ebene $= 0$ ist, der also nur eine Tangentialbeschleunigung $\mathfrak{b}_W = \mathfrak{b}_{tW}$ hat, muß

$$\mathfrak{b}_{nW} + \mathfrak{b}_P = 0 \quad \text{und} \quad w \cdot \omega^2 = \mathfrak{b}_P$$

sein. Für einen ebensolchen Punkt W_1 auf dem Polstrahl p_1 ist

$$\mathfrak{b}_P \cdot \cos \alpha_1 = \overline{PW_1} \cdot \omega^2 \quad \text{oder} \quad w \cdot \cos \alpha_1 = \overline{PW_1},$$

wonach die Punkte W_1, W_2 usw., die einen Wendepunkt ihrer Bahn durchlaufen, auf einem Kreis mit $\overline{PW}$ als Durchmesser liegen, der daher Wendekreis heißt und in W den Wendepol hat, durch den sämtliche Wendetangenten gehen.

Für Punkte, die keine Normal- und nur Tangentialbeschleunigung $\mathfrak{b} = \mathfrak{b}_t$ haben, ist

$$\overline{PU} \cdot \varepsilon = \mathfrak{b}_P \cdot \sin \alpha, \quad \overline{PU} = \frac{\mathfrak{b}_P}{\varepsilon} \sin \alpha = w \cdot \frac{\omega^2}{\varepsilon} \cdot \sin \alpha$$

oder

$$\overline{PU} = \frac{w}{\operatorname{tg} \beta} \cdot \sin \alpha.$$

$\frac{w}{\operatorname{tg} \beta}$ ist im rechtwinkligen Dreieck mit w als Kathete die Strecke $\overline{PU}_0$ der Poltangente t , so daß nach dem Rechnungsergebnis die Punkte U ohne Tangentialbeschleunigung auf dem Kreis mit $\overline{PU}_0$ als Durchmesser liegen. Da die Tangentialbeschleunigung 0 einen Richtungswechsel der Änderung der Geschwindigkeitsgröße bedeutet, haben die Punkte auf dem als Wechselkreis bezeichneten Kreis PU_0 ein Maximum oder Minimum ihrer Bahngeschwindigkeit.

Wende- und Wechselkreis heißen *Bressische Kreise*.

Der Wechselkreis schneidet den Wendekreis im Momentanpol P und im Beschleunigungspol G , dessen Beschleunigung wegen des Fehlens einer Normal- und Tangentialbeschleunigung $= 0$ ist.

Die wegen der Tangentialbeschleunigung 0 in den Polstrahlen PU liegenden Beschleunigungen b_U der Punkte U des Wechselkreises bilden mit den Strahlen GU vom Beschleunigungspol denselben Winkel β als Umfangswinkel über der Sehne $\overline{PG}$. Der Winkel WPG ist als Sehnentangentenwinkel ebenfalls β . Allgemein bildet jede Beschleunigung b_A mit dem Strahl GA den Winkel β , weil die Beschleunigungen b_A gegenüber G als beschleunigungsfreien Punkt Relativbeschleunigungen entsprechend den Beschleunigungen b_A^P (Bild 165) gegenüber P sind. Nach Gl. 39 war in Bild 165 b_A^P der Strecke PA proportional, weshalb hier, da G an die Stelle von P und b_A an die Stelle von b_A^P tritt, b_A der Strecke GA proportional ist. Daher können mit den Strahlen GA die Beschleunigungen der Punkte der Ebene aus einer bekannten Beschleunigung ebenso ermittelt werden, wie die Beschleunigung b_B^P (Bild 165) aus b_A^P mit P ermittelt wurde.

Der Beschleunigungspol G wird aus zwei bekannten Beschleunigungen b_1, b_2 mit Hilfe der bisher benützten Tatsache, daß die Relativbeschleunigungen gegenüber irgendeinem Drehpunkt P oder G stets unter demselben Winkel β liegen, dadurch ermittelt, daß man nach Bild 170 über A_1, A_2, S den Kreis schlägt, der β als Umfangswinkel über der Sehne $\overline{GS}$ enthalten muß und die Relativbeschleunigung b_2^1 bildet, die mit $\overline{A_1A_2}$ den Winkel β einschließt, der, an b_1 abgetragen, den Beschleunigungspol G ergibt.

In Bild 169 ist

$$b_{n1} = \frac{v^2}{\rho} = b_{n1}^P - b_P \cdot \cos \alpha = \frac{v^2}{r} - b_{nw}^P \cdot \cos \alpha$$

und mit

$$v = r \cdot \omega, \quad b_{nw}^P = w \cdot \omega^2$$

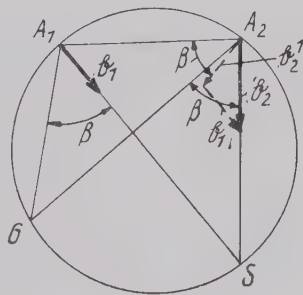


Bild 170. Ermittlung des Beschleunigungspoles G aus zwei bekannten Beschleunigungen

$$\frac{r^2}{\varrho} = r - w \cos \alpha,$$

woraus mit $\overline{PK} = R$ und $\varrho = r + R$

$$\frac{1}{w} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) \cos \alpha \quad (41)$$

als *Euler-Savarysche* Formel folgt. Wenn R und r auf derselben Seite von P liegen, ist $\varrho = \pm (r - R)$, womit das Vorzeichen in der Klammer negativ wird.

Nach der Form

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{w \cos \alpha}{R} \quad (42)$$

der Gl. 41 kann z. B. nach Bild 171 aus dem Krümmungsradius ϱ_2 und dem Pol P die Sehne PW_2 des Wendekreises dadurch gefunden werden, daß man r_2 in eine beliebige Lage r'_2 dreht, den Endpunkt Y_2 mit K_2 verbindet, durch P die Parallele zu r'_2 zieht und durch einen Kreisbogen die Strecke PX_2 auf PA_2 überträgt, wodurch der Punkt W_2 auf PA_2 bekannt wird. Die Senkrechte in W_2 auf PW_2 geht durch den Wendepol W , für den man durch Anwendung derselben Konstruktion auf einen bekannten Krümmungsradius ϱ_1 als zweiten geometrischen Ort die Senkrechte W_1W zu PW_1 findet. Mit dem bekannten Wendekreis findet man durch Umkehrung der beschriebenen Konstruktion aus der vom Polstrahl gebildeten Wendekreissehne für jeden Punkt des Polstrahles den zugehörigen Krümmungsmittelpunkt.

Setzt man in Gl. 41 $r = d \cos \alpha$, $R = D \cos \alpha$, so wird daraus

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{d} + \frac{1}{D}. \quad (43)$$

Wenn d zum Durchmesser eines Kreises (Bild 171) gemacht wird, so muß auch D ein Kreisdurchmesser sein, die beide auf der Polnormalen mit P als Berührungspunkt liegen, weil auch

$$\frac{1}{w \cos \alpha} = \frac{1}{d \cos \alpha} + \frac{1}{D \cos \alpha}$$

für jeden Polstrahl erfüllt sein muß.

Demnach haben die Punkte auf dem Kreis d die Krümmungsmittelpunkte ihrer Bahnen auf dem Kreis D .

21. Bestimmung der Krümmungsradien durch die Polwechselgeschwindigkeit

Die Ermittlung der Krümmungsradien aus Geschwindigkeit und absoluter Normalbeschleunigung durch Rechnung nach Gl. 36, das *Grüblersche* Verfahren (Bild 169) oder den Höhensatz des rechtwinkligen Dreiecks mit der Geschwindigkeit als Höhe und Normalbeschleunigung und Krümmungsradius als Hypotenusenabschnitten ist unabhängig vom Pol und immer anwendbar, doch sind oft die Beschleunigungen hierfür erst zu ermitteln. Wenn der Pol und zwei Krümmungsradien bekannt sind,

ist die Ermittlung von Krümmungsradien über den Wendekreis nach Bild 171 oder durch Rechnung nach Gl. 41 und ohne Wendekreis mit Hilfe der Geschwindigkeiten nach *Hartmann* einfacher.

Während sich der Krümmungsradius $\overline{K_1 A_1} = \varrho_1$ (Bild 171) um K_1 dreht und A_1 ein Bogenelement seiner Bahn beschreibt, fällt der Krümmungsradius stets mit dem

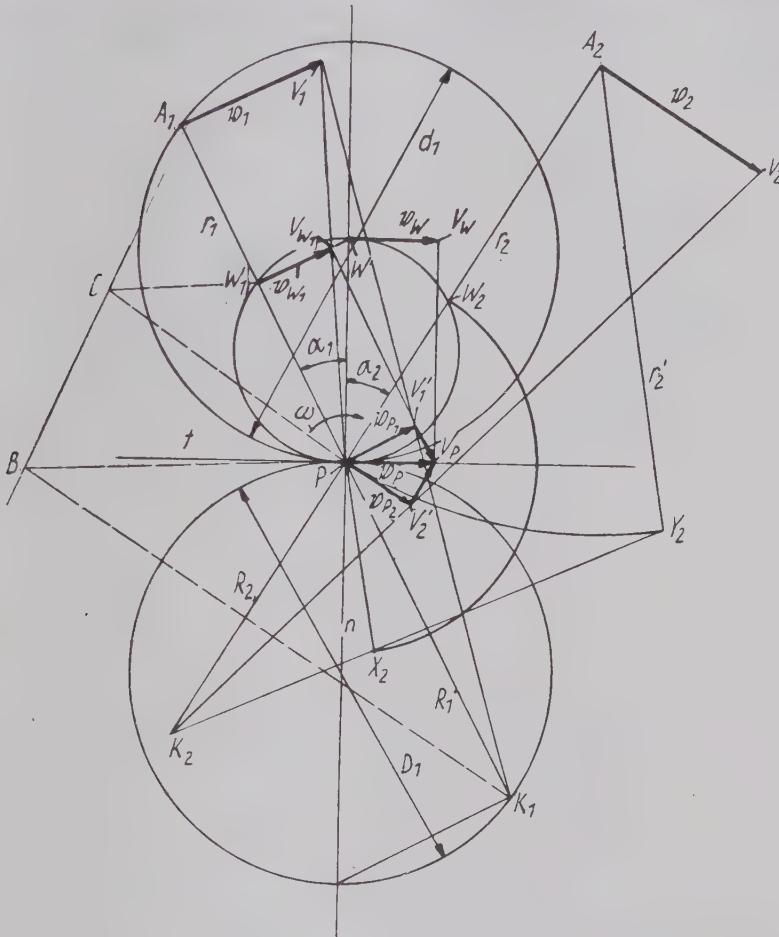


Bild 171. Beziehung zwischen Krümmungsradien, Wendekreissehne und Polwechselgeschwindigkeit

Polstrahl zusammen, weil beide zur Bahntangente von A_1 senkrecht stehen. Infolgedessen wandert Pol P als Berührungspunkt zwischen Rast- und Gangpolbahn mit dem Krümmungsradius und hat daher senkrecht zu $\overline{K_1 A_1}$ die Geschwindigkeit

$$v_{P1} = \frac{v_1}{\rho_1} \cdot R_1.$$

Er kann sich außerdem in Richtung des Polstrahles bewegen. Der Pol P bewegt sich ebenfalls mit dem Krümmungsradius $\overline{K_2 A_2} = \varrho_2$ mit der Geschwindigkeit

$$v_{P2} = \frac{v_2}{\varrho_2} \cdot R_2$$

und gleichzeitig in der Richtung dieses Polstrahles. Gegenüber der ruhenden Ebene bewegt sich der Pol als Berührungspunkt zwischen Rast und Gangpolbahn entlang der Rastpolbahn momentan in der Polbahntangente t mit der Polwechselgeschwindigkeit

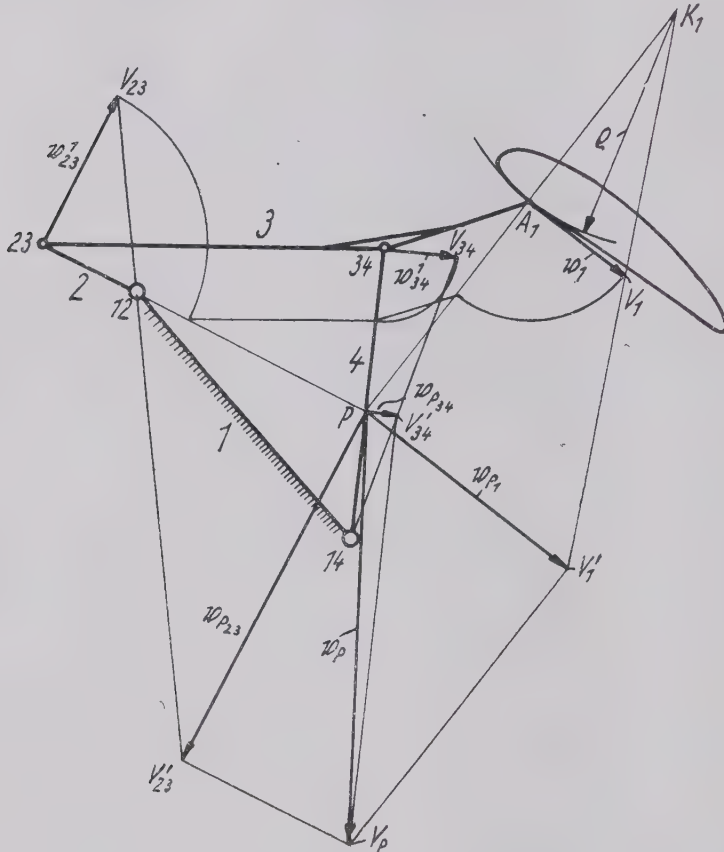


Bild 172. Bestimmung von Polwechselgeschwindigkeit und Krümmungsradius an der Kurbelschwinge

keit v_P , die sich als Vektorsumme aus der zum Krümmungsradius senkrechten Geschwindigkeit v_{P1} und der im Krümmungsradius liegenden Komponente ergibt. Um aus zwei bekannten Krümmungsradien (Bild 171) die Polwechselgeschwindigkeit zu finden, bestimmt man die Geschwindigkeiten v_1 , v_2 der Punkte A_1 , A_2 z. B. nach

Bild 152, verbindet die Spitzen V_1, V_2 mit den Krümmungsmittelpunkten K_1, K_2 , errichtet in P die Senkrechten und zieht durch deren Schnittpunkte V'_1, V'_2 zu deren Krümmungsradien die Parallelen, die sich in der Spitze V_P von v_P schneiden. Damit ist die Tangente t und Normale n bekannt, so daß auch der Wendekreis gezeichnet werden kann, dessen Wendepol W eine Geschwindigkeit $v_W = v_P$ hat, weil der zugehörige Krümmungsmittelpunkt wegen des Wendepunktes im Unendlichen liegen und daher $\overline{V_P V_W} \parallel \overline{P W}$ sein muß. Entsprechend ist $v_{W1} = v_{P1}, v_{W2} = v_{P2}$ usw.

In umgekehrter Reihenfolge dient das Verfahren von *Hartmann* zur Ermittlung von Krümmungsradien wie an der Kurbelschwinge (Bild 172), wo an der Koppel 3 die Kurbel- und Schwingendrehpunkte 12 und 14 als zu den Punkten 23 und 34 gehörende Krümmungsmittelpunkte bekannt sind. Daher zieht man die Geraden $V_{23}-12, V_{34}-14$, errichtet im Pol P auf den Polstrahlen $P-23, P-34$ die Senkrechten und zieht durch die Schnittpunkte V'_{23}, V'_{34} die Parallelen zu den Polstrahlen, die V_P ergeben. Zur Ermittlung des Krümmungsmittelpunktes K_1 eines Punktes A_1 der Koppel wird durch die gedrehten Geschwindigkeiten die Geschwindigkeit v_1 bestimmt, durch P die Parallele hierzu und durch V_P die Parallele zu PA_1 gezogen. Die Verbindungsgerade V_1', V_1 schneidet den Strahl PA_1 in K_1 .

22. Wende- und Krümmungskreisermittlung aus zwei Krümmungsradien

Mit $\overline{A_1 W_1} = r_1 - w \cdot \cos \alpha_1$ (Bild 171) wird aus Gl. 42

$$\frac{r_1}{\varrho_1} = \frac{r_1 - \overline{A_1 W_1}}{R_1}$$

und mit $\varrho_1 = r_1 + R_1$

$$\overline{A_1 W_1} = \frac{r_1^2}{\varrho_1}, \quad (44)$$

weshalb *Grübler* seine Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes (Bild 166 oder 169) auch zur Krümmungsmittelpunktermittlung mit dem Wendekreis (Bild 171) verwendet hat, wobei durch A_1 eine beliebige Gerade gelegt und auf ihr der beliebige Punkt C gewählt wird. Das zum Dreieck $W_1 CP$ ähnliche Dreieck PBK_1 liefert in K_1 den gesuchten Krümmungsmittelpunkt.

An der Kurbelschwinge (Bild 173) sei die Polkurventangente t durch die als Krümmungsradien für Koppelpunktbahnen bekannten Längen der Kurbel 2 und Schwinge 3 zu bestimmen. Es sei, was zur Tangentenbestimmung nicht nötig ist, ein Wendekreispunkt durch umgekehrte Anwendung der *Grüblerschen* Konstruktion nach Gl. 44 und Bild 171 ermittelt, indem in Bild 173 als beliebige Gerade die Koppelgerade 23—34 und als Punkt B der Momentanpol P_{24} als ihr Schnittpunkt mit der Steggeraden 12—14 gewählt und dem Dreieck $P_{13}12P_{24}$ das Dreieck $W_{23}P_{13}C$ ähnlich gemacht wird, wodurch auf dem Strahl $P_{13}23$ der Wendekreispunkt W_{23} bekannt wird. Durch die Wahl der Geraden 23—24 und den Pol P_{24}

als Punkt B für die Grüblersche Konstruktion gilt sie sowohl für den Punkt 23 mit Krümmungsmittelpunkt 12 wie für Punkt 34 mit Krümmungsmittelpunkt 14, so daß der Schnittpunkt W_{34} der Geraden CW_{23} mit der Schwinde ebenfalls ein

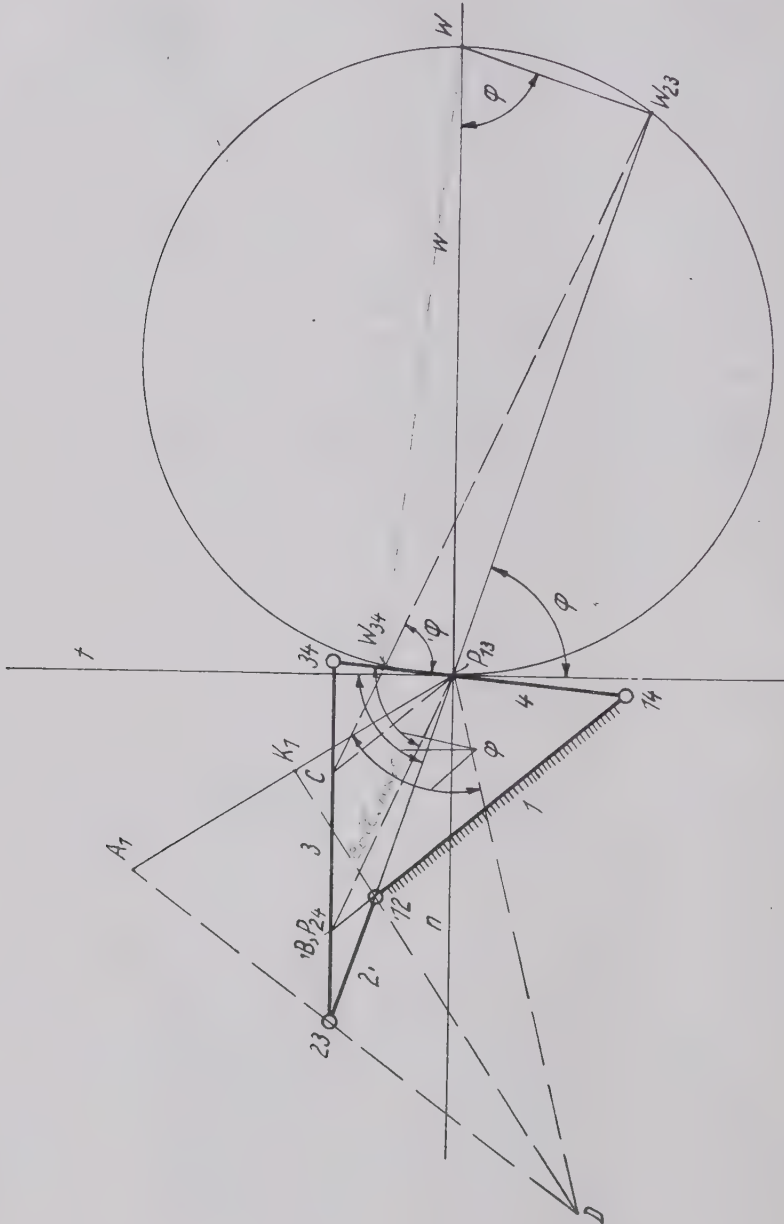


Bild 173. Wendekreis- und Krümmungsmittelpunktermittlung nach Bobillier

Punkt des Wendekreises ist. Die Senkrechten in W_{23} auf $P_{18}W_{28}$ und in W_{34} auf $P_{13}W_{34}$ schneiden sich im Wendepol W , wodurch der Wendekreis, die Polkurvennormale n und die Tangente t bekannt sind.

Als Umfangswinkel über derselben Sehne $\overline{P_{13}W_{23}}$ sind die Winkel φ bei W_{34} und W einander gleich und gleich den beiden Sehnen-Tangentenwinkeln φ bei P_{13} . Der Winkel $P_{24}P_{13}34$ ist als Wechselwinkel zum Winkel φ bei W_{34} ebenfalls φ . Man findet daher nach *Bobillier* die Tangente t ohne Wendekreis dadurch, daß man durch den Pol P_{24} den Winkel $34P_{13}P_{24} = \varphi$ an der Schwinge 14—34 bestimmt und ihn nach Bild 173 in entgegengesetztem Sinne an der Kurbel abträgt. Man kann auch den Winkel $P_{24}P_{13}23$ als Winkel φ betrachten und ihn entgegengesetzt an P_{13} —34 abtragen.

Wenn A_1 ein beliebiger Punkt der Koppel und K_1 der zur momentanen Lage gehörende Krümmungsmittelpunkt ist, würde am augenblicklichen Bewegungszustand der Koppelebene nichts geändert, wenn unter Beibehaltung der Kurbel 2 statt der Schwinge 4 eine Schwinge mit A_1 als Koppel- und K_1 als Steggelenk ausgeführt würde. Daher bleibt der Wendekreis mit Tangente t und dem Winkel φ zwischen t und Kurbel 2 erhalten. Der Satz von *Bobillier* auf das Gelenkviereck mit Kurbel 2 und Schwinge K_1A_1 angewendet, ergibt die *Aronholdsche* Bestimmung des Krümmungsmittelpunktes K_1 in der Weise, daß der Winkel $P_{24}P_{13}35 = \varphi$ gleichsinnig von $P_{13}A_1$ abgetragen und von seinem Schnittpunkt D mit 23 A_1 als Momentanpol der Relativbewegung zwischen Schwinge K_1A_1 und Kurbel 2 die Gerade $D12$ gezogen wird, die den Polstrahl P_{13} — A_1 in K_1 schneidet.

23. Die Kreisungspunktkurve

Unter den Punkten einer komplan bewegten Ebene (Koppel 3 Bild 174) gibt es solche, die augenblicklich ein Bahnelement mit vierpunktig berührendem Krümmungskreis durchlaufen. Ihr geometrischer Ort ist die *Müllersche* Kreisungspunktkurve k , die eine Fokalkurve dritter Ordnung mit einem Doppelpunkt im Momentanpol P_{18} ist und die Polbahntangente t und Normale n als Tangenten hat.

Die Wichtigkeit des vierpunktig berührenden Krümmungskreises, der in Bild 174 für das Gelenk 35 mit dem Radius ϱ eingezeichnet ist, liegt für den Getriebebau darin, daß sich der Krümmungskreis auf einer erheblich größeren Strecke angenähert mit der Koppelkurve k_{35} deckt als ein dreipunktig berührender Krümmungskreis. Wenn in der an der Kurbel 2 angetriebenen Kurbelschwinge zum Punkt 35 z. B. nach dem Verfahren von *Bobillier* (Bild 173) mit Hilfe des Winkels φ' bei bekannter Polkurventangente t und der Koppelgeraden 34—35 der Schnittpunkt D und durch die Gerade 14— D der Krümmungsmittelpunkt 56 zum Koppelpunkt 35 auf dem Polstrahl P_{13} —35 bestimmt und der Punkt 56 zum Gelenk der Glieder 5 und 6 gemacht wird, so bleibt das bei 16 an den Steg 1 angelenkte Glied 6 bei einem größeren Drehwinkel der Kurbel 2 angenähert in Ruhe. Die Kreisungspunktkurve

einen Winkel $23-x-S=2\varphi_x$ halbiert. Hierbei sind 23 und S für die Kurvenkonstruktion unveränderliche Punkte der Kreisungspunktkurve, von denen einer beliebig gewählt werden kann. Da die Gelenke 23 und 34 sich auf einem Kreis bewegen und deshalb zur Kreisungspunktkurve gehören, verwendet man einen dieser Punkte, z. B. 23 in Bild 174, als den zu wählenden Festpunkt und bestimmt den Punkt S hierzu mit Hilfe des Punktes 34. Einen ersten geometrischen Ort s für Punkt S findet man dadurch, daß man nach *Bobillier* (Bild 173) mit dem Pol P_{24} und dem Polstrahl $P_{13}-34$ den Winkel φ bestimmt, ihn vom Polstrahl $P_{13}-23$ entgegengesetzt wie vom Polstrahl $P_{13}-34$ einfach und doppelt abträgt und so die Polkurventangente t und den Strahl s findet. Mit der Annäherung des Punktes X an den Doppelpunkt P_{13} wird im Grenzfall die Sehne $\overline{P_{13}X}$ zur Polkurvennormalen n und der Winkel φ_x zum Winkel φ , somit der Winkel $2\varphi_x$ zum Winkel 2φ , auf dessen Schenkeln der gewählte Punkt 23 und daher auch der gesuchte Punkt S liegen.

Wenn man den Punkt S kennt, konstruiert man die Kurve k punktweise durch die Schnittpunkte der vier von 23 und S aus an jeden beliebigen Kreis k_x um P_{13} zu legenden Tangenten. Um den zweiten geometrischen Ort für S und damit den Punkt S selbst zu finden, betrachtet man die Gerade $23-34$ als eine solche Tangente von 23 aus, zieht den berührenden Kreis k_3 um P_{13} und legt durch Punkt 34 die zweite Tangente an den Kreis k_3 , die durch den Punkt S gehen und ihn als Schnittpunkt mit dem Strahl s angeben muß. Man macht also einfach $\sphericalangle 23-34-P_{13} = \sphericalangle P_{13}-34-S$. Der Schnittpunkt der Kurve k mit dem Wendekreis ist der *Ballsche* Punkt, dessen Bahnelement mit der Wendetangente vier konsekutive Punkte gemeinsam hat und für die Herstellung angenäherter Geradenführungen benützt wird.

24. Sonderfall der Beschleunigungsbestimmung

Am Getriebe (Bild 163) ist ebenso wie für die Geschwindigkeitsbestimmung auch für die Beschleunigungsermittlung ein momentaner Ersatz der Glieder 4 und 5 durch ein Zweigelenkglied nötig, das aber nicht wie bei der Geschwindigkeitsbestimmung das Glied $23-P_{36}$, sondern das Glied $23-K$ ist, wobei K der Mittelpunkt des Krümmungskreises des Bahnelementes des Gelenkes 23 der Relativbewegung gegenüber Glied 6 ist, weil K während drei konsekutiver Lagen des Gelenkes 23 gegenüber Glied 6, also für zwei aufeinanderfolgende Geschwindigkeitszustände und damit für den aus dem ersten Geschwindigkeitszustand folgenden Beschleunigungszustand ein fester Punkt ist. Ein solcher Punkt ist der nur für den ersten Geschwindigkeitszustand als fester Drehpunkt des Gliedes 3 am Glied 6 zu betrachtende Momentanpol P_{36} nicht.

Man findet den Krümmungsmittelpunkt K nach *Hartmann* (Bild 172) oder wie in Bild 163 nach *Bobillier* (Bild 173) aus dem Gelenkviereck der Glieder 3, 4, 5, 6 durch Bestimmung des Relativpoles P_{45} , Ermittlung der Polkurventangente t durch den

$$\mathfrak{b}_A^1 = \mathfrak{b}_{23}^1 + \mathfrak{b}_{nA}^{23} = \mathfrak{b}_{tA}^{23} = \mathfrak{b}_{23}^1 + \mathfrak{b}_A^{23}$$

analog zu Bild 165.

Wenn die Beschleunigung des Gelenkes 23 nicht bekannt ist oder das Gelenk 23 einen Pol mit unbekannter Polbeschleunigung darstellt, kann die Beschleunigung $\mathfrak{b}_A^1$ nicht mit den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen relativ zum Gelenk 23 und des Gelenkes 23 ermittelt werden, weil nach Bild 165 die Kenntnis der dort mit $\mathfrak{b}_P$ bezeichneten Beschleunigung des Poles P oder Gelenkes 23 notwendig ist. Man benützt dann zur Ermittlung von $\mathfrak{b}_A^1$ die Geschwindigkeit v_A^1 des Punktes A gegen den Steg, die Geschwindigkeit v_2^1 des bei A liegenden Punktes des Gliedes 2 gegen den Steg und die Relativgeschwindigkeit v_A^2 des Punktes A gegen den bei ihm liegenden Punkt des Gliedes 2, die durch die Vektorgleichung

$$v_A^1 = v_2^1 + v_A^2$$

verbunden sind. Mit r_2 als Abstand des Punktes A vom Gelenk 12 ist

$$v_2^1 = \omega_2^1 \cdot r_2,$$

während

$$v_A^2 = \omega_A^2 \cdot r_8$$

mit ω_A^2 als relativer Winkelgeschwindigkeit ist. Mit ω_A^2 müßte ein auf dem Glied 2 aufgestellter Motor das Glied 3 an der Welle 23 antreiben, damit der Punkt A gegenüber Glied 2 die Geschwindigkeit v_A^2 erhält. Die Geschwindigkeit v_A^{23} hat A gegenüber einer Ebene, die sich mit der Geschwindigkeit v_{23}^1 parallel bewegt, weshalb auch

$$v_A^1 = v_{23}^1 + v_A^{23}$$

galt, wobei v_{23}^1 die nach A parallel verschobene Geschwindigkeit des Gliedes 23 war.

Die Normalbeschleunigung

$$\mathfrak{b}_{nA}^2 = (\omega_A^2)^2 \cdot r_8$$

ist nach Grübler mit Hilfe des Gelenkes 23 zu konstruieren und wegen der Verschiedenheit der Winkelgeschwindigkeiten ω_A^2 und ω_A^{23} von $\mathfrak{b}_{nA}^{23}$ verschieden, während die relativen Tangentialbeschleunigungen $\mathfrak{b}_{tA}^2$ und $\mathfrak{b}_{tA}^{23}$ gleich sind, weil in den Dreiecken der gedrehten Geschwindigkeitsvektoren (Bild 175) eine Veränderung der Größe von v_A^2 eine Parallelverschiebung der Linie g und so eine entgegengesetzt gleiche Größenveränderung von $\mathfrak{b}_A^{23}$ bewirkt.

Die Vektorensomme der Beschleunigung des Punktes A ist mit den Relativgeschwindigkeiten v_2^1 , v_A^2 entsprechenden Relativbeschleunigungen $\mathfrak{b}_2^1$, $\mathfrak{b}_A^2$ zu bilden, wobei sich nach Bild 175 herausstellt, daß ein Beschleunigungsvektor $\mathfrak{b}_c$ einzuschalten ist, damit

$$\mathfrak{b}_A^1 = \mathfrak{b}_{23}^1 + \mathfrak{b}_A^{23} = \mathfrak{b}_2^1 + \mathfrak{b}_A^2 + \mathfrak{b}_c \quad (45)$$

gleich wird. Der Vektor $\mathfrak{b}_c$, der Zusatz- oder nach dem Entdecker Coriolisbeschleunigung heißt, liegt parallel zum Polstrahl 23— A , weil die hierzu senkrechten Komponenten

$\mathfrak{b}_{tA}^2 = \mathfrak{b}_{tA}^{23}$ und $\mathfrak{b}_2^1 \sin \beta = \mathfrak{b}_{23}^1 \sin \alpha$, also von der Art der Beschleunigungsermittlung unabhängig sind.

Die Richtung des Vektors $\mathfrak{b}_c$ ist im Bild 175 diejenige von $\mathfrak{v}_A^{2'}$, wobei z. B. der Vektor $\mathfrak{v}_{23}^1$ so in die Lage $\mathfrak{v}_{23}^{1'}$ gedreht wurde, daß seine Spitze vom Gelenk 23 nach dem Gelenk 12 zeigt. Da die Beschleunigungen von den Drehrichtungen der Geschwindigkeitsvektoren unabhängig sein müssen, muß $\mathfrak{b}_c$ die Richtung behalten, wenn die Geschwindigkeitsvektoren um 180° gedreht werden. Hierbei würde $\mathfrak{v}_A^{2'}$ die entgegengesetzte Richtung wie $\mathfrak{b}_c$ erhalten. Für die Festlegung der Richtung von $\mathfrak{b}_c$ benützt man daher statt der gedrehten Vektoren den Vektor $\mathfrak{v}_A^2$ in seiner wirklichen Lage und dreht ihn im Sinne der Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 .

Für die Berechnung der Größe von $\mathfrak{b}_c$ hat man nach Bild 175

$$\mathfrak{b}_2^1 \cos \beta - \mathfrak{b}_c + \mathfrak{b}_{nA}^2 = \mathfrak{b}_{23}^1 \cos \alpha + \mathfrak{b}_{nA}^{23},$$

$$\mathfrak{b}_c = \mathfrak{b}_2^1 \cos \beta - \mathfrak{b}_{23}^1 \cos \alpha + \mathfrak{b}_{nA}^2 - \mathfrak{b}_{nA}^{23}.$$

Hierin ist $\mathfrak{b}_2^1 = (\omega_2^1)^2 \cdot r_2$, $\mathfrak{b}_{23}^1 = (\omega_2^1)^2 \cdot r_1$ mit r_1 als Entfernung zwischen den Gelenken 12 und 23, also

$$\mathfrak{b}_2^1 \cos \beta - \mathfrak{b}_{23}^1 \cos \alpha = (\omega_2^1)^2 (r_2 \cos \beta - r_1 \cos \alpha) = (\omega_2^1)^2 \cdot r_3.$$

Mit den früheren Ausdrücken für $\mathfrak{b}_{nA}^2$ und $\mathfrak{b}_{nA}^{23}$ wird

$$\mathfrak{b}_c = r_3 [(\omega_2^1)^2 + (\omega_A^2)^2 - (\omega_{23}^2)^2].$$

Nach Bild 175 ist

$$\frac{v_A^{23} + v_A^2}{v_{23}^1} = \frac{r_3}{r_1} = \frac{\omega_{23}^2 \cdot r_3 + \omega_A^2 \cdot r_3}{\omega_2^1 \cdot r_1},$$

oder

$$\omega_2^1 = \omega_{23}^2 + \omega_A^2$$

womit

$$\mathfrak{b}_c = r_3 [(\omega_2^1)^2 + (\omega_A^2)^2 - (\omega_2^1)^2 - (\omega_A^2)^2 - 2 \omega_2^1 \omega_A^2],$$

$$\mathfrak{b}_c = 2 \omega_2^1 \omega_A^2 \cdot r_3 = 2 \cdot \omega_2^1 v_A^2 \quad (46)$$

wird.

Wenn statt des Gelenkes 23 ein Momentanpol P_{23} vorhanden ist, wird die Relativbeschleunigung $\mathfrak{b}_A^2$ als Summe der Relativbeschleunigung gegen den Pol und der Polbeschleunigung gebildet.

Die einfache Beschleunigungsermittlung mit Hilfe der Coriolisbeschleunigung ist in Bild 176 für den Punkt A des Gliedes 3 vorgenommen, das sich am drehbaren Glied 2 verschiebt. Bekannt seien Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 und Winkelbeschleunigung ε_2^1 , sowie die Relativgeschwindigkeit $\mathfrak{v}_3^2$ und Relativbeschleunigung $\mathfrak{b}_3^2$. Aus der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_2^1$, bzw. $\mathfrak{v}_2^{1'}$ wird nach *Grübler* die Normalbeschleunigung konstruiert, in der Senkrechten g hierzu die aus ε_2^1 berechnete Tangentialbeschleunigung im gleichen Maßstab wie die Normalbeschleunigung abgetragen und hierdurch die Beschleunigung $\mathfrak{b}_2^1$ des bei A liegenden Punktes des Gliedes 2 gefunden. Die Ge-

schwindigkeit v_3^2 wird im gleichen Drehsinn wie v_2^1 nach $v_3^{2'}$ gedreht und nach der Angabe von Grübler zu 12— V_3^2 die Parallele durch V_2^1 gelegt, die den Polstrahl der Relativbewegung von A im Punkt F trifft. Es ist

$$\frac{\overline{AF}}{v_2^1} = \frac{v_3^2}{r}, \quad \overline{AF} = \omega_2^1 \cdot v_3^2 = \frac{1}{2} b_c.$$

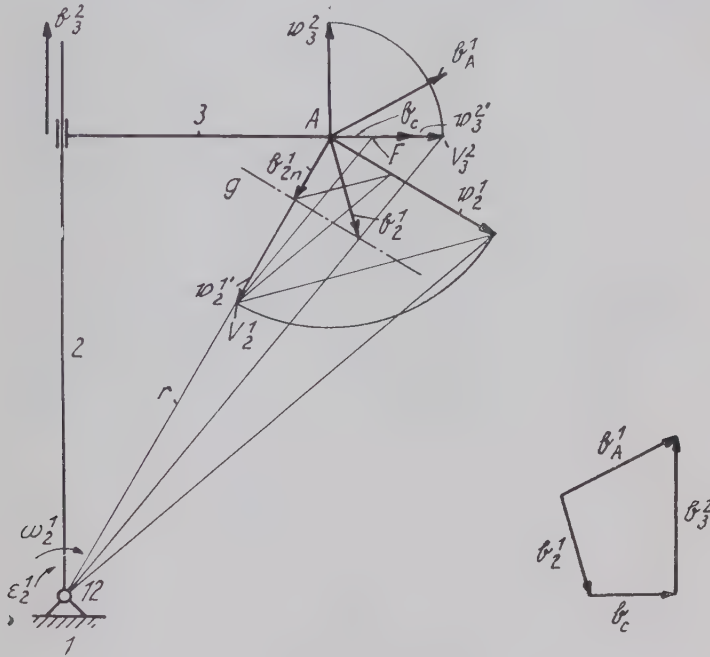


Bild 176. Beschleunigung an Glied 3

Man hat $b_c = 2 \overline{AF}$ in der Richtung abzutragen, die v_3^2 nach Drehung um 90° im Sinne von ω_2^1 zeigt. Im Beschleunigungsplan (Bild 176) ist nun die Vektorsumme

$$b_A^1 = b_2^1 + b_c + b_3^2$$

zu bilden.

26. Beschleunigung der Kurbelschleife

An der Kurbelschleife (Bild 177) aus Bild 61 ist der Gleitstein weggemindert und die Kurbel 2 mit konstanter Winkelgeschwindigkeit angetrieben. Die Winkelbeschleunigung der Kurbel 3 wird wegen des unendlich großen Krümmungsrades der Relativbahn an der Berührungsstelle beider Kurbeln mit Hilfe der Coriolisbeschleunigung durchgeführt. In derselben Weise ist bei Kurventrieben mit geraden Flankenstücken vorzugehen. Bei endlichem Krümmungsradius ist die Beschleunigungs-

ermittlung mit Ersatzglied wie bei der Geschwindigkeitsbestimmung (Bild 160 und 160 a) und Durchführung nach Bild 167 einfacher.

Wenn man zur Beschleunigungsermittlung (Bild 177) die Vektorgleichung

$$\mathfrak{b}_A^1 = \mathfrak{b}_2^1 + \mathfrak{b}_A^2 + \mathfrak{b}_c$$

benützt, wobei A ein Punkt der Kurbel 3 ist, muß von der Relativbeschleunigung $\mathfrak{b}_A^2$ wenigstens die Normalkomponente $\mathfrak{b}_{nA}^2$ mit Hilfe des Poles P_{23} und der Pol-

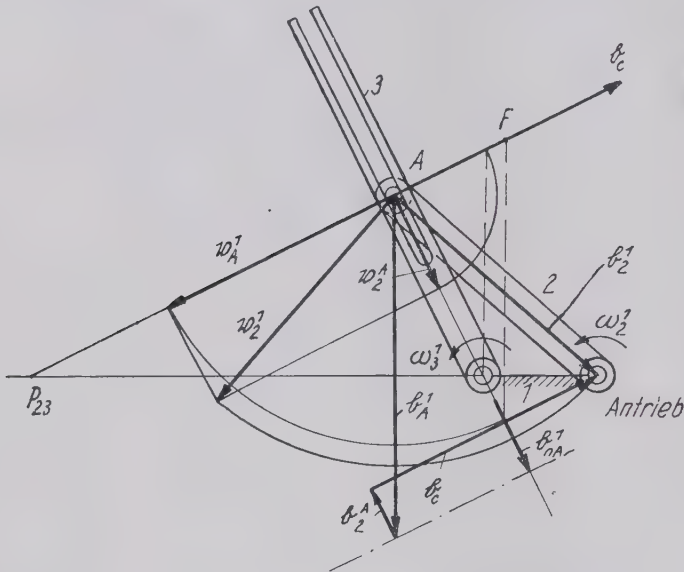


Bild 177. Beschleunigungsbestimmung an der Kurbelschleife

beschleunigung ermittelt werden. Diese umständliche Ermittlung läßt sich vermeiden, wenn man die Relativbewegung der Kurbel 2 gegen Kurbel 3 benützt, also nach der Gleichung

$$\mathfrak{b}_2^1 = \mathfrak{b}_A^1 + \mathfrak{b}_2^A + \mathfrak{b}_c$$

vorgeht, worin

$$\mathfrak{b}_c = 2\omega_3^1 \cdot v_2^A$$

einen anderen Wert als in der vorigen Gleichung hat.

Der Vorteil liegt darin, daß $\mathfrak{b}_2^A$ die Beschleunigung des im geraden Schlitz der Kurbel 3 geführten Punktes der Kurbel 2 ist, dessen Relativgeschwindigkeit und ihre Änderung, also auch $\mathfrak{b}_2^A$ nur im Schlitz liegen kann. Die Kenntnis der Lage von $\mathfrak{b}_2^A$ genügt für die Durchführung der Aufgabe.

Aus der Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_2^1 ergibt sich $\mathfrak{b}_2^1$, wofür der Maßstab gleich der Kurbellänge 2 gewählt wird, um die Ermittlung der Normalbeschleunigung

zu sparen. Die Zerlegung von v_2^1 in die Komponenten senkrecht zur Kurbel 3 und in ihre Richtung ergibt die Geschwindigkeit v_A^1 des Punktes A der Kurbel 3 und die Relativgeschwindigkeit v_2^A , mit der sich der Punkt 2 oder Kurbelzapfen im Schlitz der Kurbel 3 bewegt.

Mit v_A^1 und Gelenk 13 wird nach *Grübler* die Normalbeschleunigung b_{nA}^1 ermittelt und die hierzu Senkrechte e als geometrischer Ort für die Tangentialbeschleunigung b_{tA}^1 oder die Spitze des Vektors b_A^1 gezogen. Für die Ermittlung von b_c wird v_2^A und v_A^1 in der einen oder anderen Drehrichtung in die gedrehte Lage $v_2^{A'}$ und $v_A^{1'}$ gebracht und nach *Grübler* (Bild 176) $\overline{AF} = \frac{1}{2} b_c$ bestimmt. Da sich in Bild 177 bei Linksdrehung in ω_2^1 die Kurbel 3 ebenfalls links dreht, ergibt sich die Richtung von b_c durch Linksdrehung von v_2^A .

Als resultierender Vektor ergibt sich nach der Beschleunigungsgleichung b_2^1 , weshalb zur Bildung der Vektorensomme die Spitze von b_c und b_2^1 zusammengelegt werden. Am Anfang von b_c liegt b_2^A , weshalb durch ihn eine Parallele zum Schlitz gelegt wird, die durch ihren Schnittpunkt mit e die fehlende Beschleunigung festlegt.

III. Maßbestimmungen am Gelenkviereck und an daraus abgeleiteten Betrieben

27. Satz von Grashof

Im Gelenkviereck (Bild 178) soll sich die Kurbel a ganz im Kreis drehen. Mit d als längstem Glied muß die Dreiecksseite

$$a + d < b + c \quad \text{I}$$

sein. In Bild 179 ist die Koppel b das längste Glied, daher

$$a + b < c + d. \quad \text{II}$$

In Bild 180 ist die Schwinge c das längste Glied. Eine Kreisdrehung der Kurbel a ist bei der Koppellänge b' infolge der Dreiecksbildung nicht möglich, sie wird um so eher möglich, je länger b' wird und ist ganz durchführbar bei

$$c - b < d - a \quad \text{III}$$

oder

$$a + c < b + d.$$

Die drei Bedingungen für den Aufbau eines Gelenkviereckes hat *Grashof* gefunden und in dem Satz zusammengefaßt:

In einem Gelenkviereck muß die Summe der kleinsten und größten Seite kleiner sein als die der anderen Seiten.

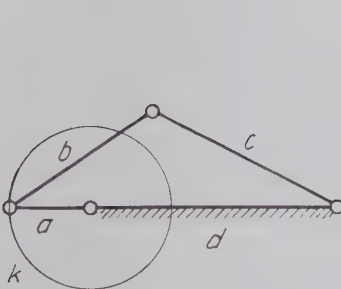
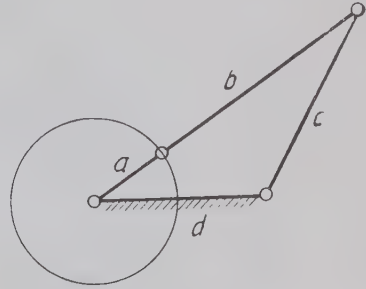
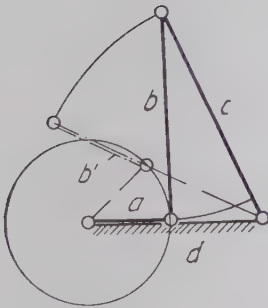
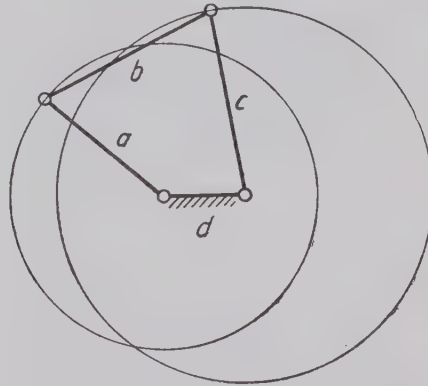
In Bild 178 schneidet der Kurbelkreis k den Steg d zwischen den Steggelenken, weshalb Glied c eine Schwingbewegung ausführt. Für die Entstehung dieser Kurbelschwinge gilt demnach außer dem *Grashofschen* Satz die Bedingung

$$a < d.$$

Zur Darstellung der beiden anderen Verwendungsarten des Gelenkviereckes bedienen wir uns der zur Herstellung eines neuen Getriebes benutzbaren Stellung auf ein anderes Glied. Die Kurbelschwinge (Bild 178) sei freigemacht und nun statt des Gliedes d das kürzeste Glied a zum Steg gemacht. Das Ergebnis ist Bild 181, wobei jetzt wieder der Steg mit d und die an ihm angeschlossenen Glieder mit a und c bezeichnet sind. In Bild 178 bewegt sich Glied a relativ zum Steg und den anderen Gliedern im Kreis. Die Schwinge c führt relativ zu Steg und Koppel Schwingbewegungen aus. Da diese Relativbewegungen durch die Gliederlängen bedingt sind, bleiben sie bei der Stellung auf ein anderes Glied erhalten, weshalb in Bild 181 die Glieder a und c Kreisbewegungen gegenüber dem Steg ausführen und somit beide Kurbeln sind. Bei dieser Doppelkurbel ist

$$a > d.$$

Wird im freigemachten Gelenkviereck (Bild 178) das kleinste Glied zur Koppel und die Bezeichnung wie in Bild 182 durchgeführt, so hat man eine Doppelschwinge, bei der die Glieder a und c Schwingbewegungen am Steg ausführen, während die Koppel bei geeignetem Antrieb sich im Kreis dreht.

Bild 178–180. Kurbelschwinge mit Kreisdrehung des Gliedes a Bild 178. Bedingung bei längstem Glied d Bild 179. Bedingung bei längstem Glied b Bild 180. Bedingung bei längstem Glied c Bild 181. Doppelkurbel, kleinstes Glied d

Um bei gegebenem Verhältnis $a:d$ einen Überblick über den Ausführungsbereich bei einer Kurbelschwinge oder Doppelkurbel zu bekommen, stellt man wie in Bild 183 für die Kurbelschwinge Kurbel a senkrecht zum Steg d . Bedingung I führt im Grenzfall

$$a + d = b + c = \text{konstant}$$

zur Gleichung einer Ellipse e mit den Brennpunkten B und D , Bedingung III nach

$$d - a = \pm (c - b) = \text{konstant}$$

zur Gleichung einer Hyperbel h mit denselben Brennpunkten. Mit Hilfe der Strecken $a+d$ und r (Bild 183) sind Ellipse und Hyperbel leicht zu konstruieren. Die Mittelsenkrechte m auf $\overline{BD}$ ist der geometrische Ort für die Gelenke C bei gleichen Längen c

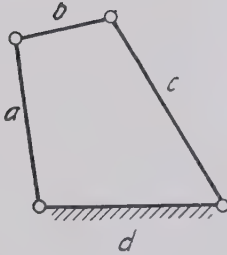


Bild 182. Doppelschwinge, kleinstes Glied b

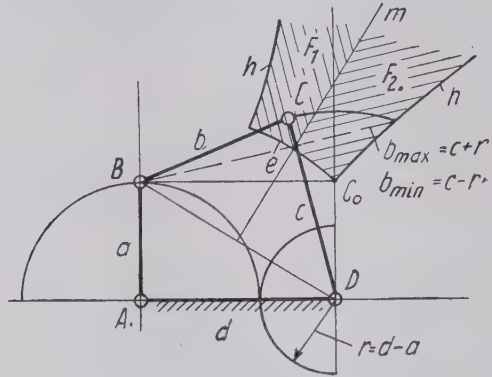


Bild 183. Grenzflächen F_1, F_2 für die Wahl von Gelenk C bei Kreisrotation des Gliedes a

und b . Die Fläche F_1 enthält die Gelenke C bei $b < c$, die Fläche F_2 bei $b > c$. Für die Doppelpenkurbel ergibt sich dasselbe Bild mit $a > d$.

28. Die Doppelschwinge

Bei der Doppelschwinge (Bild 184) sollen die Glieder a und c Schwingbewegungen ausführen, wobei das Glied c die äußersten oder Grenzlagen DC_i und DC_a , das

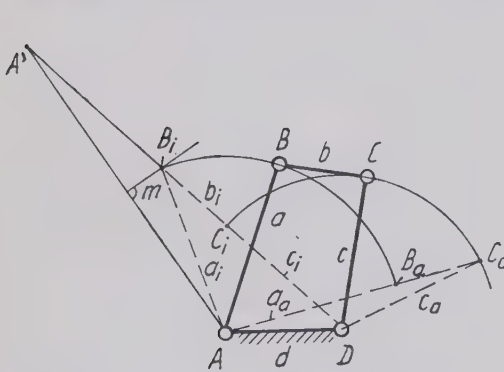


Bild 184. Doppelschwinge für gegebene Gelenke A, D und Grenzlagen C_a, C_i

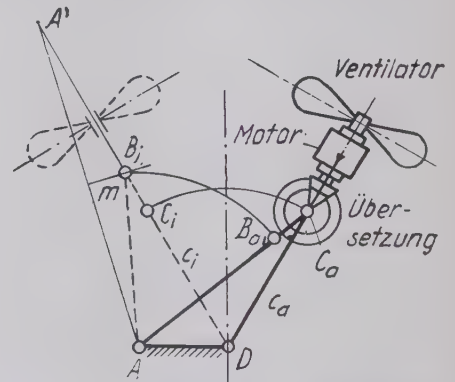


Bild 185. Anwendung der Doppelschwinge

Glied a die Grenzlagen AB_i und AB_a einnimmt. Für eine praktische Aufgabe seien die Steggelenke A, D und die Lagen a_a, c_i des Gliedes C , sowie seine Länge c gegeben. Die Doppelschwinge ist nach diesen Angaben zu konstruieren.

Man zeichnet den Steg und die Lagen c_a, c_i ein und bestimmt mit der Länge c die Gelenklagen C_i und C_a . Die Strecke $\overline{AC_a} = a + b$ wird auf der Geraden DC_i von C_i aus nach A' abgetragen und auf der Strecke $\overline{A'A}$ die Mittelsenkrechte m errichtet, welche die Gerade DA' im unbekannten Punkt B_i schneidet. Damit ist $\overline{B_iC_i} = b$ und $\overline{B_iA} = a$ bekannt und die Doppelschwinge fertig. Der Beweis für die Richtigkeit der Konstruktion liegt darin, daß durch die Mittelsenkrechte m die Strecke $\overline{A'B_i} = \overline{AB_i} = a$ und daher $\overline{A'B_i} + \overline{B_iC_i} = a + b = \overline{AC_a}$ wurde. Die Strecke $\overline{AC_a}$ wurde aber als die Strecke $\overline{A'C_i}$ abgetragen.

Einen fortlaufenden Antrieb z. B. durch einen Elektromotor (Bild 185) kann man nur zwischen den Gliedern a und b oder b und c anbringen, weil sich nur das Glied b als das kürzeste Glied im Kreis drehen kann. In dieser Weise wird die Doppelschwinge z. B. zur Bewegung eines Zimmerventilators benutzt. Der Motor wird auf Glied c befestigt und treibt durch ein Kegelhäder- oder Schneckengetriebe die Koppel b gegenüber dem Glied c im Kreis, so daß sich die Schwinge c mit dem Motor zwischen den Grenzlagen C_i und C_a bewegt und der Ventilator einen entsprechenden Sektor mit seinem Luftstrom bestreicht.

29. Die Doppelkurbel

Die Doppelkurbel (Bild 181) wird praktisch meist mit gleichen Gliedern a und c als symmetrische Doppelkurbel zur Umwandlung einer konstanten Antriebsgeschwindigkeit ω_a in eine mehr oder weniger ungleichförmige Abtriebsgeschwindigkeit ω_c verwendet. An der gegebenen Doppelkurbel wird die Abtriebsgeschwindigkeit zeichnerisch mit Hilfe gedrehter Geschwindigkeitsvektoren ermittelt und im Diagramm der Winkelgeschwindigkeiten (Bild 186 a) dargestellt.

Für den Entwurf mit einem geforderten Verhältnis $\omega_{c\max} : \omega_{c\min}$ ergibt sich aus der Schubgeschwindigkeit v_t der Koppel und ihren senkrechten Abständen x und $x + y$ von A und D die Beziehung

$$v_t = \omega_a \cdot x = \omega_c (x + y)$$

oder mit $y : x = d : z$

$$\omega_c = \omega_a \cdot \frac{1}{1 + \frac{d}{z}}.$$

Wählt man die Koppellänge b so, daß die Koppel in der Decklage $C'D$ der Kurbel c auf dem Steg senkrecht steht, so ist

$$b = \sqrt{d(2a - d)}$$

$$\text{und } -\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a - d}.$$

In den Kurbellagen C' und B' wird z ein Minimum als kürzester Abstand x_0 der Koppel vom Gelenk A und gleichzeitig der Abstand von D am größten, also ω_c ein Minimum. Die Gleichung für ω_c ergibt hierfür

30. Die Kurbelschwinge

Als selbsttätiges Getriebe dient die Kurbelschwinge (Bild 148, 152, 167) zur Umwandlung einer Drehbewegung der Kurbel a (Bild 187) in eine Schwingbewegung der Welle der Schwinge c .

Während einer Kurbelumdrehung wird der Winkel γ einmal während des Kurbelwinkels α , das nächste Mal während des Winkels $360^\circ - \alpha$ zurückgelegt. Bei konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit der Kurbel sind die Winkel den Zeiten proportional also

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{360^\circ - \alpha}{\alpha} = \frac{180^\circ + \alpha'}{180^\circ - \alpha'}$$

mit dem Winkel $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ als Maß für die Ungleichförmigkeit des Hin- und Herganges der Schwinge.

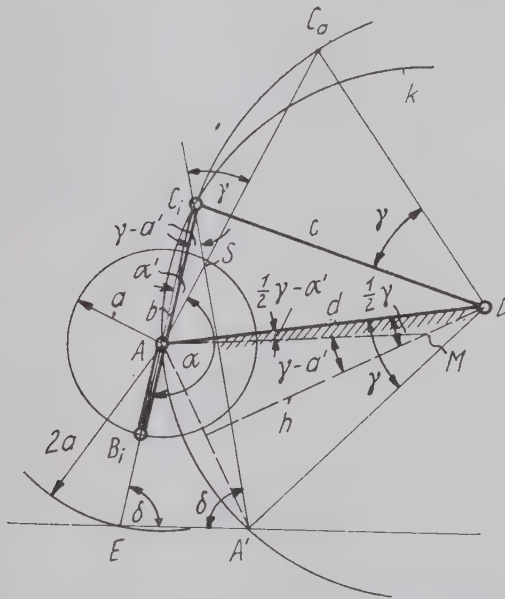


Bild 187. Kurbelschwinge für gegebene Steggelenke, Schwingenwinkel γ und Kurbellänge a oder Ungleichförmigkeitswinkel α

Der Schwingenwinkel γ ist nach Bild 187 der Winkel γ zwischen der inneren und äußeren Grenzlage C_i des Gelenkes C . Die Entfernungen von A sind $\overline{AC_i} = b - a$ und $\overline{AC_o} = b + a$.

Durch Drehung des Dreieckes AC_oD in die Lage $A'C_iD$ und Verlängerung der Kurbel $\overline{AB_i}$ um $\overline{B_iE} = a$ entsteht ein gleichschenkliges Dreieck EC_iA' mit den Seiten $\overline{EC_i} = \overline{A'C'} = b + a$ und gleichen Winkeln δ bei A' und E . Man findet daher, wenn bei einer Kurbelschwinge der Steg d , der Schwingenwinkel γ und die Kurbellänge a

gegeben sind, die Grenzlage C_i und damit die noch fehlenden Glieder b und c dadurch, daß man $\overline{AD}$ im Sinn von C_a nach C_i um den Winkel γ nach A' dreht, um A einen Kreisbogen mit dem Radius $2a$ schlägt, auf ihm einen beliebigen Punkt E annimmt und mit dem nun bekannten Winkel δ über EA' ein gleichschenkliges Dreieck errichtet. Je nach Wahl von E wird der Winkel α' verschieden.

Ist statt der Kurbellänge a der Winkel α' gegeben, so kennt man den Winkel $\angle AC_iA' = \gamma - \alpha'$, denn durch das Drehen des Dreieckes AC_aD um den Winkel γ nach $A'C_iD$ fällt $\overline{C_aA}$ mit $\overline{C_iA'}$ zusammen, muß also vorher um den Winkel γ gegen $\overline{C_iA'}$ geneigt gewesen sein. Der Winkel γ ist ein Außenwinkel im Dreieck

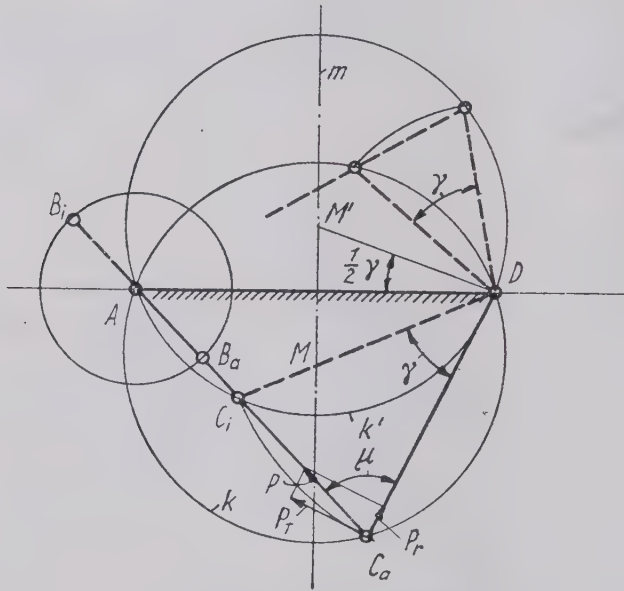


Bild 188. Zentrische Kurbelschwinge für gegebene Steggelenke und Schwingenwinkel

AC_iS , dessen Innenwinkel bei A der Winkel α' und dessen Winkel bei C_i daher $\gamma - \alpha'$ ist. Da die Grenzlage C_i gegenüber der Strecke $\overline{AA'}$ diesen Winkel bildet, ist der Kreis k mit $\overline{AA'}$ als Sehne und $\gamma - \alpha'$ als Umfangswinkel ein geometrischer Ort für die Wahl von C_i . Den Kreismittelpunkt M findet man als Schnittpunkt des Schenkels des am Steg bei A abgetragenen Winkels $\frac{1}{2} \gamma - \alpha'$ mit der Winkelhalbierenden h des Winkels γ , weil der Umfangswinkel gleich dem halben Mittelpunktswinkel $\gamma - \alpha'$ bei M und dieser Außenwinkel im Dreieck AMD ist, weshalb

$$\sphericalangle MAD = \gamma - \alpha' - \frac{1}{2} \gamma = \frac{1}{2} \gamma - \alpha'$$

ist.

Die Kurbellänge a und Koppellänge b findet man aus den bekannten Strecken $\overline{AC_i}$ und $\overline{A'C_i}$ nach

$$\overline{A'C_i} - \overline{AC_i} = b + a - (b - a) = 2a.$$

Mit $\alpha' = 0$ entsteht die zentrische Kurbelschwinge (Bild 188), deren Kreis k als geometrischer Ort für die Wahl der Grenzlage C_i seinen Mittelpunkt M auf der Mittelsenkrechten zu $\overline{AD}$ hat. In Bild 188 ist der Kreis k vollständig und um die Achse AD umgeklappt dargestellt. Man kann den Kreis auch durch Drehung um den Winkel γ aus der Lage k in die Lage k' bringen, woraus hervorgeht, daß der Kreisbogen, der auf derselben Seite von AD wie sein Mittelpunkt liegt, statt der inneren Grenzlage C_i die äußere Grenzlage C_a enthält.

31. Der Übertragungswinkel

Nach Bild 188 wird von der Koppel auf die Schwinge eine Kraft P ausgeübt, deren zur Schwinge senkrecht stehende Komponente P_t das Abtriebsmoment erzeugt, während die radiale Komponente P_r nur Lagerdruck und damit Reibung hervorruft, also schädlich ist. Sie wird um so größer, je kleiner der von $H. All$ gefundene Übertragungswinkel μ ist, auf den bei allen Getrieben zu achten ist und dessen kleinster Wert, der bei der Kurbelschwinge im allgemeinen nicht in den Grenzlagen auftritt, bei langsam laufenden Getrieben nicht unter 40° liegen soll.

32. Die Mittelpunktkurve

An der Kurbelschwinge oder an der Doppelkurbel können auch die in Bild 144 dargestellten Doppelkurven entweder unmittelbar als solche benutzt oder zur Ableitung eines Getriebes wie z. B. im Rastgetriebe (Bild 174) ausgenutzt werden. Bei den hierbei entstehenden Aufgaben ist entweder das Gelenkviereck gegeben und ein Punkt der Koppel gesucht, dessen Bahn bestimmten Bedingungen genügt, oder es ist zu den an die Bahn eines Koppelpunktes gestellten Bedingungen ein Teil des Gelenkviereckes gegeben und die Ergänzung des Gelenkviereckes gesucht. Beide Aufgabenstellungen sind eng miteinander verbunden und verlangen dieselben Hilfsmittel.

Es sei hier die Aufgabe vorangestellt, daß nach Bild 189 eine Antriebskurbel A_0A in den Lagen A_1, A_2, A_3, A_4 und ein Schieber g mit den Lagen D_1, D_2, D_3, D_4 gegeben sei und verlangt wird, daß diese Schieberlagen bei den genannten Kurbelstellungen eingenommen werden. Als Mechanismus kann der sechsgliedrige Kurbelmechanismus (Bild 125) nach der Art in Bild 189 verwendet werden, wobei der Schieber durch das Zweigelenkglied CD von der Koppel des Gelenkviereckes A_0ABB_0 angetrieben wird. Man wählt die Längen AC und AD beliebig z. B. so, daß die mit den gewählten Längen zu bestimmenden Lagen des Gelenkes C nicht zu weit aus der Bewegungsrichtung des Schiebers g herausfallen. Hiermit sind die Lagen A_1C_1, A_2C_2 usw. der Koppel bestimmt und als Ergänzung des Gelenkviereckes die Schwingen-

gelenke B_0 und B zu suchen. Da sich Gelenk B auf einem Kreisbogen um B_0 bewegt, kann die Aufgabe auch so formuliert werden, daß in der ruhenden Ebene ein Punkt B_0 gesucht wird, von dem ein Koppelpunkt B in den Koppellagen A_1C_1 , A_2C_2 , A_3C_3 , A_4C_4 denselben Abstand $\overline{B_0B_1}$, $\overline{B_0B_2}$, $\overline{B_0B_3}$ usw. hat.

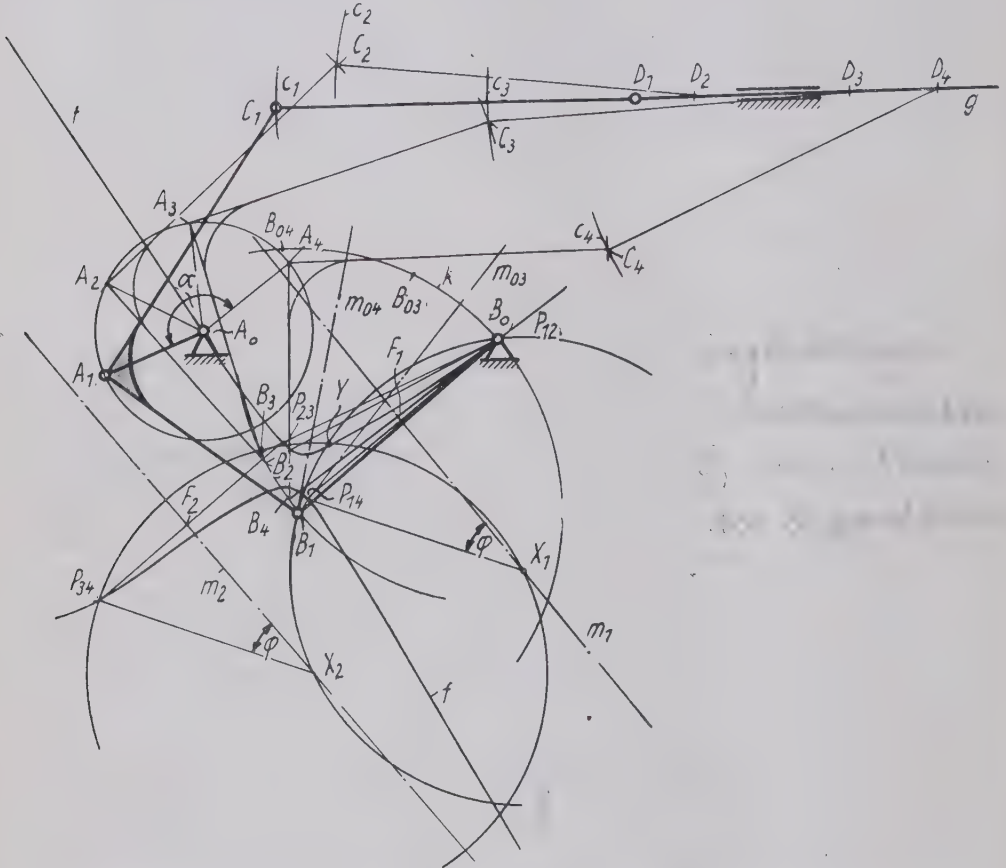


Bild 189. Mittelpunktcurve zur Ermittlung möglicher Schwingen eines Gelenkviereckes bei vier bestimmten Koppellagen

Zur Bestimmung eines geometrischen Ortes für den Punkt B_0 werden Winkelbeziehungen herangezogen. Im Gelenkviereck (Bild 190) kommt die Koppel aus der Lage A_1B_1 durch Drehung der Kurbel um die Winkel φ_{12} , φ_{23} , φ_{34} nacheinander in die Lagen A_2B_2 , A_3B_3 , A_4B_4 . Statt durch die Kurbeldrehung kann die von Kurbel und Schwinge losgelöste Koppel auch durch Drehung um einen Drehpol P_{12} und den Drehwinkel ψ_{12} aus der Lage A_1B_1 in die Lage A_2B_2 gebracht werden. Der Drehpol P_{12} ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf den Strecken

$\overline{A_1 A_2}$ und $\overline{B B_2}$. Zu den Drehpunkten von $A_2 B_2$ in die Lage $A_3 B_3$ und von hier aus in die Lage $A_4 B_4$, sowie zur Drehung aus der Lage $A_1 B_1$ in die Lage $A_4 B_4$ gehören die mit den zugehörigen Mittelsenkrechten ermittelten Drehpole P_{23} , P_{34} und P_{14} und die Drehwinkel φ_{23} , φ_{34} , φ_{14} . Bei den aufeinanderfolgenden Drehungen ist

$$\varphi_{14} = \varphi_{12} + \varphi_{23} + \varphi_{34}.$$

Da die Gerade $P_{14} A_0$ den Winkel φ_{14} und $P_{12} A_0$ den Winkel φ_{12} halbiert, ist

$$\sphericalangle P_{12} A_0 P_{14} = \sphericalangle F_1 A_0 F_4 = \frac{1}{2} \varphi_{14} - \frac{1}{2} \varphi_{12}$$

und mit den Geraden $P_{23} A_0$ und $P_{34} A_0$

$$\sphericalangle P_{23} A_0 P_{34} = \sphericalangle F_2 A_0 F_3 = \frac{1}{2} \varphi_{23} + \frac{1}{2} \varphi_{34}.$$

Mit

$$\varphi_{14} - \varphi_{12} = \varphi_{23} + \varphi_{34} \quad \text{folgt}$$

$$\sphericalangle P_{12} A_0 P_{14} = \sphericalangle P_{23} A_0 P_{34}$$

als Bedingung für den geometrischen Ort der Mittelpunkte von Kreisbögen, auf denen Koppelpunkte liegen, wenn die Koppel die zur Bestimmung der Drehpole benutzten Lagen einnimmt. Der geometrische Ort ist die von *Burmester* angegebene Mittelpunktkurve, die eine Fokalkurve ist. Die obige Ableitung stammt von *R. Beyer*.

Die Bedingung für die Mittelpunktkurve gibt zugleich eine Konstruktion an, die in Bild 189 zur Aufsuchung eines Schwingengelenkes B_0 benutzt ist. Mit Hilfe der Koppellagen $A_1 C_1$, $A_2 C_2$ usw. sind die Drehpole P_{12} , P_{14} , P_{23} , P_{34} bestimmt, auf den Strecken $P_{12} \overline{P_{14}}$ und $P_{23} \overline{P_{34}}$ die Mittelsenkrechten m_1 und m_2 errichtet und mit diesen Strecken als Sehnen Kreispaaire mit gleichen Umfangswinkeln geschlagen, deren Schnittpunkte Y die Bedingung

$$\sphericalangle P_{12} Y P_{14} = \sphericalangle P_{23} Y P_{34}$$

erfüllen und daher Punkte der gesuchten Mittelpunktkurve f sind. Solche Kreispaaire findet man nach *Alt* wie in Bild 189a dadurch, daß man von einem Punkt O aus die halben Sehnen abträgt, in den Endpunkten F_1 , F_2 die Senkrechten errichtet und von O aus beliebige Strahlen zieht. Jeder Strahl schneidet die beiden Senkrechten in zwei zusammengehörenden Punkten X_1 und X_2 . Überträgt man die Strecken $\overline{F_1 X_1}$ und $\overline{F_2 X_2}$ in das Bild 189, so bilden die Punkte X_1 und X_2 Mittelpunkte von Kreisen durch P_{12} , P_{14} und P_{23} , P_{34} , die über den Sehnen $\overline{P_{12} P_{14}}$ und $\overline{P_{23} P_{34}}$ wie gefordert gleiche Umfangswinkel φ haben.

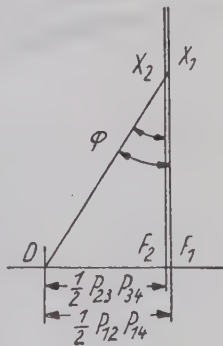


Bild 189a. Hilfszeichnung zur Ermittlung der Mittelpunktkurve

Nach der Wahl eines Punktes B_0 auf der durch die Drehpole und A_0 gehenden Mittelpunktkurve f ist das zugehörige Schwingengelenk B in Bild 189 z.B. durch

Bestimmung der Lage B_1 zu ermitteln. Man bringt z. B. die Dreiecke $A_3B_0C_3$ und $A_4B_0C_4$ in die Lagen $A_1B_{03}C_1$ und $A_1B_{04}C_1$, womit die Koppelpunkte B_{03} und B_{04} die Punkte sind, die in den Lagen A_3C_3 und A_4C_4 mit dem Punkt B_0 zusammenfallen. Da das Gelenk B von B_0 einen unveränderlichen Abstand hat und somit $\overline{BB_0} = \overline{BB_{03}} = \overline{BB_{04}}$ ist, muß B_1 der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_{03} und m_{04} auf den Strecken $\overline{B_0B_{03}}$ und $\overline{B_0B_{04}}$ sein.

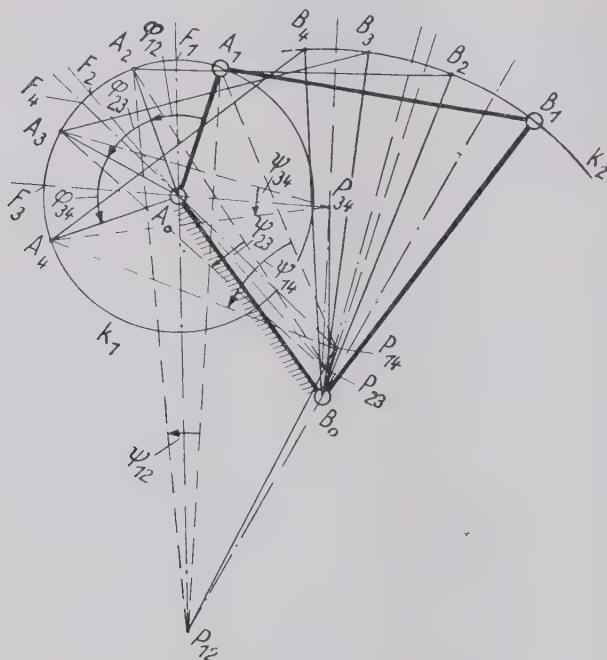


Bild 190. Der Mittelpunktkurve zugrunde liegende Winkelbeziehungen

Als geometrischer Ort für Koppelpunkte wie die Gelenke A und B , die in den vier Koppellagen A_1C_1 , A_2C_2 , A_3C_3 , A_4C_4 auf Kreisbögen liegen, kann z. B. für die Lagen A_1 , B_1 usw. nach *Burmester* die Kreispunktkurve gezeichnet werden, die ebenfalls eine Fokalkurve ist und u. a. durch die Punkte A_1 , B_1 , P_{12} , P_{14} geht. Da die Mittelpunktkurve etwas einfacher als die Kreispunktkurve zu zeichnen ist und für die Ermittlung geeigneter Schwingen ausreicht, ist auf die Darstellung der Kreispunktkurve in Bild 189 verzichtet.

Man kann nach *H. Alt* die Mittelpunktkurve zur Herstellung von Rastgetrieben ähnlich Bild 174 für einen gegebenen, nicht zu großen Rastwinkel $A_1A_0A_4 = \alpha$ benutzen, den man durch Kurbellagen A_2 , A_3 in etwa gleiche Teile aufteilt, und zu dem man ein beliebiges Gelenkviereck als Kurbelschwinge oder Doppelkurbel annimmt. Für die vier Lagen A_1 , A_2 , A_3 , A_4 ermittelt man die Mittelpunktkurve des Gelenk-

viereckes wie in Bild 189, wählt auf ihr einen beliebigen Punkt C_0 und bestimmt damit analog der Bestimmung des Punktes B_1 zu B_0 in Bild 189 den Punkt C_1 der Koppel in der Lage $A_1 B_1$. Der Punkt C hat vier Lagen C_1, C_2, C_3, C_4 auf einem Kreisbogen mit C_0 als Mittelpunkt. Ergänzt man das Gelenkviereck nach Bild 125 zu einem sechsgliedrigen Getriebe und gibt dem an die Koppel angelenkten Glied die Länge und Lage des Radius $\overline{C_0 C_1}$, so bleibt das sechste am Steg angelenkte Glied so lange ungefähr in Ruhe, wie das Gelenk C das Bogenstück $C_1 C_2 C_3 C_4$ durchwandert.

33. Koppelrastgetriebe nach Lichtenheldt

Die einfache, von *Lichtenheldt* angegebene Konstruktion eines Koppelrastgetriebes nach Bild 191 hat den Vorzug, daß sämtliche Steggelenke A_0, B_0, D_0 , der Rastwinkel α und der Abtriebswinkel φ vorgegeben werden können und dadurch eine weitgehende Einpassung des Getriebes in eine Maschine möglich ist.

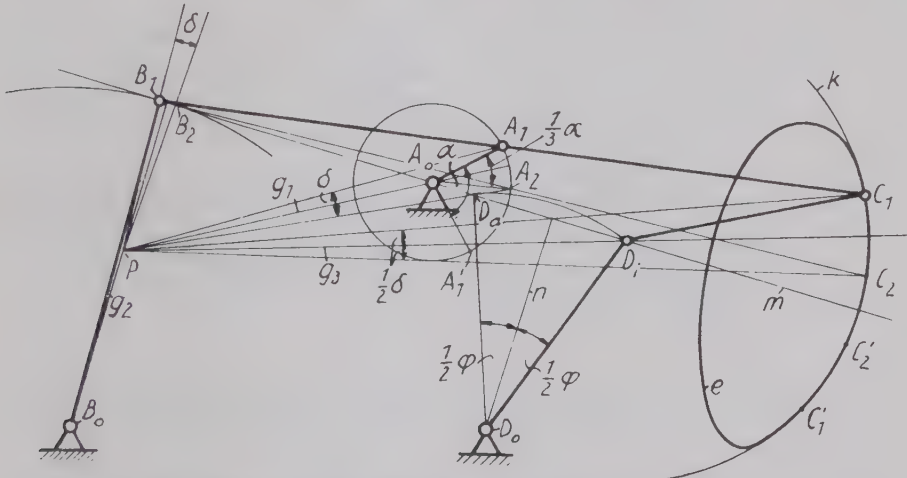


Bild 191. Rastgetriebe für gegebene Gelenke A_0, B_0, D_0 , Abtriebswinkel φ und Rastwinkel α

Zu den Punkten A_0, B_0, D_0 wählt man eine beliebige Gerade m durch A_0 als Halbierende des Winkels α und trägt diesen bei A_0 symmetrisch zu m ab. Ferner fällt man von B_0 und D_0 aus die Senkrechten g_2 und n auf m . An der Senkrechten n werden bei D_0 zu beiden Seiten die Winkel $\frac{1}{2} \varphi$ abgetragen, die die Gerade m in den Grenzlagen D_i und D_a des Gelenkes D schneiden. Damit diese Grenzlagen erreicht werden, wird der Kurbelkreisdurchmesser gleich $\overline{D_i D_a}$ gemacht und eingezeichnet. Um eine möglichst gut angenäherte Übereinstimmung der Koppelkurve e des noch zu bestimmenden Gelenkes C mit einem Kreisbogen k um die Ruhelage D_i des Schwingengelenkes zu erhalten, macht man am Kurbelkreis den

Winkel $A_1 A_0 A_2 = \frac{1}{3}\alpha$. Die Winkelhalbierende g_1 des Winkels $\frac{1}{3}\alpha$ schneidet die Senkrechte g_2 im Drehpol P , von dem aus man die Gerade g_3 durch die Grenzlage D_i legt, da D_i die Ruhelage der Abtriebsschwinge sein soll.

Wenn man A_1 und A_2 mit dem Pol P verbindet, erhält man den Drehwinkel δ , den man bei P symmetrisch zu g_2 und g_3 abträgt. Die Schenkel des an g_2 symmetrisch abgetragenen Winkels δ schneiden die Geraden m in den Lagen B_1 und B_2 des Schwingengelenkes B , die zu den Kurbellagen A_1 und A_2 gehören. Man kennt somit die Koppellagen $B_1 A_1$ und $B_2 A_2$ und ersieht aus der Zeichnung, daß man die Koppellage $A_1 B_1$ um den Pol P und den Winkel δ in die Lage $A_2 B_2$ drehen kann. Bei dieser Drehung kommt der Schnittpunkt C_1 der Geraden $B_1 A_1$ mit dem einen Schenkel des an g_3 abgetragenen Winkels δ in die Lage C_2 , die der Schnittpunkt des zweiten Schenkels des Winkels δ mit der Geraden $B_2 A_2$ ist. Da g_3 die Winkelhalbierende dieses Winkels δ ist und durch den Punkt D_i geht, muß D_i von C_1 und C_2 gleich weit entfernt sein, so daß C_1 und C_2 auf einem Kreisbogen k um D_i liegen.

Die Punkte B_1 und B_2 werden von der Koppel auch erreicht, wenn die Kurbel mit m als Symmetrielinie zu A_1 und A_2 symmetrische Lagen einnimmt. Dabei kommt das Gelenk C in die zu C_1 und C_2 symmetrischen Lagen C_1' und C_2' , die ebenfalls auf dem Kreisbogen k liegen, weil sein Mittelpunkt D_i auf m liegt und der Bogen daher zu m symmetrisch ist.

Die Kurve e ist nicht zu m symmetrisch, weil sich das Gelenk B auf dem Kreisbogen um B_0 bewegt. Die Schwinge $D_0 D_i$ setzt sich in Bewegung, sobald der Winkel nach der einen oder anderen Richtung von der Kurbel durchlaufen ist, und die Bahn e des Gelenkes C vom Kreisbogen k merklich abzuweichen beginnt.

34. Gelenkviereck für vier Lagen eines Koppelpunktes und gegebene Steggelenke

Es gibt Fälle wie z. B. bei Geradfürungen, bei denen es auf die vier Lagen eines Koppelpunktes ankommt. Bei Benutzung der Mittelpunktcurve nach Bild 189 ist vom gesuchten Gelenkviereck eines der am Steg angelenkten Glieder wählbar und das zweite zu bestimmen. Praktisch ist es häufig wichtiger, die beiden Steggelenke z. B. mit Rücksicht auf vorhandenen Raum in einer Maschine annehmen zu können, wozu dann die beiden Koppelgelenke zu suchen sind. Ein Punkt E der Koppel eines Gelenkviereckes (Bild 192) soll die Lagen $E_1 E_2 E_3 E_4$ einnehmen, die auf einer Geraden, einem Kreis oder sonst einer beliebigen Kurve liegen können. Außer den Lagen des Punktes E seien die Gelenke B und C gesucht.

Wenn die Koppel in die Lagen $E_2 B_2$, $E_3 B_3$, $E_4 B_4$ kommt, haben die Gelenke A und D vom Koppelpunkt E die Abstände $\overline{E_2 A}$ und $\overline{E_2 D}$ bzw. $\overline{E_3 A}$ und $\overline{E_3 D}$ bzw. $\overline{E_4 A}$ und $\overline{E_4 D}$. Wenn man die Punkte A und D in den verschiedenen Lagen a auf der Koppel einzeichnet und die Koppel wieder in die Lage $E_1 B_1 C_1$ zurückbewegt, liegen die auf ihr eingezeichneten Punkte A und D auf Kreisen a_2 , a_3 , a_4 , bzw.

d_2, d_3, d_4 um den Punkt E_1 , deren Radien die Abstände E_2A, E_3A, E_4A , bzw. E_2D, E_3D, E_4D sind.

Da die Gelenke A und D von den Punkten B_1, B_2, B_3, B_4 bzw. C_1, C_2, C_3, C_4 den unveränderlichen Abstand AB bzw. DC haben und die Punkte B_2, B_3, B_4 bzw. C_2, C_3, C_4 nach der Rückbewegung der Koppel in die Lage $E_1B_1C_1$ mit den Punkten B_1 und C_1 zusammenfallen, müssen die Relativlagen A_2, A_3, A_4 bzw. D_2, D_3, D_4 der auf der Koppel eingezeichneten Punkte A und D , die auf den

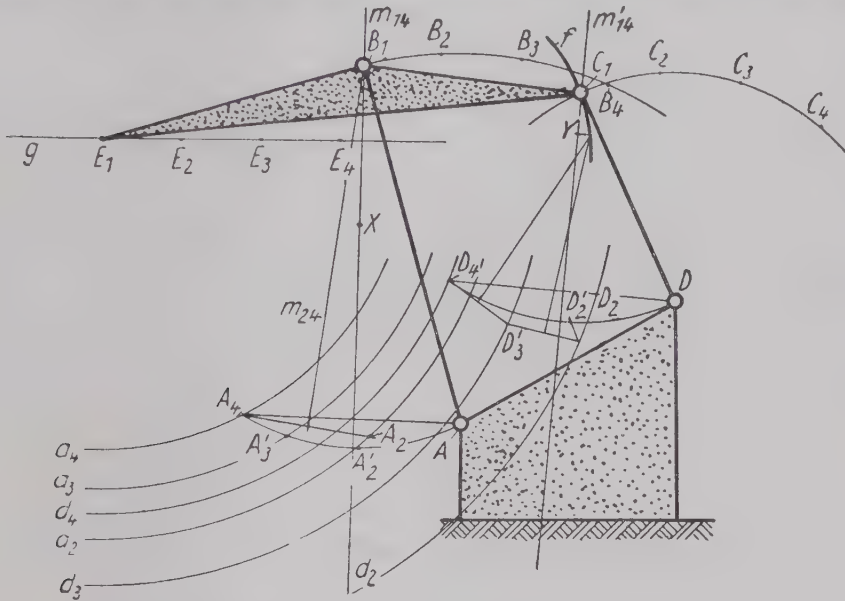


Bild 192. Gelenkviereck für gegebene Steggelenke und Koppelpunktlagen E_1, E_2, E_3, E_4

Kreisen a_2, a_3, a_4 und d_2, d_3, d_4 liegen, auch auf Kreisen um die Punkte B_1 und C_1 liegen. Da die Punkte B_1 und C_1 nicht bekannt sind, können diese Kreise nicht eingezeichnet werden.

Um ein geeignetes Paar von Punkten B_1 und C_1 zu finden, nimmt man z. B. auf dem Kreis a_4 einen beliebigen Punkt A_4 an und sucht für ihn ein passendes Punktpaar B_1, C_1 . Da A und A_4 auf einem Kreis um B_1 liegen müssen, kann B_1 nur ein Punkt auf der Mittelsenkrechten m_{14} zur Sehne AA_4 sein. Man wählt auf m_{14} einen beliebigen Punkt X als einen möglichen Punkt B_1 und schlägt um ihn einen Kreis durch die Punkte A und A_4 , der die Kreise a_2 und a_3 in Punkten A_2' und A_3' schneidet.

Wenn der Punkt X der richtige Punkt B_1 gewesen wäre, würden die Punkte A_2' und A_3' die auf der Koppel eingezeichneten Relativlagen des Gelenkes A sein.

Dann müssen die zugehörigen Relativlagen D_2', D_3', D_4' von den Punkten A_2', A_3', A_4' den Abstand $\overline{AD}$ haben. Mit diesem Abstand bestimmt man auf den Kreisen d_2, d_3, d_4 die Punkte D_2', D_3', D_4' .

Nun müßte sich, wenn X der richtige Punkt B_1 ist, der zugehörige Punkt B_1 als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_{14}' auf $\overline{DD_4}$ und der Mittelsenkrechten auf $\overline{D_2'D_3'}$ und $\overline{D_3'D_4'}$ ergeben. Es wird sich im allgemeinen zeigen, daß sich die Mittelsenkrechten auf $\overline{D_2'D_3'}$ und $\overline{D_3'D_4'}$ in einem Punkt Y schneiden, der nicht auf der Mittelsenkrechten m_{14}' liegt. Daher war X nicht der richtige Punkt, was auch zu erwarten war. Man wiederholt die Konstruktion mit anderen Punkten X auf m_{14}' und findet so eine Kurve f als geometrischen Ort für die Punkte Y . Wo die Kurve f die Mittelsenkrechte m_{14}' schneidet, ist der gesuchte Punkt C_1 , denn hier schneiden sich die Mittelsenkrechten zwischen den zugehörigen Punkten auf den zugehörigen Kreisen d_2, d_3, d_4 in demselben Punkt.

Um nun auch den zu C_1 gehörenden Punkt B_1 zu finden, schlägt man den Kreis C_1 durch D und D_4 , bestimmt vom Schnittpunkt D_2 aus mit dem Abstand $\overline{AD}$ den Punkt A_2 auf dem Kreis d_2 , errichtet die Mittelsenkrechte m_{24} auf A_2A_4 und hat in ihrem Schnittpunkt mit der Mittelsenkrechten m_{14} den gesuchten Punkt B_1 .

Wenn die Punkte B_1 und C_1 ungünstig liegen, wählt man einen anderen Punkt A_4 und wiederholt das Verfahren.

35. Winkelzuordnung am Gelenkviereck

Von den verschiedenen möglichen Aufgaben, bei denen für gegebene Steggelenke, Schwingen und Kurbelwinkel ein Gelenkviereck zu suchen ist, ist in Bild 193 der Fall herausgegriffen, daß bei zwei gegebenen Schwingenwinkeln γ_1, γ_2 und Kurbelwinkeln α_1, α_2 die Koppel BC zu bestimmen ist. Die Gelenklage C_1 ist frei gewählt und damit Lage C_2 und C_3 bestimmt. Bei Drehung des Dreiecks AB_2C_2 um A und den Winkel $-\alpha_1$ wandert der Punkt B_2 nach B_1 , wobei C_2 nach C_2' kommt. Durch Drehung des Dreiecks AB_3C_3 um A und $-\alpha_2$ kommt B_3 nach B_1 und C_3 nach C_3' . Da $\overline{B_1C_1} = \overline{B_2C_2} = \overline{B_3C_3}$, ist auch $\overline{B_1C_1} = \overline{B_1C_2'} = \overline{B_1C_3'}$, B_1 mithin der Mittelpunkt des Kreises durch C_1, C_2', C_3' , der als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_1, m_2 auf $\overline{C_1C_2'}$ und $\overline{C_2'C_3'}$ gefunden wird.

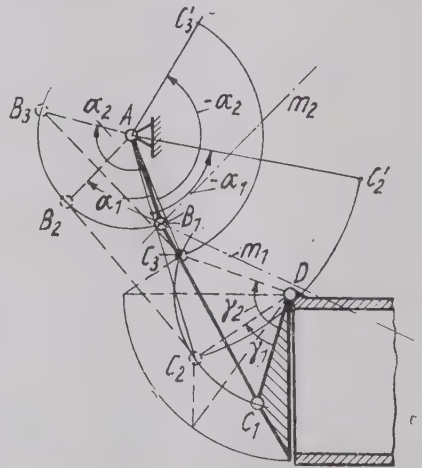


Bild 193. Gelenkviereck für zwei Kurbel- und zwei Schwingenwinkel bei gegebenen Steggelenken

Bei drei gegebenen Winkeln wird B_1 nach Annahme von C_1 mit Hilfe von Drehpolen und der Mittelpunktkurve gefunden.

36. Gelenkviereck für drei Lagen einer Koppelstrecke bei gegebenen Steggelenken

In Bild 194 ist eine Koppelstrecke b in den Lagen b_1, b_2, b_3 außer dem Steggelenk A und D gegeben. Da Gelenk A vom Gelenk B und Gelenk D vom Gelenk C stets den gleichen Abstand haben, bringt man die Dreiecke E_2F_2D und E_3F_3D in die

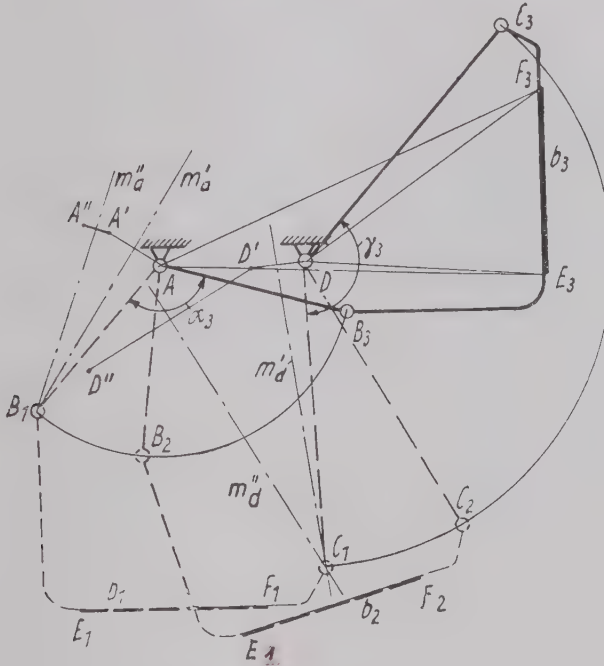


Bild 194. Gelenkviereck für gegebene Steggelenke und drei Lagen einer Koppelstrecke

Lagen E_1F_1D' und E_1F_1D'' sowie die Dreiecke E_2F_2A und E_3F_2A in die Lagen E_1F_1A' und E_1F_1A'' und kann jetzt die Gelenklage B_1 als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_a' und m_a'' zu AA' und AA'' und die Gelenklage C_1 als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_d' und m_d'' zu DD' und DD'' bestimmen.

Wenn die Mittellage b_2 als unwesentlich nicht vorgeschrieben ist, erhält man nur die Punkte A'' und D'' und die Mittelsenkrechten zu AA'' und DD'' als geometrische Orte für B_1 und C_1 . Man kann dann durch entsprechende Wahl von B_1 und C_1 auf diesen Senkrechten in gewissen Grenzen die Winkel α_3 und γ_3 einem etwaigen Bedürfnis anpassen.

37. Doppelpunkte und Spitzen

Eine Koppelkurve e (Bild 195) hat einen Doppelpunkt E , wenn sie sich an dieser Stelle überschneidet. Zu den beiden in E zusammenfallenden Lagen des Koppelpunktes E gehören zwei Lagen AB_1C_1D und AB_2C_2D des Gelenkviereckes. Dabei kann das Koppeldreieck BCE durch Drehung um E und den Winkel δ aus der

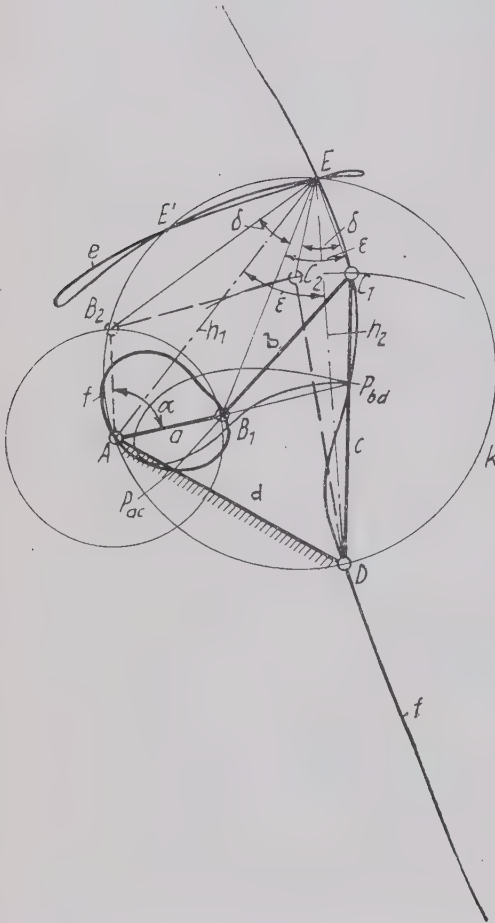


Bild 195. Koppelkurven mit Doppelpunkten

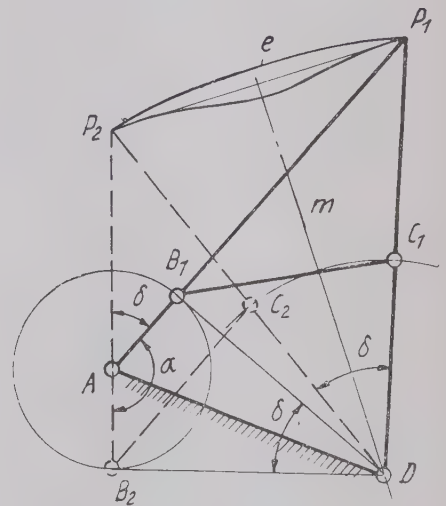


Bild 196. Kurbelschwinge für eine Koppelkurve mit gegebenen Spitzen

Lage EB_1C_1 in die Lage EB_2C_2 gebracht werden. Da C_1, C_2 und B_1, B_2 auf Kreisbögen liegen, gehen die Halbierenden h_1, h_2 durch die Mittelpunkte A und D dieser Kreisbögen und halbieren wegen $\overline{EB_1} = \overline{EB_2}$, $\overline{AB_1} = \overline{AB_2}$, sowie $\overline{EC_1} = \overline{EC_2}$, $\overline{DC_1} = \overline{DC_2}$ auch die Winkel $\angle B_1AB_2$ und $\angle C_1DC_2$.

Um ein Gelenkviereck für einen bestimmten Doppelpunkt E bei gegebenen Stegelenken A, D und gegebenem Kurbelwinkel α zu finden, zieht man die Winkelhalbierenden, trägt α symmetrisch zu h_1 ab, kann nun die Kurbel- und Schwingenlänge wählen, wodurch zunächst die Gelenklagen B_1, B_2 und damit der Winkel δ bekannt werden, und ermittelt mit dem zu h_2 symmetrisch abgetragenen Winkel δ als Schnittpunkte mit dem Schwingenkreis die Gelenklagen C_1, C_2 . Es ist dann $\overline{B_1 C_1} = \overline{B_2 C_2}$ die Koppellänge.

Aus der Drehung des Dreieckes $EB_1 C_1$ nach $EB_2 C_2$ geht hervor, daß

$$\sphericalangle \varepsilon = \sphericalangle B_1 E C_1 = \sphericalangle A E D$$

ist. Der geometrische Ort aller Koppelpunkte, die in den Kurbellagen AB_1 und AB_2 in einem Doppelpunkt ihrer Bahn liegen, ist demnach eine Kurve, deren Punkte mit $B_1 C_1$ und AD gleiche Winkel bilden. Eine derartige Kurve ist eine Fokalkurve wie die Mittelpunktkurve (Bild 189), weshalb die Kurve f (Bild 195) als geometrischer Ort für die Doppelpunkte der Getriebelege AB_1 wie in Bild 189 und 189a gezeichnet wird mit dem Unterschied, daß an die Stelle der Drehpolstrecken $\overline{P_{12} P_{14}}, \overline{P_{23} P_{34}}$ der Mittelpunktkurve die Strecken $\overline{AD}$ und $\overline{B_1 C_1}$ treten. Zu jedem Kurvenpunkt gehört ein anderer Winkel α .

Die Kurve f geht durch die Gelenklagen B_1 und C_1 , weil für ihre Lage die Doppelpunkte der Koppel gesucht werden und die Gelenke B und C diese Lage auch ein zweites Mal im Lauf einer Kurbelumdrehung erreichen, und außerdem durch die Gelenke A und D , weil es mit $\overline{B_1 C_1}$ als Sehne je einen Kreis gibt, der durch A und D geht und in diesen Punkten einen Kreis über $\overline{AD}$ als Sehne mit gleichem Umfangswinkel schneidet. Die Kreise über $\overline{AD}$ und $\overline{B_1 C_1}$ mit dem Umfangswinkel 0 werden zu den Geraden AD und $B_1 C_1$, weshalb ihr Schnittpunkt P_{ac} ebenfalls ein Punkt der Kurve f ist. Schließlich ist auch der im Momentanpol P_{ba} der Relativbewegung der Koppel gegen den Steg liegende Koppelpunkt ein Doppelpunkt, weil er als momentaner Drehpunkt zu zwei unendlich nahen Lagen der Koppel gehört.

Die Koppelkurve e hat einen zweiten Doppelpunkt E' , wenn sie vom Kreis k durch ADE ein zweites Mal geschnitten wird, weil auch für E'

$$\sphericalangle BE'C = \sphericalangle AE'D = \gamma$$

ist.

Der Momentanpol ist außer einem Doppelpunkt auch eine Spitze der Bahn des zugehörigen Koppelpunktes, weil er sich nur senkrecht und einseitig zur Rastpolbahn μ (Bild 148) bewegen kann. Um ein Gelenkviereck für eine bestimmte Spitze P_{ba} zu erhalten, macht man sie zum Momentanpol, zeichnet also das Dreieck $AP_{ba}D$ und wählt auf ihm die Punkte B_1 und C_1 beliebig.

Da Spitzen die Endpunkte einer Koppelkurve sind, haben sie für den praktischen Gebrauch eine gewisse Bedeutung, insbesondere wenn eine Koppelkurve zwei Spitzen

hat. Man kann z. B. von dem die Kurve mit zwei Spitzen beschreibenden Koppelpunkt eine Bewegung ableiten, die durch die beiden Spitzen begrenzt wird.

In Bild 196 ist die Aufgabe durchgeführt, zu zwei beliebig gegebenen Spitzen P_1, P_2 und dem Steggelenk A eine passende Kurbelschwinge zu suchen. Man zeichnet die Polstrahlen AP_1 und AP_2 , auf denen die Kurbel in den Lagen AB_1 und AB_2 und die Seiten B_1P_1 und B_2P_2 des Koppeldreieckes BPC liegen müssen. Durch Drehung um den Winkel $P_2AB_1 = \delta$ kann die Seite B_2P_2 mit der Seite B_1P_1 zur Deckung gebracht werden. Der Drehpunkt hierzu ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m zu P_1P_2 mit der Mittelsenkrechten zu B_1B_2 , die zugleich die Halbierende des Winkels α ist. Da bei der Drehung die Seite P_2C_2 nach P_1C_1 fällt und die Schwingenlänge $\overline{DC_2} = \overline{DC_1}$ ist, muß dieser Schnittpunkt zum Steggelenk D gemacht werden. Die Gelenklagen B_1 und B_2 findet man durch symmetrische Abtragung des Winkels δ an AD . Die Koppellänge $\overline{BC}$ kann beliebig gewählt werden, wobei auf Entstehung günstiger Übertragungswinkel zu achten ist.

38. Die Parallelkurbel

Ein Gelenkviereck wird zur Parallelkurbel 1234 (Bild 197), wenn je zwei gegenüberliegende Seiten gleich groß und parallel sind. Sind die Seiten nicht parallel, so

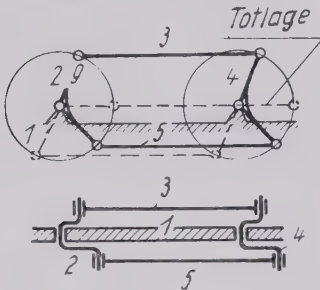


Bild 197. Parallelkurbel mit zweiter Koppel

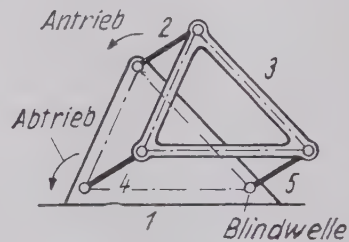


Bild 198. Parallelkurbel mit Blindwelle

entsteht die Antiparallelkurbel, deren Geschwindigkeitsverhältnisse zwischen An- und Abtriebskurbel denen eines Ellipsenräderpaares gleich sind, und die hier wegen ihrer praktisch geringen Bedeutung übergangen wird.

Wegen der Parallelbewegung der Glieder sind die Bewegungen der Kurbel stets gleich. Die Koppelpunkte beschreiben Kreise, die den Kurbelkreisen gleich und deren Umfangsgeschwindigkeiten gleich denen der Kurbelgelenke sind.

Beide Eigenschaften gestatten eine einfache Überwindung der 'Totlage', in der keine Kraftübertragung möglich und die Weiterbewegung des Getriebes unbestimmt wäre, durch Einbau einer zweiten Koppel 5 (Bild 197) oder einer dritten Kurbel 5 mit Blindwelle (Bild 198). Durch diesen Überschuß ist die Zwangslaufbedingung nicht mehr

erfüllt, die Kräfteermittlung daher auch nicht statisch bestimmt, das Getriebe aber durch Einhaltung der geometrischen Bedingungen trotzdem zwangsläufig.

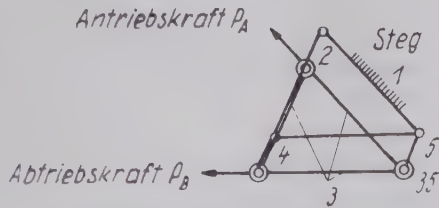


Bild 199. Totlagenüberwindung durch Blindwelle

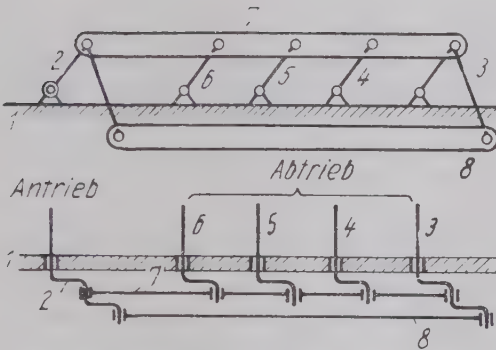


Bild 200. Gleicher Antrieb einer Wellenreihe

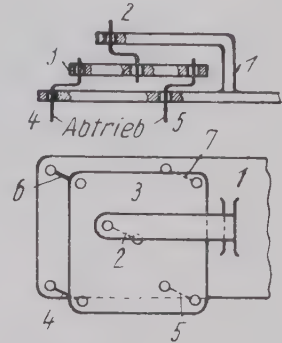


Bild 201. Antrieb nicht in Reihe liegender Wellen

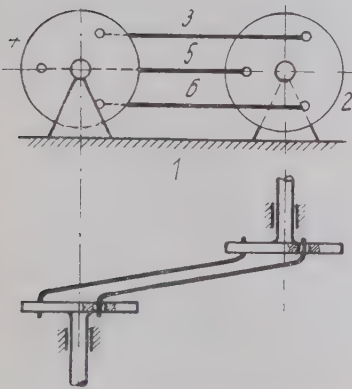


Bild 202. Wellenkupplung mit Massen- ausgleich für größeren Abstand

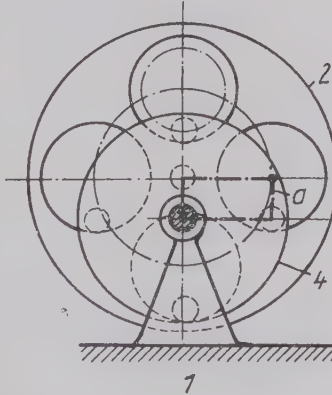


Bild 203. Vereinfachte Wellenkupplung bei kurzem Abstand

Bei Anordnung einer zweiten Koppel nach Bild 197 übernimmt in der Decklage der Koppel 3 mit Kurbel 2 und 4 die Kraft- und Bewegungsüber-

tragung, bei Bild 198 die Kurbel 5, wie es in Bild 199 durch die Kräfte P_A und P_B veranschaulicht ist. Beispiele für die Anwendung der Parallelkurbel sind der gleichmäßige Antrieb einer Anzahl in einer Geraden liegenden Wellen unter Anwendung einer zweiten Koppel (Bild 200), der gleichmäßige Antrieb beliebig angeordneter paralleler Wellen (Bild 201), die Verbindung zweier paralleler, sich gleich drehender Wellen in größerem Abstand nach Bild 202 und für kurzen Wellenabstand nach Bild 203, wobei der Wellenabstand a die Länge zweier gegenüberliegender Parallelgrammseiten ist und die dem Wellenabstand parallele Seite durch Führung eines Zapfens im Loch mit Wellenabstand plus Zapfenradius als Lochradius verwirklicht ist. Beide Wellenverbindungen nach Bild 202 und 203 haben ruhenden Schwerpunkt.

39. Der Pantograph

Mit nur einem festen Drehpunkt A wird die Parallelkurbel nach Bild 204 zur Vergrößerung von Zeichnungen oder Allgemein-Bewegungen verwendet, wobei die Bilder einander parallel bleiben. Es sei in Bild 204 von A aus ein Strahl gezogen,

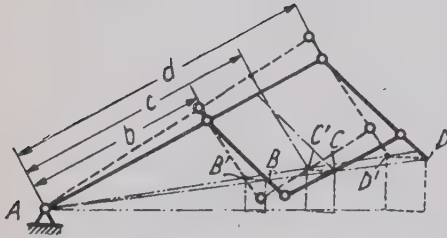


Bild 204. Parallelkurbel als Pantograph (Storchschnabel)

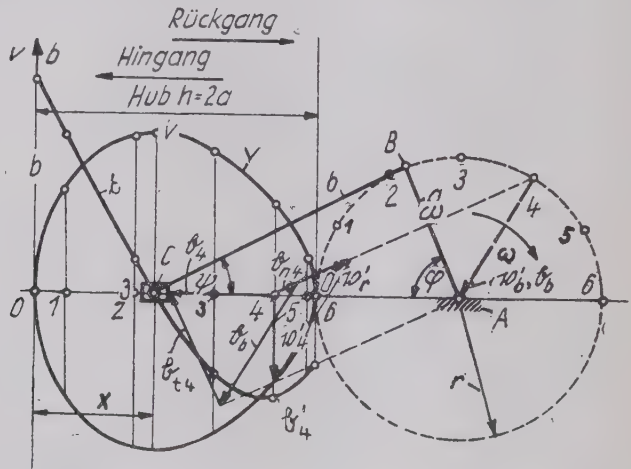


Bild 205. Geschwindigkeiten und Beschleunigungen am Kurbeltrieb

der die Parallelgrammseiten in den Punkten B, C, D schneidet, und der Punkt B nach B' bewegt, wobei die Parallelkurbel in die gestrichelte Lage kommt. Da die Parallelgrammseiten einander parallel bleiben, gibt

$$\frac{\overline{AB}}{b} = \frac{\overline{AC}}{c} \quad \text{und} \quad \frac{\overline{AB'}}{b} = \frac{\overline{AC'}}{c'}$$

also auch

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}}$$

d. h. die Dreiecke ABB' und ACC' sind einander ähnlich, daher auch, weil zudem A die Spitze beider Dreiecke ist und B, C auf demselben Strahl von A liegen, die Seiten BB' und CC' parallel. Da somit $\overline{BB'} : \overline{CC'} = \overline{AB} : \overline{AC} = b : c$ gilt, ist $b : c$ das Vergrößerungsverhältnis.

Für den Punkt D findet man entsprechend $b : d$ als Vergrößerungsverhältnis zwischen $\overline{BB'}$ und $\overline{DD'}$.

40. Der Kurbeltrieb

Der nach Bild 60 aus dem Gelenkviereck entwickelte Kurbeltrieb wird nach Bild 205 meist zentrisch ausgeführt, wobei die Schubrichtung des Gelenkes C durch die Welle A geht. Das Antriebsglied ist die Kurbel a oder der Schieber c . Wenn eines dieser Glieder auch das Abtriebsglied ist, dient der Kurbeltrieb zur Umwandlung einer geradlinigen Bewegung in eine kreisende oder umgekehrt, wobei die Zeiten für Hin- und Rückgang des Schiebers gleich sind.

Da kurz vor den Umkehrpunkten des Schiebers seine Geschwindigkeit klein ist, muß die an der Kurbel als Antriebsglied zugeführte Energie nach dem Satz von der Erhaltung der Energie eine große Kraft am Schieber bei kleinem Weg ergeben, die in einem Motor zur Erzeugung einer starken Kompression oder in einer Presse zur Erzeugung einer hohen Preßkraft ausgenutzt wird.

Beim zentrischen Kurbeltrieb ist der Hub $h = 2a$ mit a als Kurbellänge und bei konstanter Kurbelwinkelgeschwindigkeit ω mit

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \text{ sec}^{-1}$$

(n = Kurbeldrehzahl in der Minute) die durchschnittliche oder mittlere Schiebergeschwindigkeit

$$v_m = \frac{2h n}{60} \text{ m/sec}$$

mit h in Metern.

Geschwindigkeitsbestimmungen können zeichnerisch durch gedrehte Geschwindigkeiten (Bild 152), Beschleunigungsermittlungen nach Grüber (Bild 167) durchgeführt werden. In Bild 205 sind in dieser Weise Geschwindigkeit und Beschleunigung für Kurbellänge 4 bei konstanter Winkelgeschwindigkeit und einer Vektorlänge der Geschwindigkeit v_b des Gelenkes B gleich der Kurbellänge a dargestellt. b_{n4} und b_{t4} sind die relativen Normal- und Tangentialbeschleunigungen des Gelenkes C gegen Gelenk B und der Lage 4.

Die gedrehten Geschwindigkeitsvektoren des Gelenkes C bilden das Hub-Geschwindigkeitsdiagramm v , während die Beschleunigungen des Gelenkes C zur Diagrammbildung um 90° zu drehen sind, weil sie sich bei der Ermittlung in ihrer wahren Lage in der Bahn des Gelenkes C ergeben.

Die Rechnung ergibt mit den Bezeichnungen (Bild 205) für die Schieberlage

$$x = a + b - b \cos \psi - a \cos \varphi,$$

woraus mit

$$\begin{aligned} b \sin \psi &= a \sin \varphi \\ \cos \psi &= \sqrt{1 - \sin^2 \psi} \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \psi = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \sin^2 \varphi \\ x &= a (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2} \frac{a^2}{b} \sin^2 \varphi \end{aligned}$$

wird. Die in der Reihenentwicklung für $\cos \psi$ gemachte Vernachlässigung ergibt bei $a:b = 1:5$ einen größten Fehler von etwa $1/2000$ des Kolbenhubes, der mit Vergrößerung der Koppellänge gegenüber der Kurbellänge abnimmt.

Für die Schiebergeschwindigkeit wird

$$v = \frac{dx}{dt} = a \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \frac{a^2}{b} \sin \varphi \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt}$$

oder mit

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \omega \\ v &= a \cdot \omega \left(\sin \varphi + \frac{1}{2} \frac{a}{b} \sin 2\varphi \right). \end{aligned}$$

Die Beschleunigung des Schiebers, die zum Unterschied von der Koppellänge b mit b_c bezeichnet sei, ergibt sich zu

$$b_c = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = a \omega \left(\cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \frac{a}{b} \cos 2\varphi \frac{d\varphi}{dt} \right)$$

$$\text{oder} \quad b_c = a \omega^2 \left(\cos \varphi + \frac{a}{b} \cos 2\varphi \right).$$

Bei $b_c = 0 = \cos \varphi + \frac{a}{b} \cos 2\varphi$ wird

mit

$$\begin{aligned} \cos 2\varphi &= 2 \cos^2 \varphi - 1 \\ \cos^2 \varphi + \frac{b}{2a} \cos \varphi - \frac{1}{2} &= 0 \end{aligned}$$

oder

$$\cos \varphi = \frac{b}{4a} \left(-1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right),$$

worin nur das positive Wurzelvorzeichen einen Sinn ergibt. Der hiermit berechnete Winkel gibt unter Berücksichtigung der bei der früheren Auflösung von $\cos \psi$ gemachten Vernachlässigung die Kurbellage bei größter Schiebergeschwindigkeit an.

Die größte Beschleunigung tritt in der äußersten Totlage mit $\varphi = 0$ als

$$b_{c\max} = a \omega^2 \left(1 + \frac{a}{b} \right)$$

auf.

Die Symmetrie des zentrischen Kurbeltriebes ergibt symmetrische Koppelkurven der auf der Geraden BC liegenden Koppelpunkte. Das Getriebe (Bild 206) wird nach der *Lichtenheldtschen* Konstruktion (Bild 191) für gegebene Antriebswelle A , Gleitbahn m , Abtriebswelle F und Abtriebswinkel φ durchgeführt und zum Unterschied von Bild 191 statt der Schwinge B_0B eine Gleitbahn m mit Schieber ausgeführt.

Sehr einfach ist hier mit Hilfe der Krümmungskreise ein Rastgetriebe herstellbar, weil die auf m liegenden Elemente der Koppelkurven der Symmetrie wegen vierpunktig berührende Krümmungskreise besitzen, die eine längere Rastdauer gewährleisten. In Bild 206 fällt der Momentanpol M der Koppel in der einen Symmetrielage mit der Grenzlage B_a des Gelenkes B zusammen. Die Polwechselgeschwindigkeit v_p kann wegen der Symmetrie der Rastpolbahn zu m nur senkrecht auf m stehen. Zur Bestimmung der Krümmungsradien ρ nach *Hartmann* nimmt man eine Geschwindigkeit v_a an, zieht von A_0 als Krümmungsmittelpunkt des Bahnelementes bei A_a eine Gerade durch den Endpunkt von v_a , die v_p in der Spitze V_p trifft. Die Gerade von M durch V_a schneidet die Senkrechte auf m in E_a im Punkt V_e als Spitze eines Geschwindigkeitsvektors. Die Gerade $V_p V_e$ schneidet m in dem zu E_a gehörenden Krümmungsmittelpunkt F_a , der als Gelenk für Glied $\overline{E_a F_a} = \overline{EF}$ mit Glied $\overline{F_a F_0} = \overline{F F_0}$ ausgebildet wird. Das Gelenk F_0 ist beliebig wählbar. Die Punkte E_a und F_a sind nur dann brauchbar, wenn sich auf $\overline{F_a F_i}$ keine ungünstigen

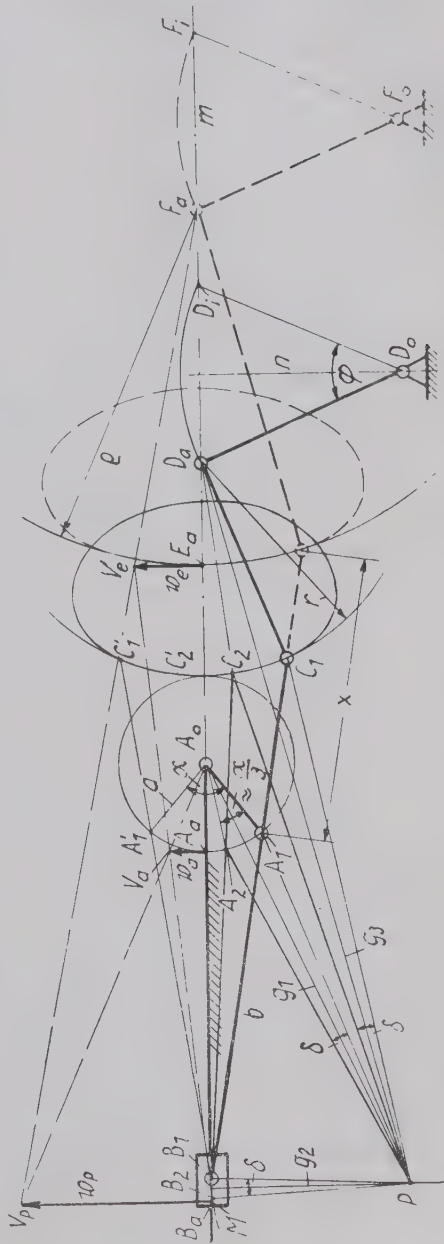


Bild 206. Rastgetriebe aus dem Kurbeltrieb

Um den Punkt B_1 mit zugehörigem unendlich großem Krümmungsradius für die Kurbellage AB zu finden, wird mit einer beliebigen Geschwindigkeit v_1 die Polwechselgeschwindigkeit v_{p1} bestimmt, der Polstrahl p_1 und durch V_{p1} die Parallele zu AM gezogen, die p_1 in V_{B1} trifft. Das Lot von V_{B1} auf M gibt den gesuchten Punkt B_1 und den Geschwindigkeitsvektor von B_1 an. Zur Bewegungsableitung von B_1 ist eine in Richtung m bewegliche Kreuzschleife zu verwenden.

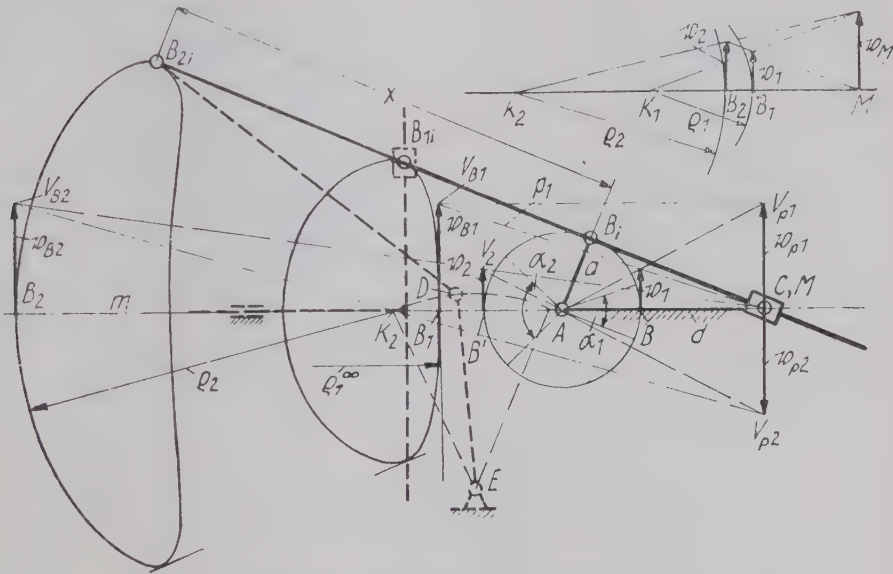


Bild 208. Rastgetriebe der Kurbelschleife

Die Rechnung ergibt für B_2

$$\frac{v_{p2}}{v_{B2}} = \frac{x + a + d - \varrho}{\varrho}, \quad \frac{v_{p2}}{v_2} = \frac{d}{a}, \quad \frac{v_2}{v_{B2}} = \frac{a + d}{x + a + d}$$

und daraus

$$\varrho = \frac{a(x + a + d)^2}{ax + (a + d)^2}.$$

Verwendung der schwingenden Kurbelschleife als Pumpe ohne Ventile (Bild 209) oder im Sturm-Flüssigkeitsgetriebe (Bild 210).

Bei der umlaufenden Kurbelschleife (Bild 177) ist Kurbel 2 länger als Glied 1. Antriebsglied kann Kurbel 2 oder 3 sein. Zur Benutzung der Koppelkurven nach Bild 208 werden die Krümmungsradien wie dort ermittelt.

Nach Bild 211 beschreibt ein Koppelpunkt D , wenn seine Lage durch die Bedingung

$$a - b < d$$

mit $d = \overline{AC}$ begrenzt wird, während einer Kurbelumdrehung eine verschlungene Kurve von der Gestalt der Kurve f . D kommt von D_i als Ausgangslage nach C ,

wenn Gelenk B von B_i nach B' auf der Senkrechten e zu m in C gekommen ist, vorausgesetzt, daß

$$a^2 = b^2 + d^2$$

gemacht wird. Die Senkrechte ist Kurventangente, weil für sie als Koppellage der Momentanpol der Koppel nach A fällt, und begrenzt somit die äußerste Lage

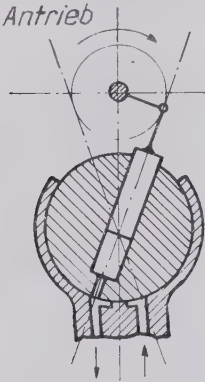


Bild 209. Junkers Kraftstoffpumpe

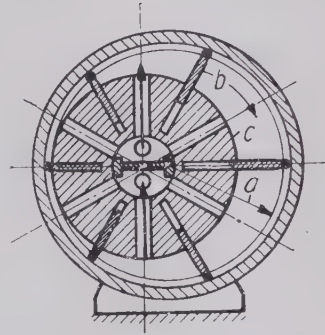


Bild 210. Sturm-Flüssigkeitsgetriebe

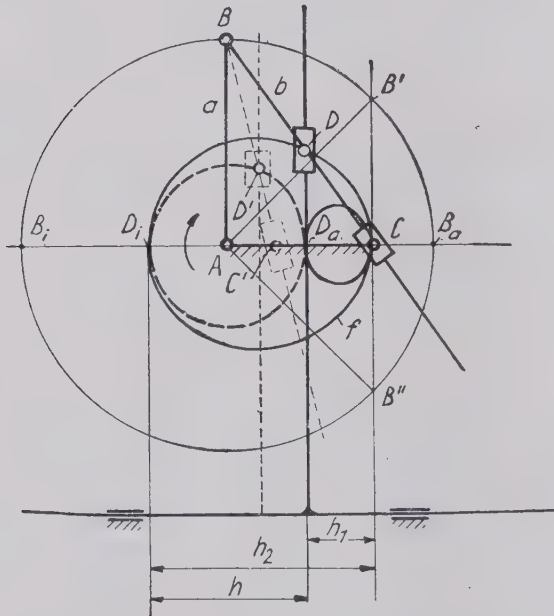


Bild 211. Doppelhubgetriebe mit Kurbelschleife

von D und damit den Hub h_2 einer von D in Bewegung gesetzten Kreuzschleife. Fällt B nach B_a , so liegt D in D_a und wandert von hier auf einem zum bisherigen

symmetrischen Weg nach D_i zurück. Im Ganzen liegt in Bild 211 ein Doppelhubgetriebe vor, wobei die Kreuzschleife während einer Kurbelumdrehung zweimal in die Lage e kommt und die Hübe h_1 und h_2 ausführt.

Die Verschiebung des Gelenkes C nach C' , wobei $\overline{AC'} < \overline{AD_a} = a - b$ sein soll, macht aus dem Doppelhubgetriebe ein Getriebe mit einfachem Hub

$$h = 2(a - b).$$

Eine wichtige Anwendung stellt die Ableitung der Bewegung von der Kurbel c (Bild 212) dar, wobei der Zweck die Erreichung eines langsamen Arbeitsganges und schnellen Rückganges an der die Bewegung abnehmende Kreuzschleife ist, für die in

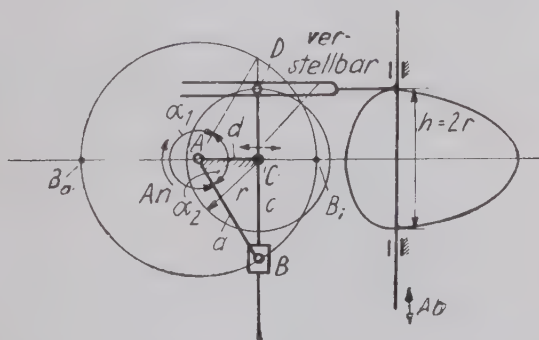


Bild 212. Umlaufende Kurbelschleife für langsamen Hin-, schnellen Rückgang, Zeitverhältnis ohne Hubänderung verstellbar

Bild 212 das Geschwindigkeitsdiagramm eingezeichnet ist. Das Verhältnis der Zeiten t_H und t_R ist wie oben zu berechnen. Die Winkelgeschwindigkeiten der Kurbel c in den Symmetrielagen sind mit ω_a als Antriebsgeschwindigkeit bei

$$B \text{ in } B_a: \omega_{c \min} = \omega_a \cdot \frac{a}{a+b},$$

$$B \text{ in } B_i: \omega_{c \max} = \omega_a \cdot \frac{a}{a-d},$$

woraus die größten Geschwindigkeiten der Kreuzschleife im Hin- und Rückgang zu berechnen sind. Das Verhältnis dieser Geschwindigkeiten ist ohne Hubänderung h durch Verschiebung des Gelenkes C auf m zu ändern.

42. Schwingende, umlaufende und feste Kreuzschleife

Die schwingende Kreuzschleife (Bild 62) wird meist mit senkrechtem Kreuz (Bild 213) als kurzbauendes Getriebe mit schwingendem Abtrieb verwendet. Durch die Form des Kreuzes und die als unendlich festgelegten ursprünglichen Schwingen und Koppel

im Gelenkviereck wird die Maßgebung sehr einfach. Der Hub ist $h = 2a$, der Ausschlag x aus der Getriebemitte

$$x = a \cos \varphi,$$

die Abtriebsgeschwindigkeit v_4^1 des Kreuzes mit ω als Antriebswinkelgeschwindigkeit

$$v_4^1 = \frac{dx}{dt} \omega a \sin \varphi$$

bei $\varphi < 180^\circ$ der Zunahme von $+x$ entgegengesetzt, was auch aus dem Kräfte-dreieck hervorgeht. Die Gleitgeschwindigkeit ist nach diesem Dreieck

$$v_4^3 = v_2 \cos \varphi = \omega a \cos \varphi.$$

Für die Beschleunigung des Kreuzes ergibt sich

$$b_4^1 = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 \cdot a \cos \varphi$$

mit dem Maximum = Minimum bei $\varphi = 0^\circ$ und 180° , Richtungswechsel bei $\varphi = 90^\circ$ und 270° .

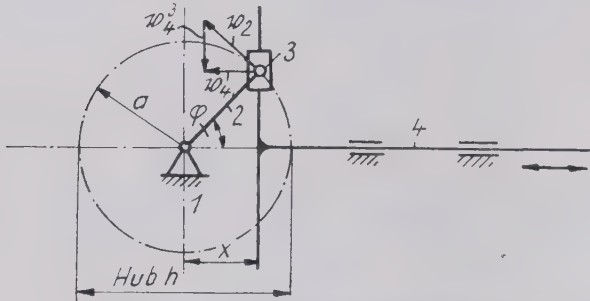


Bild 213. Schwingende Kreuzschleife

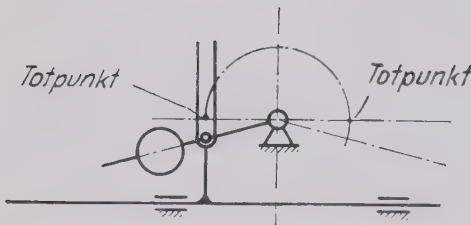


Bild 214. Verstellung mit Kreuzschleife und Übertotpunktsperre

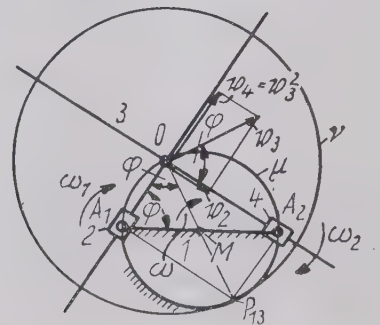


Bild 215. Umlaufende Kreuzschleife

Die Bewegung des Kreuzes ist demnach bei konstantem Antrieb eine reine Sinus-schwingung.

Mit Übertotpunktsperre wird die Kreuzschleife nach Bild 214 zur Stangenverstellung verwendet.

Durch entsprechende Gehäuseausbildung kann sie als Pumpe mit Glied 4 und Glied 3 als Kolben benutzt werden.

Auch bei der umlaufenden Kreuzschleife (Bild 63) wird das Kreuz rechtwinklig nach Bild 215 ausgeführt. Der Kreuzmittelpunkt O bewegt sich wegen des rechten Winkels auf dem Kreis mit A_1A_2 als Durchmesser, auf dem sich auch der Momentan-

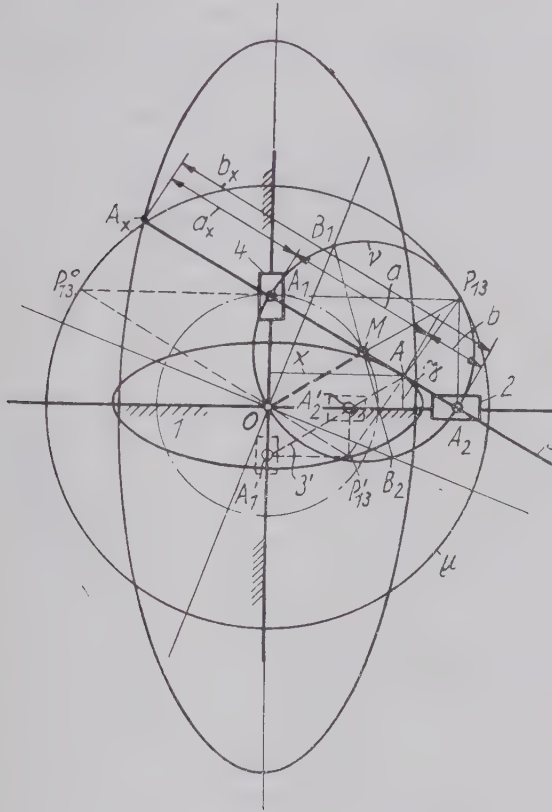


Bild 216. Feste Kreuzschleife

pol P_{13} bewegt, weil die Polstrahlen in A_1 und A_2 auf dem Kreuz senkrecht stehen. Dieser Kreis ist somit die Rastpolbahn μ . Da P_{13} von O stets denselben Abstand OP_{13} hat, ist die Gangpolbahn ν , auf der P_{13} am Kreuz wandert, ein Kreis um O mit OP_{13} als Radius.

Da O auf dem Kreis um die Mitte M die Strecke $\overline{A_1A_2}$ wandert, kann das Getriebe durch eine Kurbel MO überschlossen und von ihr angetrieben werden.

Von Wichtigkeit ist hier die Größe der Winkelgeschwindigkeiten ω_1, ω_2 der Wellen A_1, A_2 . Die Geschwindigkeitskomponenten bei O sind

$$v_2 = v_3 \cdot \cos \varphi, \quad v_4 = v_3 \sin \varphi$$

und mit

$$v_3 = x \cdot \omega, \quad v_4 = 2 x \sin \varphi \cdot \omega_2, \quad v_2 = 2 x \cos \varphi \cdot \omega_1$$

$$x \omega = 2 x \omega_1 + 2 x \omega_2$$

oder

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2} \omega.$$

Die umlaufende Kreuzschleife wird dabei ohne Kurbel 1 MO bei geringem Abstand $A_1 A_2$ zur Kupplung zweier Wellen bei gleichen Geschwindigkeiten $\omega_1 = \omega_2$ (Oldhamsche Kupplung) verwendet.

Die feste Kreuzschleife (Bild 64) wird ebenfalls gewöhnlich mit rechtwinkligem Kreuz (Bild 216) verwendet und aus Bild 215 durch Stellung des Mechanismus auf das Kreuz erhalten. Da hierbei die Relativbewegungen dieselben bleiben, sind auch hier die Polbahnen Kreise, jedoch jetzt der Kreis um O die Rastpolbahn μ und der Kreis mit $A_1 A_2$ als Durchmesser die Gangpolbahn ν . Die Kurbel OM kann als Überschußglied beibehalten und zum Antrieb des Gliedes 3 verwendet werden.

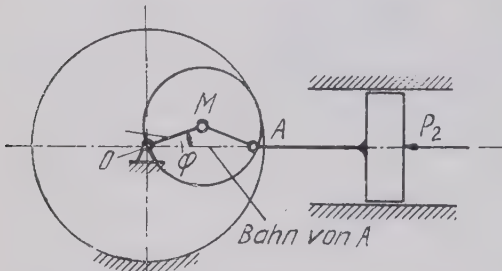


Bild 217. Feste Kreuzschleife oder Umlaufräderpaar für Geradföhrung eines Preßkolbens

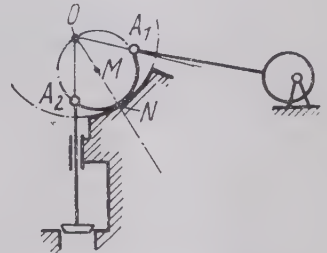


Bild 218. Rollender Hebel mit Geradföhrung an A_2

Da die Polbahnen aufeinander rollen, ist die Bewegung des Gliedes 3 dieselbe, als wenn es zu einem Rad gehört, das in einem doppelt so großen Rad abrollt. Ebenso wie die Umfangspunkte A_1, A_2 des kleinen Rades gerade Bahnen durch O beschreiben, sind auch die Bahnen aller anderen Umfangspunkte dieses Rades Gerade durch O , weil die Polbahnen dieselben bleiben, wenn das Kreuz um einen Winkel um O gedreht wird, wobei es die Gangpolbahn ν in anderen Punkten B_1, B_2 schneidet.

Die Geradföhrung durch das Kardankreispaar μ, ν kann nach Bild 217 durch Ausführung des Kreispaares als innen und außen verzahntes Räderpaar oder nach Bild 218 durch Ausbildung als Kreisbögen, die ohne gleitende Reibung rollen, ausgenutzt werden.

Für die Bahn eines Punktes A auf der Geraden A_1A_2 ergibt sich mit den Ordinaten x und y aus der Dreiecksähnlichkeit

$$\frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - y^2}}{b}, \quad x^2 \cdot \frac{b^2}{a^2} = b^2 - y^2$$

oder

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{mit } a + b = \overline{A_1A_2}$$

als Gleichung einer Ellipse.

Für einen Punkt A_x auf dem Halbstrahl von M nach A_1 ergibt sich eine Ellipsenlage senkrecht zu derjenigen für die Punkte A des Halbstrahles von M nach A_2 . Hier ist $\overline{A_1A_2} = b - a$.

Punkte wie B_1 und B_2 , die nicht auf der Geraden A_1A_2 liegen, bewegen sich auf dem Achsenkreuz OB_1 und OB_2 . Die Ellipsen der Punkte der Geraden B_1B_2 sind deshalb gegenüber denen der Geraden A_1A_2 um den Drehwinkel des Kreuzes gedreht.

In Bild 216 ist noch gezeigt, daß die Bahn des Punktes A auch durch ein Glied 3' mit den Gelenken A_1', A_2' erzeugt werden kann.

Man findet durch den zu P_{13} symmetrischen Pol P_{13}^O mit seinem Polstrahl $P_{13}^O O$ den Pol P_{13}' als Schnittpunkt mit dem Polstrahl $P_{13}A$ und durch die Senkrechten von P_{13}' auf die Bahnen des Kreuzes die Gelenke A_1', A_2' . Die Gerade $A_1'A_2'$ muß den Punkt A enthalten.

Daß die Erzeugung einer Ellipse auf zwei Arten, durch einen Punkt innerhalb eines Durchmessers $\overline{A_1A_2}$ oder außerhalb wie bei $\overline{A_1'A_2'}$ möglich ist, geht daraus hervor, daß in der Ellipsengleichung die Strecke $\overline{A_1A_2}$ selbst nicht enthalten ist. Es ist

$$\overline{A_1'A} = a = \overline{A_1A} \quad \text{und} \quad \overline{A_2'A} = b = \overline{A_2A} \quad \text{mit} \quad \overline{A_1'A_2'} = a - b \quad \text{bei} \quad \overline{A_1A_2} = a + b.$$

Wird Glied 3' durch eine Kurbel OM' in derselben Richtung wie die Kurbel OM angetrieben, so durchläuft Punkt A die Ellipse in entgegengesetzter Richtung.

Praktisch werden die Ellipsenbahnen und die geraden Bahnen der Punkte der Gangpolbahn meist durch ein den Polbahnen μ und ν entsprechendes Umlaufräderpaar erzeugt.

In Bild 219 ist ein Kardankreispaar mit den Radien $R = 2r$, angetrieben durch die Kurbel $OM = r$ mit der Winkelgeschwindigkeit ω dargestellt. Die Gerade g des kleinen Kardankreises soll gleichzeitig mit der Kurbel OM in die Decklage mit der Kreuzachse m kommen, weshalb in jeder Lage des kleinen Kreises die Gerade g durch die Fußpunkte der Lote vom Momentanpol P auf die Achsen m und n gehen muß. Ein Punkt A der Geraden g beschreibt die Ellipse e und treibt das Kreuz K , dessen Hub $h = 2(r + a)$ ist. Macht man den Zapfen A z. B. durch eine Schwalbenschwanznut mit Klemmschraube in dem als Zahnrad ausgeführten kleinen Kardan-

kreis auf g verschiebbar und verschiebt ihn nach A außerhalb des kleinen Kardankreises, so beschreibt er die Ellipse e' in entgegengesetzter Bewegung wie die Ellipse e und erteilt dem Kreuz den Hub h' . Eine Verschiebung von A nach A'' ergibt die Ellipse e'' und den Hub h'' , die Verschiebung auf den Kreisumfang nach A_2 den Hub 0 . Bemerkenswert ist bei dieser Hubverstellung, daß die Kurbel-lagen in den End- und Mittellagen des Kreuzes stets dieselben bleiben.

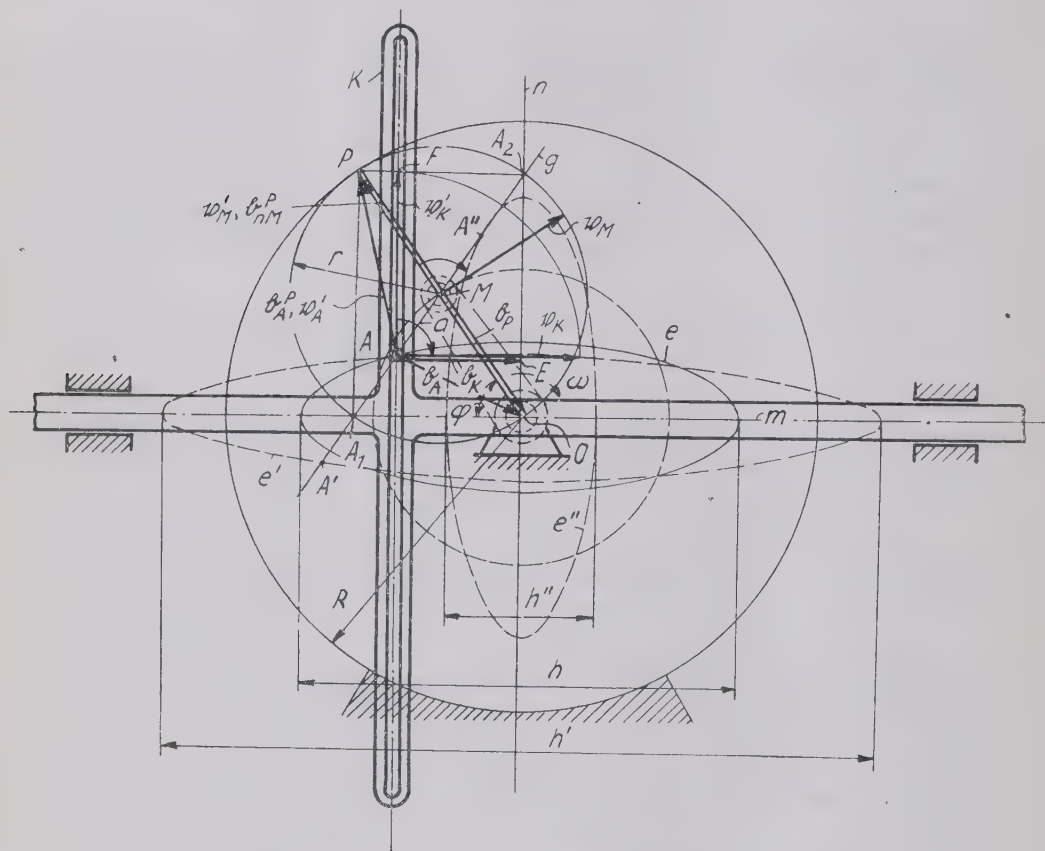


Bild 219. Kardankreispaar mit Bewegungsableitung durch Kreuzschleife

Statt des Kardankreispaares kann auch das Kreuz m, n und ein Schieber mit Zapfen bei A_1 und A_2 ausgeführt werden.

Zur zeichnerischen Geschwindigkeitsermittlung wird der Vektor für $v_M = r \cdot \omega$ gleich $\overline{OM} = \overline{PM}$ gemacht, wodurch der gedrehte Vektor v'_A gleich $\overline{AP}$ und damit die gedrehte Geschwindigkeit v'_K des Kreuzes gleich dem Lot von A auf $\overline{PA_2}$ wird.

Mit dieser Wahl des Geschwindigkeitsmaßstabes wird die Beschleunigungs-ermittlung ebenfalls einfach. Bei konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit ω ist $\overline{MO}$ der Beschleunigungsvektor für M und $\overline{MP} = \mathfrak{b}_{nM}$ die relative Beschleunigung von M gegen den Pol P . Da PMO die Polnormale ist, deren Punkt bei O eine gerade Bahn beschreibt, ist O Wendepol mit dem Beschleunigungsvektor $\overline{OP}$ und daher $\overline{PO}$ der Vektor $\mathfrak{b}_p$ der Polbeschleunigung. Infolge der Unveränderlichkeit des Vektors $\mathfrak{b}_{nM}^P$ fehlt eine Tangentialbeschleunigung, weshalb $\overline{AP}$ der Vektor $\mathfrak{b}_A^P$ der Relativbeschleunigung von A gegen P und daher $\overline{AO} = \mathfrak{b}_A$ die Beschleunigung von A gegen die ruhende Ebene ist. Die Komponente $\mathfrak{b}_K$ von $\mathfrak{b}_A$ ist schließlich die Beschleunigung des Kreuzes K .

Nach Bild 219 ergibt sich durch Berechnung der Vektorlängen

$$v_K = \omega \cdot \overline{AF} = \omega (r + a) \sin \varphi$$

und

$$b_K = \omega^2 \cdot \overline{AE} = \omega^2 (r + a) \cos \varphi.$$

43. Nockentriebe

Die aus Bild 160 und 161 bekannten Nockentriebe, mit Schwinghebel aus dem Kurventrieb (Bild 66), mit Stößel nach Bild 220 aus dem Schubkurventrieb (Bild 67) entwickelt, wobei die Kurve am Abtriebsteil zu einem Punkt zusammengeschrunpft ist, haben eine symmetrische Kurvenscheibe, die ihrer kleinen Dimension wegen als Nocken bezeichnet wird und vielfach als Tangentialnocken verschiedener Bauart (Bild 220, 221 und 222) oder als Kreisbogennocken (Bild 160) ausgeführt wird.

Die Betrachtungen werden hier auf den zentrischen Stößelnockentrieb beschränkt, wobei die geradlinige Stößelbewegung durch die Achse der Nockenwelle geht. Ermittlungen von Wegen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sind an exzentrischen Stößel- und Hebelnockentrieben ähnlich ohne Schwierigkeiten am einfachsten zeichnerisch unter Beachtung des in Bild 160 und 160a erwähnten Ersatzes des Nockentriebes durch eine Kurbelschwinge bzw. einen Kurbeltrieb beim Stößelnockentrieb vorzunehmen.

Für den Entwurf eines gewöhnlichen Tangentialnockens (Bild 220) seien der Stößelhub h , das Stößelspiel c , der Steuerwinkel S der Stößelbewegung gegeben, der Nockengrundkreisradius r und der Rollenradius R_o angenommen. Man zeichnet mit $R' = r + c + R_o$ den Erhebungsgrundkreis und legt von seinen Schnittpunkten F' mit den Schenkeln des zur Mittellinie m symmetrisch abgetragenen Winkels α die Tangenten t' mit Schnittpunkt S' auf m an den Erhebungsfußkreis $R = r + R_o$, wodurch die Schlagbahnwinkel α' bekannt werden, durch deren Zurücklegung das Stößelspiel beseitigt wird. Zur Vollendung der Nockenform wird F bestimmt und $\overline{A_o H} = R + c + h - R_o = r + c + h$ festgelegt, in H die Senkrechte zu m bis zum Schnitt T mit den Tangenten t gezogen, $\overline{HT} = \overline{H'T}$ gemacht und in H' auf t die

Senkrechte errichtet, die den Mittelpunkt M des Kuppenkreises und damit seinen Radius r_o angibt. Hierdurch ist t auch Tangente an den Kuppenkreis, wodurch ein stoßfreier, d. h. ohne plötzliche Geschwindigkeitsänderung stattfindender Übergang der Rolle von der Tangente auf den Kreis gesichert ist. Der Übergang ist allerdings nicht ruckfrei, d. h. die Beschleunigung ändert hier plötzlich ihre Größe wegen der endlichen Änderung des Krümmungsradius und verursacht so eine entsprechend scharfe Änderung der Massenkraft.

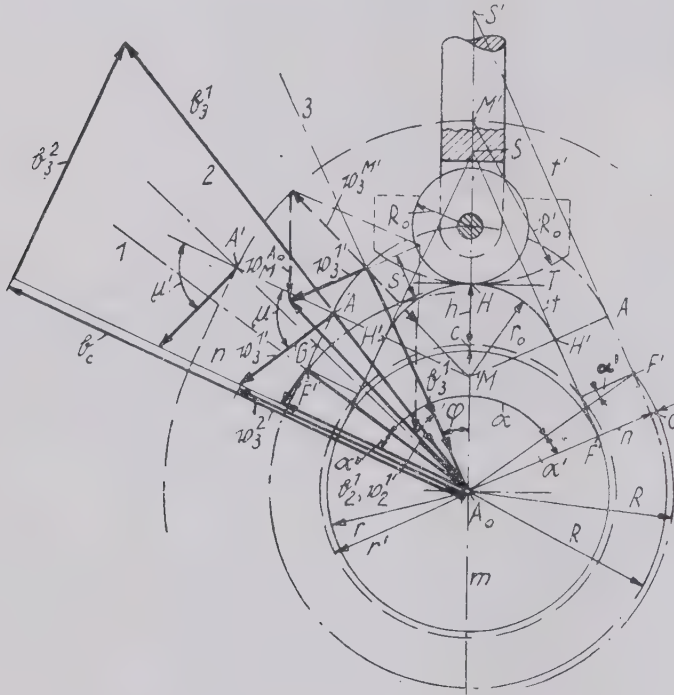


Bild 220. Tangentialnocken mit tangentialer Schlagbahn

Zur einfachen Ermittlung der Rollenbewegung benutzt man die durch den Rollmittelpunkt gehende Äquidistante zum Nockenumriß und bringt statt der Nockendrehung die Stößelachse durch Drehung um A_0 in die Relativlagen 1, 2, 3 usw. gegenüber dem Nocken, der so nur einmal zu zeichnen ist.

Der Stößelweg s ist auf der Stößelachse vom Kreisbogen um A_0 durch F' bis zum Schnitt der Achse mit der Äquidistanten abzugreifen und ergibt im Diagramm (Bild 220a) die Erhebungskurve. Auf dem Winkel α wird aus dem Stößel das Spiel c entfernt, also nur so viel Masse bewegt, bis die Stößelteile spielfrei aneinander

und an dem Nocken liegen. Vom Winkel α' ab beginnt auf dem Steuerwinkel die Bewegung der Gesamtmasse.

Die Stößelgeschwindigkeit wird zeichnerisch mit gedrehten Geschwindigkeitsvektoren z. B. für die Lage A des Rollenmittelpunktes nach

$$v_3^1 = v_2^1 + v_3^{2'}$$

ermittelt, wobei v_2^1 der gedrehte Vektor des bei A liegenden Punktes des Gliedes 2 von der Größe $v_2^1 = \omega_2 \cdot \overline{A_o A}$, $v_3^{2'}$ der gedrehte Relativgeschwindigkeitsvektor senkrecht zum Nockenumfang und v_3^1 der gedrehte Vektor der Stößelgeschwindigkeit senkrecht zur Bewegungsrichtung des Stößels ist. Die Zeichnung wird besonders für die Beschleunigungsermittlung vereinfacht, wenn die Länge von v_2^1 gleich $A_o A$ gewählt wird.

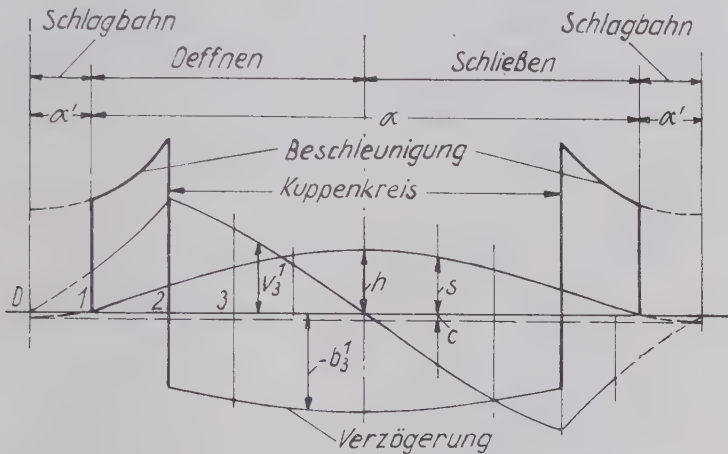


Bild 220 a. Bewegungsdiagramm zu Bild 220

Die v -Kurve verläuft während der Berührung der Rolle mit der geraden und der runden Nockenflanke nach zwei verschiedenen Gesetzen und hat daher am Übergang vom geraden Teil in den Kuppenkreis bei H' oder A einen Knick. Wenn auf dem Winkel α' nur ein Teil des Stößels in Bewegung gesetzt wurde und nach Eintritt der Spielfreiheit bei F' der Rest der Stößelmasse in Bewegung kommt, wird dieser noch ruhenden Restmasse plötzlich die am Ende des Winkels α' ermittelte endliche Geschwindigkeit v_3^1 übertragen, wodurch ein mit dieser Geschwindigkeit und der Restmasse zu berechnender Stoß entsteht. Der Nocken nach Bild 220 arbeitet demnach nicht stoßfrei.

Die zeichnerische Beschleunigungsermittlung wird durch Ersatzgetriebe klarer. Für die tangentielle Nockenflanke ist das Ersatzgetriebe eine Winkelschleife (Bild 220b), aus Bild 65 mit der Tangente t' als relative Schubrichtung. Durch die vorige Wahl der Geschwindigkeitslänge v_2^1 gleich $\overline{AA_o}$ wird bei konstanter Winkelgeschwindigkeit

die Beschleunigung b_2^1 des Nocken bei A ebenfalls gleich $\overline{AA_0}$. Die Relativbeschleunigung b_3^2 des Gliedes 3 bei A gegen Glied 2 kann nur in der Tangente t' liegen, während die Beschleunigung b_3^1 in der geraden Bahn des Stößels liegt. In der geometrischen Summe

$$b_3^1 = b_2^1 + b_3^2 + b_c$$

ist noch Größe und Richtung der Coriolisbeschleunigung zu berechnen. Die Größe $b_c = 2 \omega_2^1 \cdot v_3^2$ ist wegen

$$\frac{0,5 b_c}{v_2^1} = \frac{v_3^2}{\overline{AA_0}}$$

bei dem gewählten Geschwindigkeitsmaßstab gleich $2 \cdot v_3^2$.

Die Richtung von b_c ergibt sich durch Drehen des Vektors v_3^2 um 90° im Sinn von ω_2^1 . Mit diesen Feststellungen kann nach Bild 220b in Bild 220 b_3^1 für die tangentielle Nockenflanke gezeichnet werden, indem man v_3^2 verdoppelt und durch den Endpunkt die Parallele zu t' zieht.

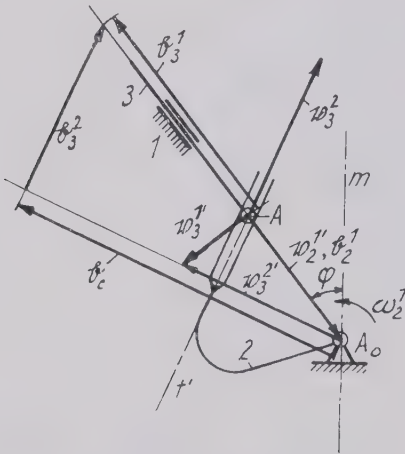


Bild 220 b. Beschleunigungsermittlung an gerader Nockenflanke

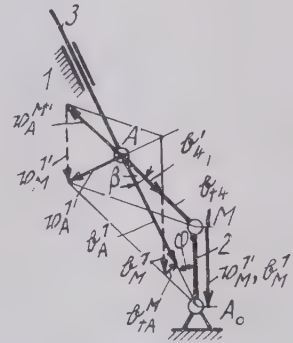


Bild 220 c. Beschleunigungsermittlung an gekrümmter Nockenflanke

Das Ersatzgetriebe für den Kuppenkreis ist der zentrische Kurbeltrieb (Bild 220c), an dem in bekannter Weise auf der Senkrechten zur Stößelbewegung in A durch die Parallele zu AM durch A_0 die gedrehte Geschwindigkeit $v_A^{1'}$ von A und mit $v_M^{1'}$ die gedrehte Relativgeschwindigkeit $v_A^{M'}$ bestimmt, daraus nach Grübler die relative Normalbeschleunigung b_{nA}^M ermittelt und durch den Endpunkt der geometrischen Summe $b_{nA}^M + b_M^1$ als Lage der relativen Tangentialbeschleunigung die Senkrechte zu AM gezogen wird, die auf der Stößelbahn die gesuchte Beschleunigung b_A^1 abschneidet.

An den Übergangsstellen H' der Nockenflanke ist die Beschleunigung sowohl nach Bild 220b wie nach 220c zu ermitteln.

In Bild 220 ist außer dem Rollenstößel noch ein erhabener Stößel mit dem Abstrahlungsradius R_o' eingezeichnet, durch dessen Mittelpunkt M' die Äquidistante zum Nockenumriß zu legen ist. Es läßt sich leicht feststellen, daß hierbei die Stößelgeschwindigkeiten z. B. bei A gegenüber G größer sind als bei Ausführung mit Rollenradius R_o , daß der Stößel schneller und früher öffnet und später schließt und daher z. B. bei einem Ventil der durchschnittliche Öffnungsquerschnitt größer ist. Gleichzeitig ist auch der kleinste Übertragungswinkel μ' , der bei A' auftritt, größer und daher günstiger als der Winkel μ bei A , der bei der Rolle der kleinste Übertragungswinkel ist. Schließlich hat der erhabene Stößel den Vorteil geringerer Linienpressung als die Rolle. Dieselben Vorteile lassen sich auch durch Vergrößerung des Nocken erreichen, doch ist dieser aus Einbaugründen gewöhnlich eine enge Grenze gesetzt.

Beim zentrischen Stößeltrieb sind Stößelweg, Geschwindigkeit und Beschleunigung berechenbar.

Für die Nockenabmessungen hat man, da r, c, α, h gegeben sind, mit $r' = r + c$ nach Bild 220

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{1}{R} \sqrt{c(2R + c)}$$

$$\text{und aus } \overline{A_o H} - \overline{K_o} = R + c + h - r_o = \overline{A_o M} = \frac{r - r_o}{\cos\left(\alpha' + \frac{\alpha}{2}\right)},$$

$$r_o = r + \frac{c + h}{1 - \frac{1}{\cos\left(\alpha' + \frac{\alpha}{2}\right)}}.$$

Auf der tangentialen Nockenflanke wird mit dem Winkel φ

$$s = \overline{A_o A} - \overline{A_o F'} = (r + R_o) \left[\frac{1}{\cos\left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)} - \frac{1}{\cos \alpha'} \right],$$

daher mit $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ als Antriebsgeschwindigkeit

$$v_3^1 = \frac{ds}{dt} = -(r + R_o) \frac{\operatorname{tg}\left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)}{\cos\left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right)} \cdot \omega,$$

worin das negative Vorzeichen bei Vergrößerung von φ eine Abnahme der Geschwindigkeit bedeutet, und

$$b_3^1 = \frac{d^2 s}{dt^2} = (r + R_o) \frac{2 - \cos^2 \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} - \varphi \right)}{\cos^3 \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} - \varphi \right)} \cdot \omega^2.$$

Die Grenzen des Winkels φ für die Rechnung an der Tangentialflanke sind

$$\alpha' + \frac{\alpha}{2} \geq \varphi \geq \sphericalangle A A_o H,$$

wobei $\sphericalangle A A_o H = \alpha' + \frac{\alpha}{2} - \arctg \frac{\overline{A_o M} \sin \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)}{r + R_o}$
ist.

Für den Kuppenkreis erhält man mit den Winkeln φ und β (Bild 220 c und 220)

$$s = \overline{A_o A} - \overline{A_o F'} = \overline{A_o M} \cos \varphi + \overline{A M} \cos \beta - \frac{r + R_o}{\cos \alpha'}$$

oder mit $\overline{A_o M} = \frac{r - r_o}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)}, \overline{A M} = r_o R_o$

$$s = (r - r_o) \frac{\cos \varphi}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)} + (r_o + R_o) \cos \beta - \frac{r + R_o}{\cos \alpha'},$$

$$v_3^1 = \frac{ds}{dt} = - (r - r_o) \frac{\sin \varphi}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)} \cdot \frac{d\varphi}{dt} - (r_o + R_o) \sin \beta \cdot \frac{d\beta}{dt}$$

und mit $(r - R_o) \sin \beta = \frac{r - r_o}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)} \sin \varphi$ (Bild 220 c),

nach leichten Umformungen $\frac{d\beta}{dt} = \frac{r - r_o}{r_o + R_o} \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right) \cos \beta} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$

$$v_3^1 = -\omega \frac{r - r_o}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)} \sin \varphi \left[1 + \frac{r - r_o}{\sqrt{(r_o + R_o)^2 \cos^2 \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right) - (r - r_o)^2 \sin^2 \varphi}} \cos \varphi \right]$$

entsprechend dem negativen Vorzeichen mit Zunahme von s abnehmend, ferner

$$b_3^1 = \frac{d^2 s}{dt^2} = -\omega^2 \cdot \frac{r - r_o}{\cos \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right)} \left[\cos \varphi - \frac{r - r_o}{F} \cos 2\varphi + \left(\frac{r - r_o}{\sqrt{F'}} \right)^2 \frac{\sin^2 2\varphi}{4} \right]$$

mit $F = (r_o + R_o)^2 \cos^2 \left(\alpha' + \frac{\alpha}{2} \right) - (r - r_o)^2 \sin^2 \varphi$.

Die Grenzen für φ sind hierbei

$$\angle AA_0H \geq \varphi \geq 0.$$

Da der Nocken nach Bild 220 bei F' in der Relativlage 1 des Stößels stößt, stellt man auch nach Bild 221 Nocken mit kreisbogenförmiger Schlagbahn $\widehat{FG}$ her, die bei G und F tangential, also stoßfrei, in die Nockentangente t und den Fuß-

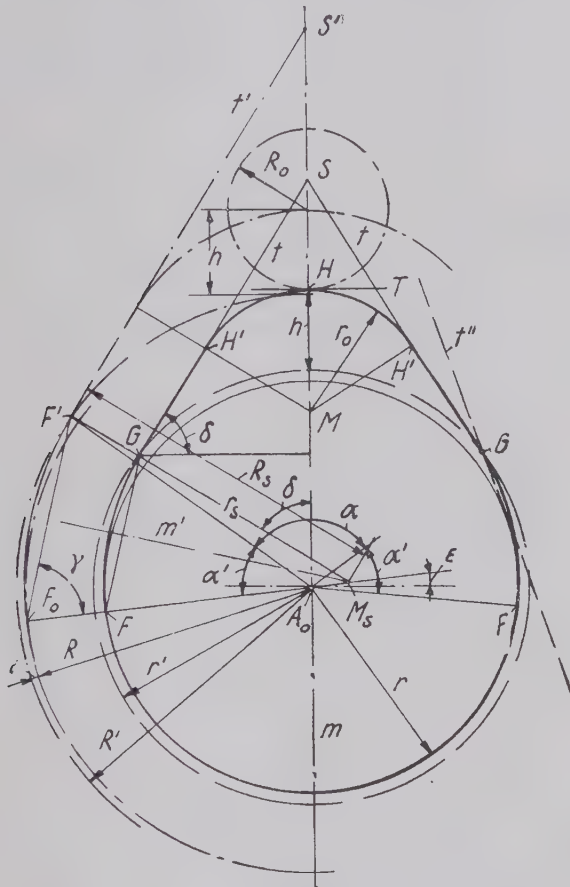


Bild 221. Tangentialnocken mit Bogenschlagbahn

kreis r übergeht. Mit den gegebenen Kreisen $R = r + R_0$ und $R' = R + c$ werden auf den Schenkeln des Winkels α die Anschlußpunkte F' der Tangenten t' und nach Schätzung von α' die Übergangspunkte F_0 bestimmt. Die Mittelsenkrechte m' auf $\overline{FF_0}$ trifft den Radius $\overline{A_0F_0}$ im Punkt M_s , um den der Kreisbogen $\widehat{F'F_0}$ als Schlag-

bahn zu schlagen ist, der bei F_0 mit dem Kreis R dieselbe Tangente hat. Der Winkel α' soll so gewählt werden, daß

$$\overline{A_0 M_s} = 0,25 \text{ bis } 0,33 r$$

wird. Des stoßfreien Überganges wegen ist die Nockentangente t' bei F auf $\overline{M_s F'}$ senkrecht zu errichten. Mit der gegebenen Hubhöhe h ist der Kuppenkreis wie in Bild 220 zu bestimmen. Die Einzeichnung der Tangente t'' in G an den Fußkreis r , die der Tangente t in Bild 220 entspricht, zeigt, daß der stoßfreie Nocken (Bild 221) nicht so rasch öffnet wie der Nocken nach Bild 220. Man kann diesem Nachteil durch Vergrößerung des Nockens, größere Rolle oder Anwendung eines erhabenen Stößels entgegenwirken.

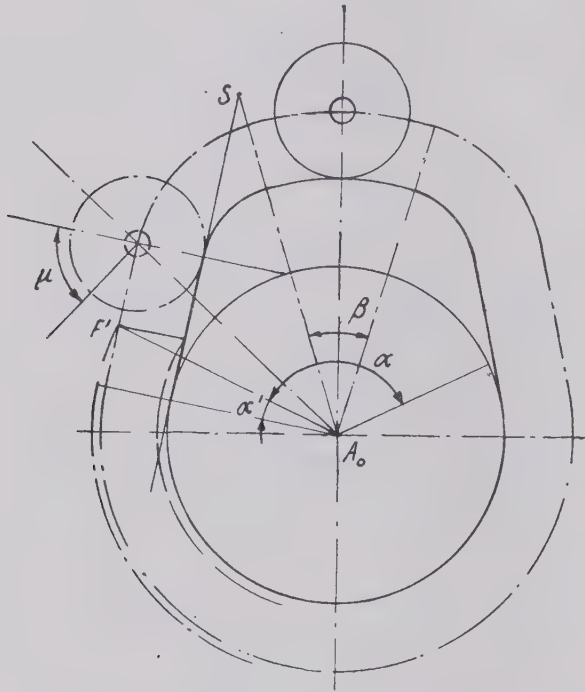


Bild 222. Tangentialnocken mit Rastbogen

Zur Berechnung der Nockenabmessungen hat man

$$\overline{M_s F'} = R_s = \frac{\overline{F' F_0}}{2 \cos \gamma}, \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha'} = \frac{R'}{\overline{F' F_0}}, \quad R' = R + c = r' + R_0, \quad R = r + R_0,$$

daher

$$R_s = \overline{F' F_0} : 2 \sqrt{1 - (R' \sin \alpha' : \overline{F' F_0})^2}$$

worin

$$\overline{F' F_0} \text{ aus } \overline{F' F_0} = \sqrt{R^2 + R'^2 - 2 R R' \cos \alpha'}$$

zu berechnen ist. Es ist $\overline{M_s G} = r_s = R_s - R_0$,

$$\overline{A_o M_s} = r_s - r$$

zu bestimmen. Nach Bild 221 gilt

$$\delta = 90^\circ - (180^\circ - 2\gamma) + \varepsilon = 2\gamma + \varepsilon - 90^\circ \text{ mit } \varepsilon = \alpha' + \frac{\alpha}{2} - 90^\circ \text{ und } \cos \gamma = \frac{F'F_o}{2R_s},$$

$$\overline{GH'} = \frac{1}{\cos \delta} [(r_s - r_o) \sin \delta - \overline{A_o M_s} \cos \varepsilon]$$

und

$$\overline{A_o M} = \overline{A_o M_s} \sin \varepsilon + (r_s - r_o) \cos \delta + \overline{GH'} \sin \delta,$$

ferner

$$\overline{A_o M} = r' + h - R_o$$

und daraus durch Zusammenfassung

$$r_o = \frac{1}{1 - \cos \delta} [r_s - (r' + h) \cos \delta - \overline{A_o M_s} \sin (\delta - \varepsilon)],$$

womit auch $\overline{A_o M}$ berechnet werden kann.

Der größeren Öffnungsdauer wegen werden auch Nocken mit Rastkreis (Bild 222) verwendet, die um den Winkel β aufgespaltene Nocken nach Bild 220 oder 221 sind. Die Grenze für den Winkel β wird durch den kleinsten Übertragungswinkel μ am Beginn des Kuppenkreises der Äquidistante bestimmt, der zur Vermeidung zu ungünstiger Kräfte nicht zu klein werden darf.

44. Kurventriebe

Der Kurventrieb unterscheidet sich vom Nockentrieb hauptsächlich durch die größere Kurvenscheibe, die im allgemeinen mit geringer Drehzahl läuft. Bei höheren Drehzahlen ersetzt man den Kurventrieb mit seiner Linienberührung und Federbelastung oder mit Spiel laufender Nutkurve besser durch einen Lenkertrieb, der einfacher und billiger ist, größere Lebensdauer hat und nachstellbar ist.

Im wesentlichen kommt es beim Kurventrieb auf Erzielung einer oder mehrerer Rasten des abtreibenden Schwinghebels oder Stößels an, wofür in Bild 145 a, b und Abschnitt 12 die punktweise Kurvenermittlung angegeben wurde.

Die Schnelligkeit einer Kurvenscheibe wird von den beim Übergang von einer Rast auf die andere auftretenden Höchstbeschleunigungen bestimmt, wobei ein stoßfreier Übergang als selbstverständlich vorausgesetzt sei. Die Übergangskurve, die sich also an die Rastbögen der Scheibe (Bild 223) tangential anschließen muß, kann meist beliebig gewählt und z. B. aus Kreisbögen, Parabeln oder Sinuskurven zusammengesetzt werden. Die geringste Beschleunigung mit Ruckfreiheit, d. h. Beschleunigung 0 am An- und Auslauf der An- und Abstiegskurve entsteht bei Ausbildung dieser Kurven als ganze Sinuslinien. Eine solche Kurvenausbildung, die genau und zwangläufig erzeugt werden kann, sei zunächst am Bewegungsdiagramm (Bild 224), das körperlich unmittelbar als Schubkurventrieb nach Bild 67 ausgeführt werden kann, untersucht. Abszisse ist bei einer sich drehenden Scheibe der Dreh-

Kreis k_s auf die Ordinate, wozu der ganze Kreiswinkel 2π in ebensoviele gleiche Teile wie der Anstiegswinkel α_1 eingeteilt wird. Der Radius des Kreises ist mit Rücksicht auf den tangentialen Kurvenübergang zu bestimmen. Der Winkel α_1 sei wegen der Kreisdrehung im Kreis k_s für die Herstellung der Sinuskurven als 2π angenommen und der veränderliche Winkel φ von der Anstiegmitte aus gerechnet. In $s = s_1 + s_2$ ist

$$s_1 = \frac{h}{2} + \frac{h}{2\pi} \varphi, \quad s_2 = r_s \sin \varphi$$

mit r_s als Radius des Kreises k_s (Bild 224). Daher ist

$$ds = \frac{h}{2\pi} \cdot d\varphi + r_s \cos \varphi \cdot d\varphi$$

und für den Anschluß bei $\varphi = \pm \pi$ mit $\frac{ds}{d\varphi} = 0$ $r_s = \frac{h}{2\pi}$.

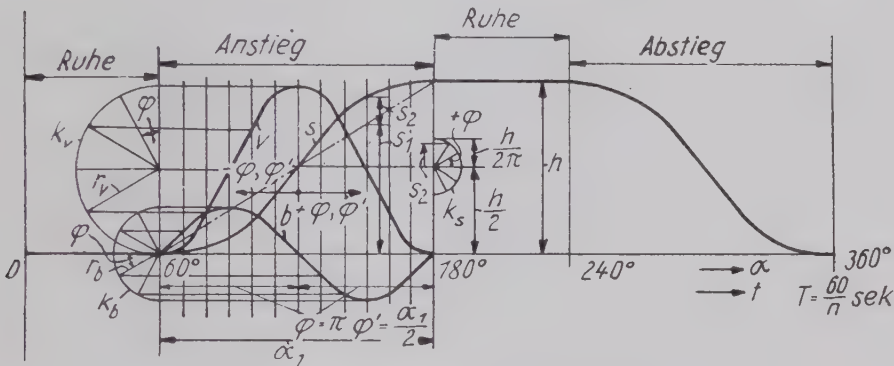


Bild 224. Bewegungsdiagramm zum Kurventrieb (Bild 223)

Für das Zeichnen der Geschwindigkeitskurve v wird ein Kreis vom Radius r_v verwendet, der mit $\omega_v = \frac{d\varphi}{dt}$

aus
$$s = \frac{h}{2} + \frac{h}{2\pi} \varphi + \frac{h}{2\pi} \sin \varphi$$

nach
$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{h}{2\pi} \omega_v (1 + \cos \varphi) = r_v (1 + \cos \varphi)$$

zu
$$r_v = \frac{h}{2\pi} \omega_v$$

zu berechnen und in einem gewählten Maßstab zu benutzen wäre. ω_v ist hier die Winkelgeschwindigkeit des Radius r_v , der im Kreis k_v den Winkel 2π durchläuft, während die Kurvenscheibe den Winkel α_1 mit der Winkelgeschwindigkeit ω zurück-

legt. Da v in Richtung ds und ds in Richtung h liegt, ist v die Geschwindigkeit der Erhebung, mit der sich ein in Ordinateenrichtung beweglicher Stößel bewegen würde, wenn die Kurve s als Schubkurve mit konstanter Geschwindigkeit parallel zur Abscisse verschoben würde. Zur Berechnung dieser Geschwindigkeit aus α_1 oder der Zeit T_1 für die Zurücklegung des Winkels α_1 ist, weil ω und damit ω_v konstant ist,

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\varphi'}{\alpha_1}$$

zu setzen, wobei φ' der wirkliche, von der Anstiegsmitte aus gerechnete Winkel ist, woraus mit

$$\frac{\alpha_1}{2\pi} = \frac{T_1}{T}$$

mit T als Zeit für eine Scheibenumdrehung mit T_1 für den Winkel α_1

$$\varphi = \frac{T}{T_1} \cdot \varphi' \quad \text{wird.}$$

Damit ist

$$s = \frac{h}{2\pi} \left[\pi + \frac{T}{T_1} \varphi' + \sin \left(\frac{T}{T_1} \varphi' \right) \right].$$

Ferner wird

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_v = \frac{T}{T_1} \cdot \frac{d\varphi'}{dt} = \frac{T}{T_1} \omega$$

und

$$v = \frac{h}{2\pi} \cdot \omega \cdot \frac{T}{T_1} \left[1 + \cos \left(\frac{T}{T_1} \varphi' \right) \right].$$

Für $\varphi' = 0$ ist

$$v = v_{\max} = \frac{h}{\pi} \omega \cdot \frac{T}{T_1},$$

bei $\varphi' = \pm \frac{\alpha_1}{2} = \frac{T_1}{T} \pi$ $v = 0$.

Für die Zeichnung der Beschleunigung erhält man

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{h}{2\pi} \omega_v^2 (-\sin \varphi) = -r_b \sin \varphi,$$

so daß also für $+\varphi$ die negative Projektion im Kreis k_b mit Radius r_b zu nehmen ist. Die wirkliche Beschleunigung in Richtung h ist mit φ' zu berechnen nach

$$b = \frac{dv}{dt} = -\frac{h}{2\pi} \left(\omega \frac{T}{T_1} \right)^2 \sin \left(\frac{T}{T_1} \varphi' \right).$$

Bei $\varphi' = 0$ ist $b = 0$, ebenso bei $\varphi' = \pm \frac{\alpha_1}{2} = \pi \frac{T_1}{T}$ und wird bei $\frac{T}{T_1} \cdot \varphi' = \pm \frac{\pi}{2}$

$$b_{\max} = \mp \frac{h}{2} \left(\omega \frac{T}{T_1} \right)^2.$$

Mit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{wird} \quad b_{\max} = \mp 2\pi \cdot \frac{h}{T_1^2}.$$

Zur Konstruktion der Kurvenscheibe nach Bild 223 mit doppelter Sinuslinie überträgt man die Erhebungen s aus dem Diagramm (Bild 224) vom Scheibengrundkreis r aus auf den Bogen des Schwinghebels vom Grundkreis r_0 aus, erhält so die Äquidistante a_0 als Bahn des Rollenmittelpunktes B relativ zur Scheibe und durch den Rollenradius den Scheibenumfang a .

Die Hubhöhe h wird aus dem Schwinghebelwinkel γ und der Hebellänge ermittelt. Der Rollenbogen soll gleich günstiger Übertragungswinkel wegen bei symmetrischen Scheiben möglichst durch die Wellenmitte A gehen.

Zum Zeichnen der Äquidistanten a_0 wird wie schon in Bild 145a die Scheibe festgehalten und der Stößel oder in Bild 223 der Schwinghebel entgegengesetzt der Winkelgeschwindigkeit ω der Scheibe bewegt, also der Scheibenkreis zunächst in die verschiedenen Winkel α und der An- und Abstiegswinkel α_1 und α_3 in dieselben Teile wie im Diagramm (Bild 224) eingeteilt und durch die vorhin genannte Übertragung der Erhebungen s die Äquidistante punktweise festgelegt. Zur genaueren Kurvenzeichnung werden die Kurventangenten als geometrische Örter der Relativgeschwindigkeiten bestimmt, wozu am einfachsten der Geschwindigkeitsmaßstab so gewählt wird, daß die gedrehte Geschwindigkeit v_a' der Scheibe beim Rollenmittelpunkt bis zur Wellenmitte A reicht, wodurch $\omega = \tan \beta = 1$ wird. Dabei ist

$$v_{\max} = \frac{h}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{\alpha_1} = 2r_v \text{ mm, wobei } h \text{ im Längenmaßstab einzusetzen ist. Mit diesem}$$

Wert von r_v ist der Kreis k_v zu zeichnen, der Kreisumfang k_v in ebensoviele Teile wie α_1 einzuteilen, aus ihm die Geschwindigkeit v für jede Hebellage zu entnehmen und als gedrehte Geschwindigkeit v' vom jeweiligen Rollenmittelpunkt aus in Hebelrichtung abzutragen. Die Verbindungsgerade von A bis zur Spitze von v' gibt die gedrehte Relativgeschwindigkeit v_r' an und die Senkrechte hierzu durch den Rollenmittelpunkt die Tangente t .

An der steilsten Stelle der Kurve wird der Übertragungswinkel μ am kleinsten. Er gibt die Lage der senkrecht zu t von der Scheibe auf den Hebel übertragenen Kraft an, deren Komponente senkrecht zum Hebel als nützliche Kraft möglichst groß, also μ nicht kleiner als etwa 45° sein soll. Da in der Richtung senkrecht zu t auch v_r' liegt, ist μ auch der Winkel zwischen v' und v_r' und so aus dem Geschwindigkeitsdreieck in jeder Hebellage ablesbar.

Bei dem gewählten Geschwindigkeitsmaßstab kann man vor Aufzeichnung der Scheibe nach der Berechnung von $v_{\max} = 2r_v$ mit Rücksicht auf den kleinsten Übertragungswinkel $\mu_{\min}$ die möglichen Lagen der Welle A innerhalb einer Fläche F festlegen. Nach der Wahl von C und Rollenmittelpunkt B in der Anfangslage des Anstieges ist für die Hebelsmittellage des Anstieges $v'_{\max}$ bei der in Bild 223 vorgenommenen Abtragung von v_a' bis A in Richtung von ω abzutragen, die entsprechend mit dem Winkel α_3 zu berechnende Geschwindigkeit mit dem $v'_{\max}$ des Abstieges in entgegengesetzter Richtung, und nun an die Spitzen beider Geschwindig-

keiten der Winkel $\mu_{\min}$ anzulegen, dessen Schenkel die Fläche F angeben, in der die Welle A beliebig angenommen werden darf, ohne daß der Übertragungswinkel bei An- und Abstieg zu klein wird. Bei der in Bild 223 angenommenen Lage von A ist μ der kleinste des Anstieges.

45. Stirnradvorgelege

Ein Kurventrieb (Bild 66) ist in Bild 225 so dargestellt, daß die gemeinsame Normale n der beiden Kurven im Berührungspunkt B die Gerade durch die Gelenke 12 und 13 zwischen diesen Gelenken im Punkt P_{23} schneidet. Mit der Winkelgeschwindigkeit ω_2^1 ist die Winkelgeschwindigkeit ω_3^1 nach Bild 160 u. 160a in Bild 225 durch Ermittlung der Krümmungsmittelpunkte K_1 und K_2 der beiden Kurven an der Berührungsstelle und weiter im Gelenkviereck 12- K_1 - K_2 -13 wie in Bild 152 nach Berechnung von $v_{K_1}^1 = \omega_2^1 \overline{12 K_1}$ zu bestimmen. Statt dessen können auch die Relativgeschwindigkeiten bei B nach

$$v_3^1 = v_2^1 + v_3^2 \quad \text{bzw.} \quad v_3^{1'} = v_2^{1'} + v_3^{2'}$$

verwendet werden, worin $v_2^{1'}$ die im Radius $12 B$ liegende gedrehte Geschwindigkeit des Gliedes 2 bei B und aus $v_2^1 = \omega_2^1 \cdot \overline{12 B}$ zu berechnen ist, $v_3^{2'}$ die senkrecht zur gemeinsamen Kurventangente in der Normalen n liegende gedrehte Relativgeschwindigkeit des bei B liegenden Punktes des Gliedes 3 gegen den an derselben Stelle liegenden Punkt des Gliedes 2 ist und $v_3^{1'}$ die gedrehte Geschwindigkeit des Gliedes 3 bei B gegenüber Glied 1 ist, aus der sich ω_3^1 nach $v_3^1 = \omega_3^1 \overline{13 B}$ ergibt.

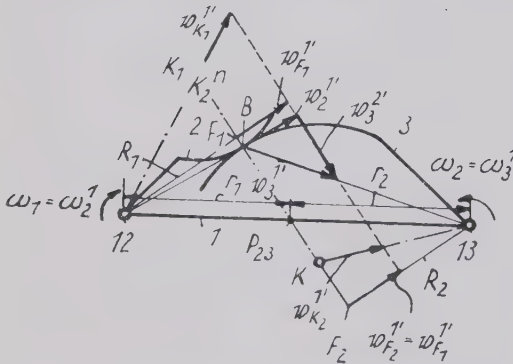


Bild 225. Geschwindigkeiten am außen verzahnten Stirnradvorgelege

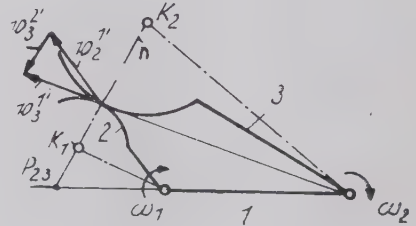


Bild 227. Geschwindigkeiten am innen verzahnten Stirnrädervorgelege

Da die Relativgeschwindigkeit senkrecht zur Normalen n liegt, enthält n den Pol P_{23} der Relativbewegung, der bei drei komplan bewegten Ebenen auch in der Geraden durch die beiden anderen Pole 12 und 13 liegen muß, also deren Schnittpunkt mit n ist.

Zur Geschwindigkeits-, nicht zur Beschleunigungsermittlung kann auch das Gelenkviereck 12- F_1 - F_2 -13 (Bild 225) verwendet werden, weil die gedrehten Geschwindigkeitsvektoren auf derselben Parallelen zu K_1K_2 wie die der Krümmungsmittelpunkte endigen. F_1 und F_2 seien die Fußpunkte der Lote von 12 und 13 auf n . Dann ist wegen der Parallelität der Vektoren $v_{F_1}^1 = v_{F_2}^1$ und $\omega_2^1 R_1 = \omega_3^1 R_2$, daher wegen der Dreiecksähnlichkeiten mit $r_1 : r_2 = R_1 : R_2$ auch

$$\omega_2^1 \cdot r_1 = \omega_3^1 \cdot r_2 \quad (47)$$

Wenn r_1 und r_2 unveränderlich bleiben, also Pol P_{23} stets an derselben Stelle liegt, bleiben demnach auch die Winkelgeschwindigkeiten unverändert. Diese Forderung wird an Zahnräder, die bei ebener Bewegung Stirnräder sind, gestellt und ist die

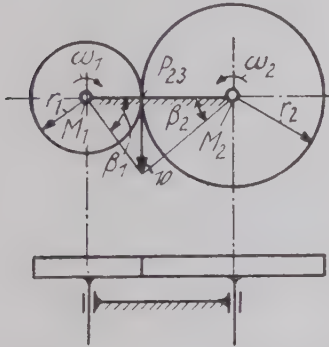


Bild 226. Vereinfachte Darstellung des außen verzahnten Stirnräderpaares

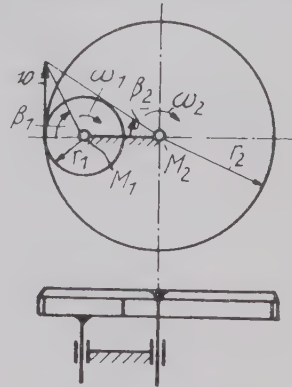


Bild 228. Vereinfachte Darstellung des innen verzahnten Stirnräderpaares

Grundlage für die Ausbildung der Zahnflanken. Der Pol P_{23} bleibt auch unveränderlich, wenn die beiden Kurvenscheiben oder Stirnräder (Bild 225) durch zwei kreisförmige Scheiben (Bild 226) mit Berührung in P_{23} ersetzt werden, die aufeinander abrollen. Beide Scheiben haben dann des Rollens wegen dieselbe Umfangsgeschwindigkeit v , für die

$$\omega_2^1 \cdot r_1 = v = \omega_3^1 \cdot r_2,$$

also wieder Gl. 47 gilt. Ein Stirnräderpaar oder Vorgelege kann daher, wenn es nur wie hier auf die Winkelgeschwindigkeiten ankommt, wie in Bild 226 dargestellt werden, dessen Kreise Wälz-, oder wenn auch die Teilung der Zähne auf ihnen gemessen wird, Teilkreise heißen. In Zukunft wird wie üblich ω_1 statt ω_2^1 für Rad 1 mit dem Teilkreisradius r_1 und ω_2 statt ω_3^1 für das Rad mit dem Teilkreisradius r_2 geschrieben.

Räder, die sich wie in Bild 225 und 226 von außen berühren, nennt man ein außenverzahntes Räderpaar. Bei ihm sind die Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 entgegengesetzt. Man versteht daher das Übersetzungsverhältnis

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1}$$

oft mit dem negativen Vorzeichen. Die Winkelgeschwindigkeiten sind durch v nach Bild 226 auch bildlich durch den Winkel β nach dem Winkel nach

$$r_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = r_1 \cdot \omega_1 = v = r_2 \cdot \omega_2 = r_2 \operatorname{tg} \beta_2$$

darstellbar.

In Bild 227 ist der Berührungspunkt der Kurven oder Zahnflanken so gelegt, daß der Pol P_{23} außerhalb 12—13 liegt. Die Winkelgeschwindigkeit ω_2 erhält hierdurch die gleiche Richtung wie ω_1 , während sich die Teilkreise nach Bild 228 von innen berühren, also ein innenverzahntes Vorgelege entsteht. Auch hier gilt

$$\omega_1 \cdot r_1 = v = \omega_2 \cdot r_2 \quad \text{und} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

als Übersetzungsverhältnis, dessen positiver Wert die gleichgerichteten Winkelgeschwindigkeiten angibt.

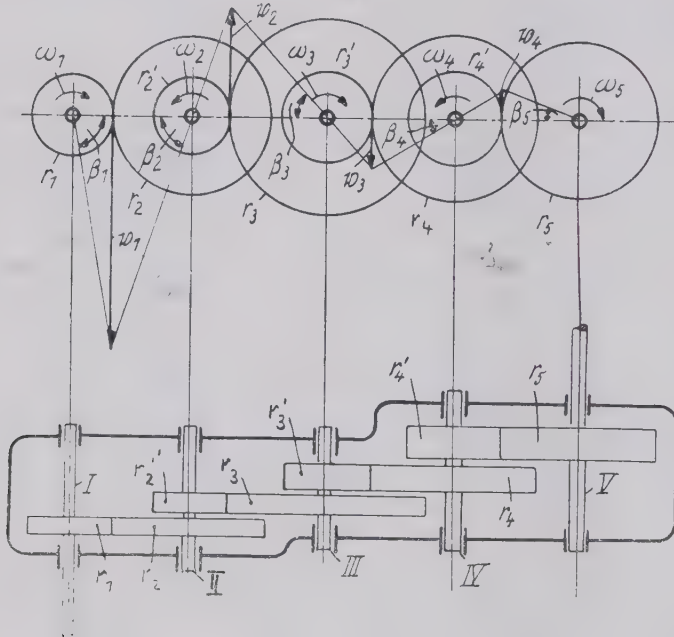


Bild 229. Stirnradgetriebe mit Geschwindigkeitsplan nach Kutzbach

Man kann nun mehrere Vorgelege nach Bild 139 dadurch hintereinanderschalten, daß das letzte Rad des ersten Vorgeleges mit seiner Welle und dem ersten Rad des nächsten Vorgeleges zu einem Körper vereinigt wird wie in Bild 229, wo Rad 2 mit Rad 2', Rad 3 mit Rad 3' usw. je einen starren Körper bilden. Zum Entwurf

eines aus mehreren festgelagerten Vorgelegen bestehenden Stirnradgetriebes, dessen Wellen wie in Bild 229 sämtliche in derselben Ebene liegen, benützt man den *Kutzbachschen* Geschwindigkeitsplan, indem man die gegebene erste und letzte Winkelgeschwindigkeit ω_1 und ω_5 nach

$$\omega_1 = \operatorname{tg} \beta_1 \text{ und } \omega_5 = \operatorname{tg} \beta_5$$

durch die Winkel β_1 und β_5 unter Beachtung der Geschwindigkeitsrichtung in der Zeichnung festlegt, die Zwischenwellen II, III, IV wählt und durch sie beliebige Strahlen s_2, s_3, s_4 zieht, von deren Schnittpunkten unter sich und mit den Schenkeln s_1, s_5 der Winkel β_1, β_5 die Lote auf die Gerade durch die Wellenmittelpunkte fällt und deren Längen nun als die Umfangsgeschwindigkeiten der Teilkreise betrachtet, weil für sie

$$r_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = r_2 \operatorname{tg} \beta_2 \text{ usw.}$$

oder
$$r_1 \cdot \omega_1 = r_2 \cdot \omega_2$$

gilt. Aus Bild 229 ist demnach abzulesen

$$\omega_1 \cdot r_1 = v_1 = r_2 \cdot \operatorname{tg} \beta_2 = r_2 \omega_2,$$

$$r_2' \cdot \operatorname{tg} \beta_2 = v_2 = r_3 \cdot \operatorname{tg} \beta_3, \quad r_3' \operatorname{tg} \beta_3 = r_4 \operatorname{tg} \beta_4,$$

$$r_4' \operatorname{tg} \beta_4 = r_5 \cdot \operatorname{tg} \beta_5 = r_5 \cdot \omega_5,$$

woraus durch Aussonderung der Winkel β

$$\frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{r_2 \cdot r_3 \cdot r_4 \cdot r_5}{r_1 \cdot r_2' \cdot r_3' \cdot r_4'} = i$$

als Übersetzungsverhältnis entsteht.

Bei zu großen oder zu kleinen Rädern sind die beliebig angenommenen Strahlen s zu ändern. Der Vorzug dieser Entwurfsart liegt darin, daß man ohne lange Rechnung sofort an der Zeichnung erkennt, ob sich passende Radgrößen ergeben.

Zur Kontrolle der Richtungen von ω_1 und ω_5 schreibt man den Übersetzungsverhältnissen der einzelnen Vorgelege das Vorzeichen bei, z. B. für Bild 229

$$\frac{\omega_1}{\omega_5} = \left(-\frac{r_2}{r_1}\right) \left(-\frac{r_3}{r_2'}\right) \left(-\frac{r_4}{r_3'}\right) \left(-\frac{r_5}{r_4'}\right) = +i, \quad (48)$$

d. h. ω_1 und ω_5 haben gleiche Drehrichtung.

Das Verfahren nach *Kutzbach* ist ebenso beim Vorkommen innenverzahnter Vorgelege anwendbar, jedoch nicht, wenn die Wellen wie in Bild 230 nicht in derselben Ebene liegen.

In Bild 230 sind für das Entwurfsverfahren von *Burmester* die erste und letzte Vorgelegewelle 01 und 04 gegeben, wobei 0 den Steg und 1 bis 4 die Wellen mit aufgekeilten Rädern als starre Körper bezeichnen sollen. Der Körper 2 setzt sich demnach zusammen aus der Welle, dem Rad 2 und 2'.

Die beiden Wellen 01 und 04 mit den entgegengesetzten Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_4 könnten durch zwei Räder mit den Teilkreisradien r_1' und r_4' verbunden werden, wobei nach

$\omega_1 \cdot r_1' = \omega_4 \cdot r_4'$ und $r_1' + r_4' = \overline{01-04}$ der Wellenabstand aufzuteilen ist. Der hierdurch festgelegte Relativpol 14 ist der Berührungspunkt der Teilkreise r_1' und r_4' . Da das Rad r_4 bei nur einem Räderpaar zu groß wird, werden Vorgelege eingeschaltet, deren Wellen mit dem Steg die Pole 02, 03 bilden. Der Pol 14 muß hierbei erhalten bleiben als Pol für die Relativbewegung von Rad 4 gegen Rad 1, nicht als Berührungspunkt von Teilkreisen, weil die Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_4 erhalten bleiben. Nimmt man nun z. B. Pol 12 beliebig an, so sind damit die Radien r_1, r_2 festgelegt, durch die weitere Annahme des Poles 23 auch die Radien r_2', r_3 . Es ist hierdurch nach

$$\begin{array}{l} 12-23 \\ 01-03 \end{array} \rangle 13$$

der Relativpol 13 festgelegt und mit dem bekannten Pol 14 nach

$$\begin{array}{l} 13-14 \\ 03-44 \end{array} \rangle 34$$

auch der Pol 34 als Berührungspunkt der Teilkreise der Räder 3 und 4. Man erfährt somit auch hier beim Entwurf

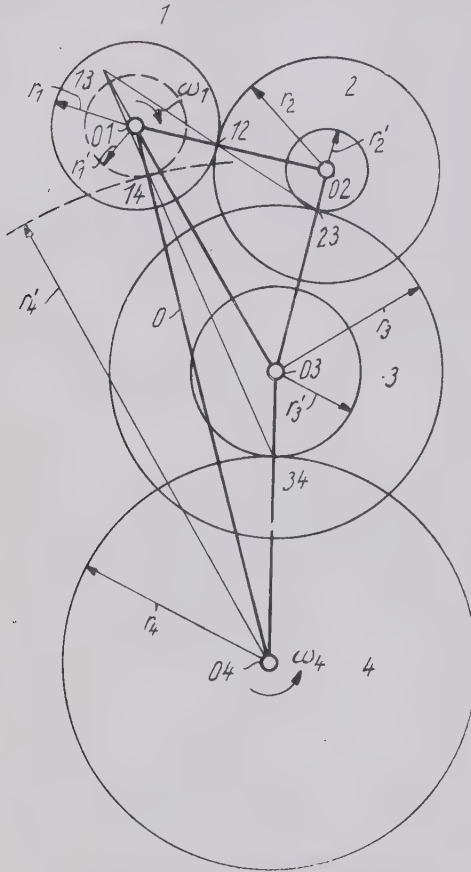


Bild 230. Stirnradgetriebeentwurf mit Polgeraden nach Burmester

mit wenigen Linien die entstehenden Radgrößen und kann unpassende Annahmen leicht abändern.

46. Stirnradumlaufgetriebe und Cykloiden

Die Kurvenschleife (Bild 70) entsteht aus dem Kurventrieb (Bild 66) dadurch, daß statt des Steges ein Kurvenglied zum ruhenden Glied gemacht und der frühere Steg zum bewegten Glied wird. In derselben Weise wird aus dem festen oder Standräderpaar (Bild 226 und 228) ein Umlaufräderpaar nach Bild 231 und 232, bei denen im allgemeinen der Steg das treibende Glied ist. Mit $\omega_s = \tan \beta_s$ als Winkel-

geschwindigkeit des Steges ist $v_s = \omega_s \cdot s$ mit $s = r_1 + r_2$ als Steglänge die Geschwindigkeit des Mittelpunktes des Umlaufrades und mit P als Berührungspunkt der Teilkreise und daher Momentanpol des Umlaufrades dessen Winkelgeschwindigkeit $\omega_2 = \tan \beta_2 = v_s / r_2$. Zeichnerisch ergibt sich in Bild 231 a und 232 a die absolute

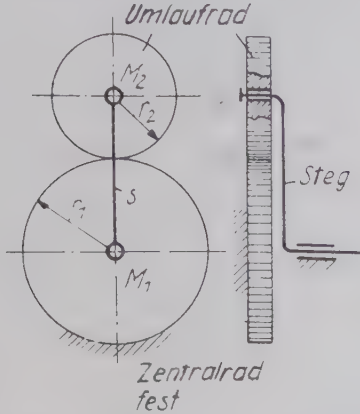


Bild 231. Außen verzahntes Stirnradumlaufgetriebe

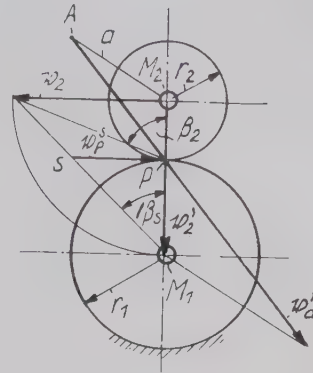


Bild 231 a. Geschwindigkeitsermittlung zu Bild 231

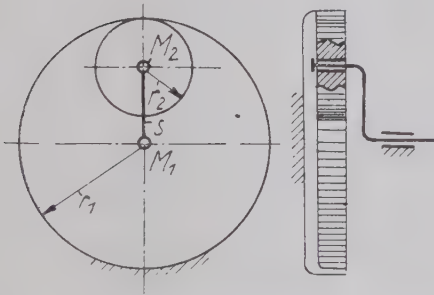


Bild 232. Innenverzahntes Stirnradumlaufgetriebe

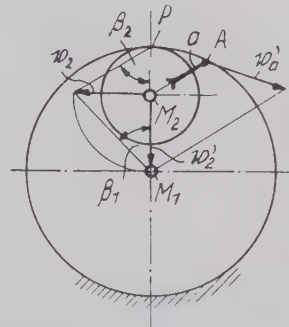


Bild 232 a. Geschwindigkeitsermittlung zu Bild 232

Geschwindigkeit v_a eines Punktes A des Umlaufrades als gedrehte Geschwindigkeit v_a' durch die Parallele zu $M_2 A$ durch die Spitze der gedrehten Geschwindigkeit v_s' und den Polstrahl PA .

Für die Lagerberechnung bei M_2 ist die Kenntnis der Winkelgeschwindigkeit ω_2^s des Rades 2 gegenüber dem Steg notwendig, die aus der Geschwindigkeit v_s^P des Steges gegenüber dem Pol nach

$$\omega_2^s = \frac{v_P^s}{r_2} = \omega_s \cdot \frac{r_1}{r_2}$$

berechnet wird. Nach der *Swampschen* Regel kann man, weil die Winkelgeschwindigkeiten konstant und daher den Drehzahlen proportional sind, auch so vorgehen, daß man n_s Stegumdrehungen ausführt, wobei Rad 1 statt mit dem ruhenden Getriebekasten mit dem Steg verbunden zu denken ist. Es führen also sämtliche Getriebeteile hierbei n_s Umdrehungen aus. Da der Steg seine richtige Zahl Umdrehungen ausgeführt hat, bleibt er bei der weiteren Getriebebewegung in Ruhe, während Rad 1 um $-n_s$ Umdrehungen zurückgedreht wird, weil es in Wirklichkeit ein ruhender Teil und daher im Ganzen die Drehzahl $n_s - n_s = 0$ zu machen hat. Rad 2 macht hierbei bei Außenverzahnung $-n_s \left(-\frac{r_1}{r_2} \right) = +n_2^s$ Umdrehungen wegen des positiven

Vorzeichens in Richtung der früheren Stegbewegung. n_2^s ist die relative Drehzahl des Rades 2 gegenüber dem Steg, also auch die des Zapfens im Lager. Wegen der konstanten Winkelgeschwindigkeiten können die Drehzahlen durch die Winkelgeschwindigkeiten ersetzt werden; wodurch sich die frühere Beziehung ergibt.

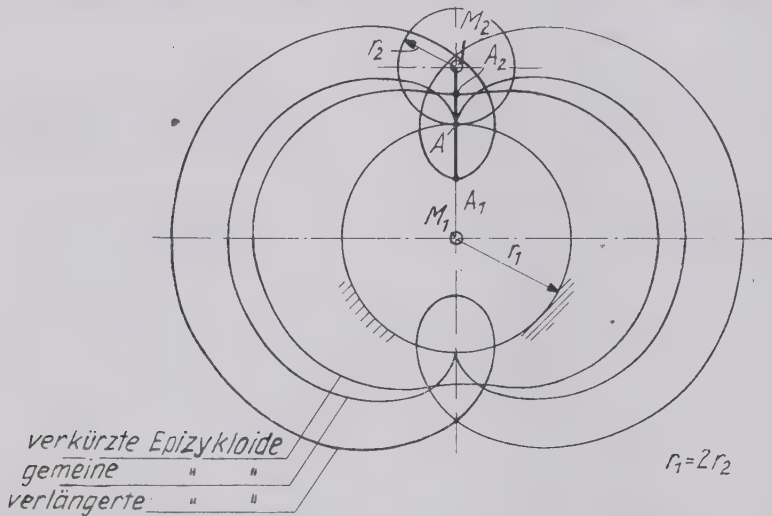


Bild 233. Zweiteilige Epizykloiden bei einer Stegumdrehung

Die Punktbahnen der Umlaufräder sind Cykloiden (Trochoiden), die je nach der Lage des erzeugenden Punktes A (Bild 233) außerhalb des Rollkreises r_2 z. B. in A_1 verlängerte, auf dem Rollkreis gemeine und innerhalb des Rollkreises z. B. in A_2 verkürzte Cykloiden heißen. Die Cykloiden sind Epizykloiden, wenn der Rollkreis r_2 außen auf dem Grundkreis r_1 abrollt, Hypocykloiden, wenn er wie in Bild 234 innerhalb des Grundkreises abrollt und Pericykloiden, wenn hierbei der Rollkreis größer ist als der Grundkreis. Durch Rollen des Kreises auf einer Geraden entstehen Orthocykloiden.

Zur Konstruktion der Cycloiden rollt man den Kreis r_2 auf dem Kreis r_1 ab, macht also die Umfangsabschnitte (Bild 235) $\widehat{12'} = \widehat{12''}$, $\widehat{2'3'} = \widehat{2''3''}$ usw. oder berechnet aus

$$\varphi \cdot r_1 = \psi \cdot r_2$$

zu jedem Winkel φ den Winkel ψ . Das Dreieck AM_24'' kommt beim Abrollen in die Lage AM_2^44' , wobei die Seite $4'M_2^4$ im Radius $\overline{M_14'}$ liegt und 4 der Punkt A ist. Das Dreieck kann hiernach leicht gezeichnet werden. Da 4' augenblicklich der Momentanpol ist, stellt die Senkrechte in 4 zu $\overline{44'}$ die Kurventangente dar.

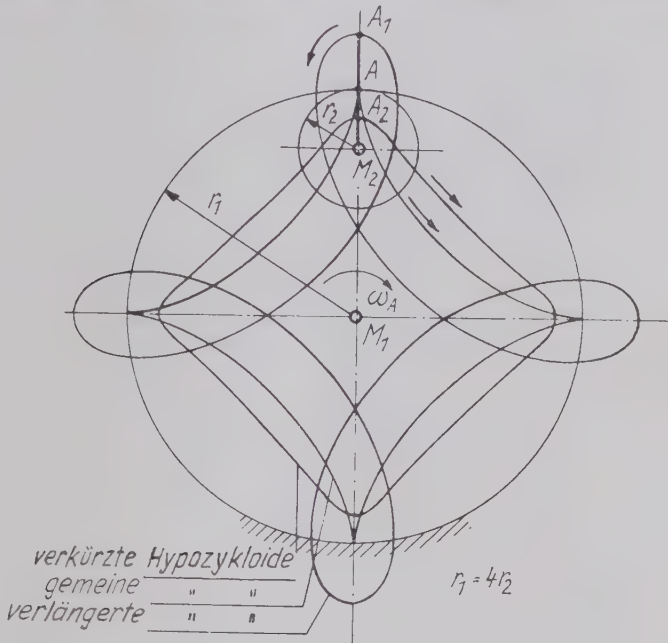


Bild 234. Vierteilige Hypocykloiden bei einer Stegumdrehung

Technisch wichtig sind vor allem die Cycloiden, die sich nicht überschneiden, bei denen der erzeugende Punkt A wie in Bild 233 nach einem Umlauf in seine Bahn zurückkehrt. Eine solche Bahn entsteht, wenn nach einer Umdrehung des Steges $\overline{M_1M_2}$ der Kreis r_2 seine ursprüngliche Lage wieder einnimmt. Aus der Rollbewegung folgt hierfür

$$2\pi r_2 \cdot n_2 = 2\pi r_1, \quad \frac{r_1}{r_2} = n_2 \quad (49)$$

mit n_2 als ganzer Zahl. Da bei jedem Abrollen des Umfanges des Kreises r_2 einer der sich wiederholenden Abschnitte der Cycloide beschrieben wird, ist n_2 als Zahl der Abrollungen auch die Zahl der Cycloidenabschnitte bis zur Wiederholung der Bahn des Punktes A.

Um zu einer allgemeinen Bedingung für sich nicht überkreuzende Cykloiden zu kommen, sei die Doppelerzeugung der Cykloiden nach Bild 236 untersucht, worin der Grundkreis r_1 und Rollkreis r_2 mit den Mittelpunkten M_1 und M_2 sowie ein beliebiger erzeugender Punkt A gegeben sind. Es sind Grundkreis r_1' und Rollkreis r_2' gesucht, mit denen der gleiche Punkt A dieselbe Cykloide wie vorher beschreibt. Wenn

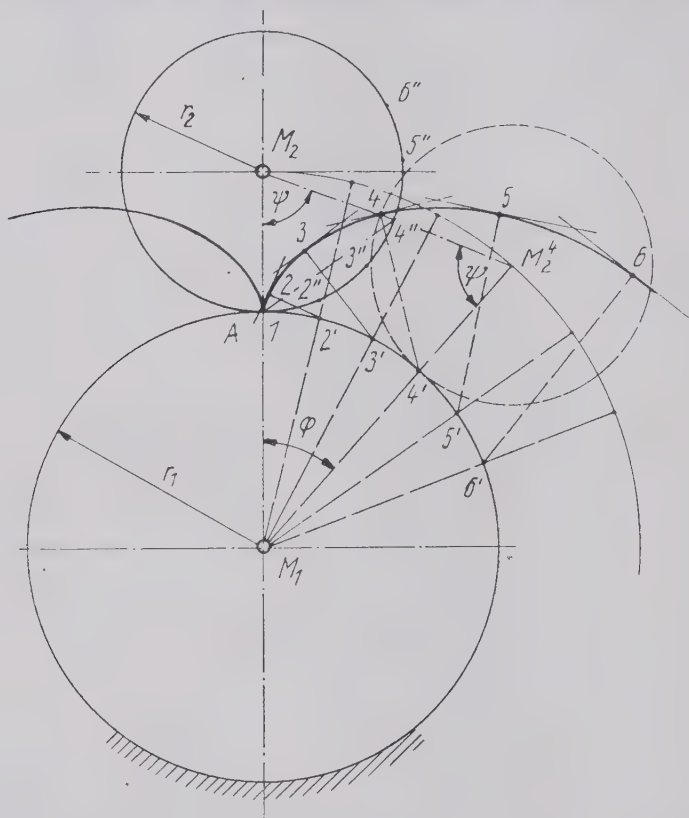


Bild 235. Punkte- und Tangentenermittlung an Cykloiden

man vom Momentanpol P_1 einen Polstrahl durch A legt, zu M_2A die Parallele durch M_1 und durch A die Parallele zu M_1M_2 legt, entsteht ein Parallelogramm $M_1M_2AM_2'$ und das Dreieck P_2AM_2' . Wegen

$$\triangle P_2AM_2' \sim \triangle M_2P_1A \sim \triangle M_1P_1P_2$$

ist mit $\overline{P_2M_2'} = r_2'$, $\overline{M_2A} = \overline{M_1M_2'} = a$, $\overline{M_1M_2} = \overline{M_2'A} = s$

$$r_2' : s = a : r_2$$

oder

$$r_2' : s \cdot \frac{a}{r_2} = \text{konstant,}$$

da a als gegebene Entfernung konstant ist. Damit ist auch $\overline{M_1 P_2} = a + r_2' = \text{konstant}$, weshalb sich P_2 mit dem Polstrahl auf dem Kreis $r_1' = a + r_2'$ und M_2' auf dem Kreis a um M_1 bewegt. Als Punkt auf dem Strahl $M_1 M_2'$ und auf dem Strahl $P_1 A$ fallen die gedrehten Geschwindigkeiten $v_{M_2'}$ und v_A' in die Strahlen $P_2 M_2'$ und $P_2 A$, weshalb P_2 der Momentanpol für die Bewegung des Gliedes $M_2' A$ ist. Wegen der Unveränderlichkeit des Polabstandes r_2' von M_2' und r_1' von M_1 sind der Kreis r_1' und r_2' die Rast- und Gangpolbahn, die Bewegung des Punktes A

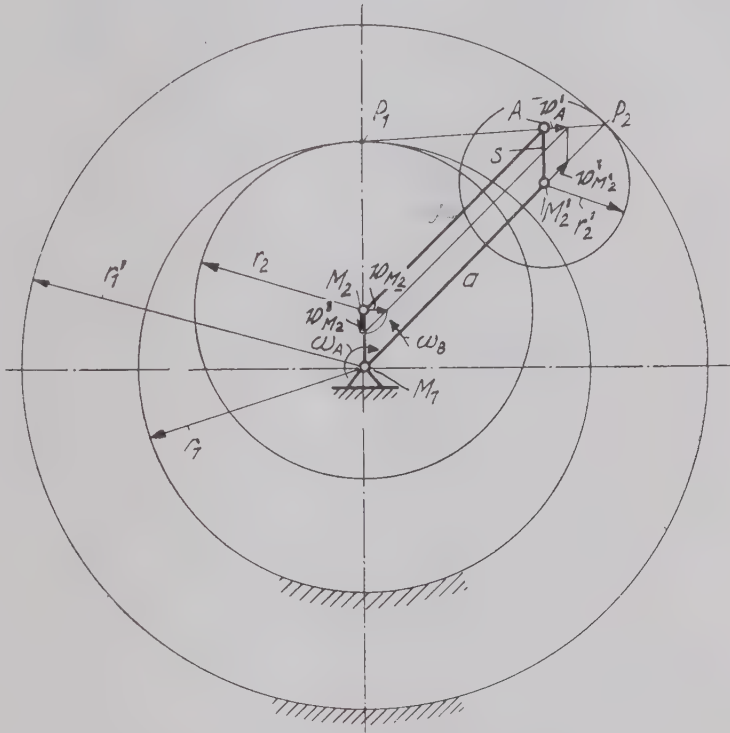


Bild 236. Doppelte Hypocykloidenerzeugung

daher durch das Abrollen dieser Kreise erzeugbar. Das Ergebnis ist unabhängig von der Lage des Rollkreises r_3 und gilt deshalb für die ganze Bahn von A . Man kann demnach die Cykloide des Punktes A statt durch das Kreispaar r_1, r_2 auch durch das Kreispaar r_1', r_3' erzeugen, das nach

$$r_2' = \frac{r_1 - r_2}{r_0} \cdot a \quad (50)$$

und

$$r_1' = a + r_2' \quad (51)$$

Eine sich nicht überkreuzende Cykloide entsteht offenbar dann, wenn die Rollkreise r_2' in Bild 236 und 237 nach einem Umlauf des Steges $\overline{M_1 M_2'}$ in ihre Ausgangslage zurückkehren, wofür nach Gl. 49

$$\frac{r_1'}{r_2'} = n_2$$

gilt, die aus Bild 233 abgeleitet wurde. In Gl. 54 zu Bild 236 seien die Winkelgeschwindigkeiten nach

$$n_B = n_A \cdot \frac{r_2'}{r_1' - r_2'}$$

durch die Drehzahlen ersetzt und n_B als eine Umdrehung angenommen, wodurch der Kreis r_2' wieder in seine Anfangslage kommt. Hierfür ist

$$n_A = 1 \cdot \left(\frac{r_1'}{r_2'} - 1 \right) \quad \text{oder} \quad n_A = n_2 - 1, \quad (56)$$

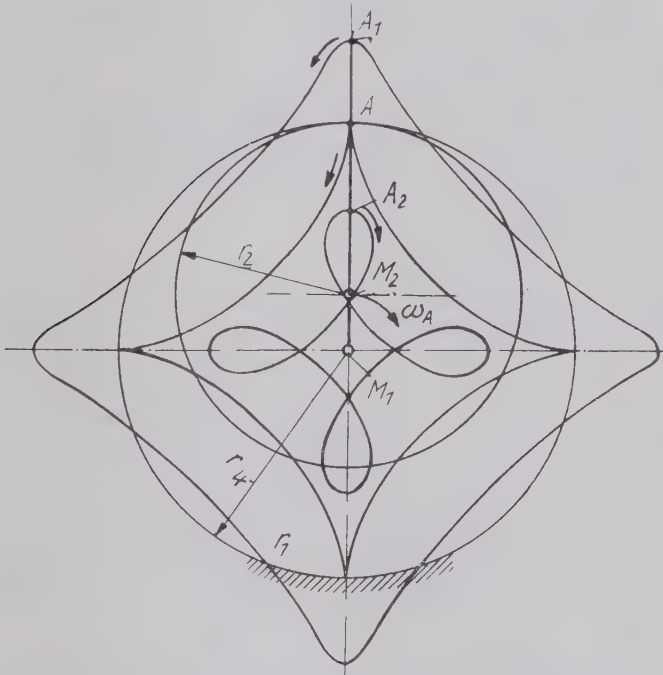


Bild 238. Vierteilige Hypocykloiden bei drei Stegumkehrungen

d. h. für eine sich nicht überkreuzende Cykloide muß der Unterschied zwischen der Zahl n_2 der Abrollungen und der Umdrehungszahl n_A des Steges bis zur Erreichung der Anfangslage des Rollkreises gleich 1 sein. Aus

$$\frac{n_2}{n_A} = 1 + \frac{1}{n_A} = 1 + \frac{r_2'}{r_1' - r_2'} = 1 + \frac{r_1 - r_2}{r_2}$$

ergibt sich

$$\frac{n_2}{n_A} = \frac{n_2}{n_2 - 1} = \frac{r_1'}{r_1' - r_2'} = \frac{r_1}{r_2} \quad (57)$$

für die Berechnung des Radienverhältnisses nach Bild 236 der Hypocykloiden.

Für Epi- und Pericycloide nach Bild 237 wird aus Gl. 55 mit $n_B = 1$

$$n_A = \frac{r_1'}{r_2'} + 1 = n_2 + 1 \quad (58)$$

und

$$\frac{n_2}{n_A} = \frac{r_1'}{r_1' + r_2'} = \frac{r_1}{r_2} \quad (59)$$

Aus Gl. 49, 56 und 58 folgt für sich nicht überkreuzende Cycloiden, daß entweder $n_A = 1$ bei beliebiger ganzer Rollzahl n_2 oder n_A um 1 kleiner oder größer als n_2 sein muß.

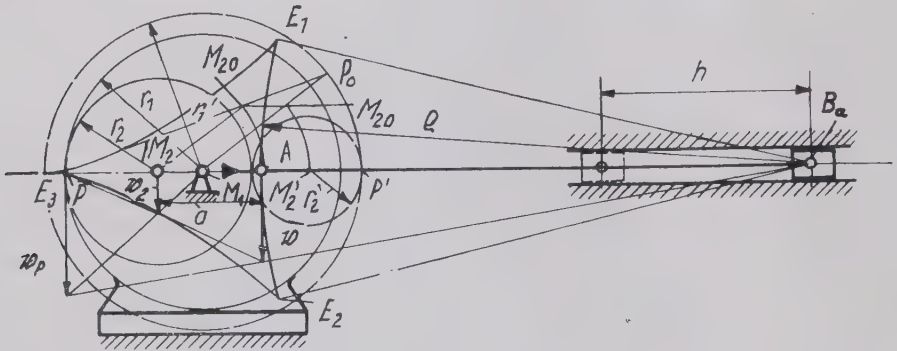


Bild 239. Rastgetriebe durch dreiteilige Cycloide

Bei der doppelten Erzeugung einer Hypocykloide (Bild 236) ist bei gleicher Bewegungsrichtung des Punktes A die Bewegung des Steges $\overline{M_1 M_2}$ entgegengesetzt der des Steges $\overline{M_1 M_2'}$, während bei Epi- und Pericycloide (Bild 237) sich die Stege in derselben Richtung bewegen. (Bild 238) zeigt im Vergleich mit Bild 234 bei gleicher Richtung der Antriebswinkelgeschwindigkeit den Unterschied in der Bewegungsrichtung des Punktes A. Die Bahn des Punktes A (Bild 238) wird bei $n_A = 3$ Stegumdrehungen, die in Bild 234 bei $n_A = 1$ Stegumdrehung zurückgelegt.

Als Beispiel einer Anwendung der durch ein Umlaufрад erzeugten Cycloiden ist in Bild 239 durch Verbindung des Punktes oder Zapfens A durch eine Stange von der Länge q mit einem Zapfen B eines Schiebers ein Rastgetriebe hergestellt, wobei der Schieber angenähert in Ruhe bleibt, während Punkt A die Cycloide von E_1 nach E_2 durchläuft. Die Bewegungsrichtung des Gelenkes B geht durch die Getriebe- mitte M_1 . Wenn in Bild 239 das Verhältnis $r_1 : r_2 = 3 : 2 = n_2 : n_8$ ausgeführt wird, wird die dreiteilige Cycloide bei zwei Stegumdrehungen durchlaufen. Da in einem Drittel der Bahn angenähert eine Rast erzeugt werden kann, wird der Rastwinkel

an der Antriebswelle, während dessen Zurücklegung der Schieber stillsteht, ungefähr $2 \cdot 360^\circ : 3 = 240^\circ$. Zur Auswahl eines geeigneten Punktes A mit ausreichender Länge oder Krümmungsradius ϱ wird das Umlaufrad r_2 in die in Bild 239 dargestellte Symmetrielage gebracht, mit der Geschwindigkeit v_2 die Polwechselgeschwindigkeit v_P und der Polstrahl p als geometrischer Ort für die Geschwindigkeiten der Punkte der Geraden PM_2 bestimmt, auf der geeignete Punkte A auszuwählen

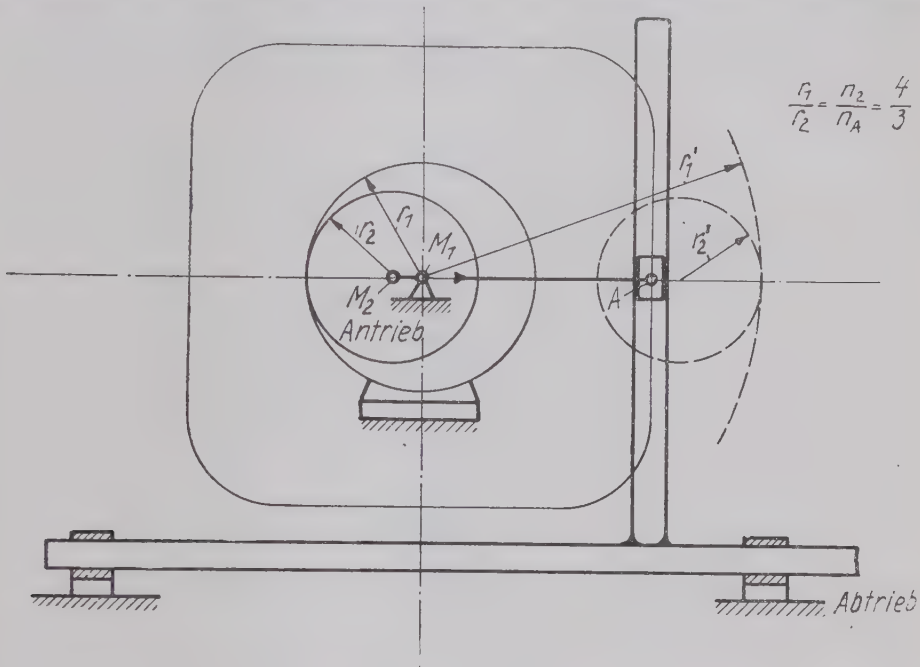


Bild 240. Doppelrastgetriebe durch vierteilige Cykloide

sind. Zu einem gewählten Punkt A wird der Radius ϱ oder die Gelenklage B_a durch die Gerade durch die Spitzen der Vektoren $\mathfrak{v}_P$ und $\mathfrak{v}$ angegeben. Die Rechnung ergibt nach Bild 239

$$\frac{v_P}{v_2} = \frac{r_1}{r_1 - r_2}, \quad \frac{v}{v_2} = \frac{a + r_2}{r_2}, \quad \frac{v_P}{v} = \frac{\varrho + a + r_2}{\varrho}$$

und daraus

$$Q = \frac{(a + r_2)^2}{r_2^2} \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 - r_2} - a$$

Für $a = \frac{r_2^2}{r_1 - r_2}$ wird $\varrho = \infty$, wobei zum Abtrieb eine Kreuzschleife ähnlich Bild 240 oder eine Kurbelschleife zu verwenden ist. Der Hub h wird

$$h = \overline{E_s A} = a - s + a + s = 2a.$$

und mit $v_C = \omega_B \cdot \bar{M}_1 \bar{B}$, $v_1 = \omega_A \cdot M_1 M_2$, $M_1 M_2 = r_2 - r_1$, $\bar{M}_1 P = r_2$:

$$\omega_B = \omega_A \frac{r_2 - r_1}{r_2},$$

wobei die Richtungen von An- und Abtriebswinkelgeschwindigkeit einander entgegengesetzt sind.

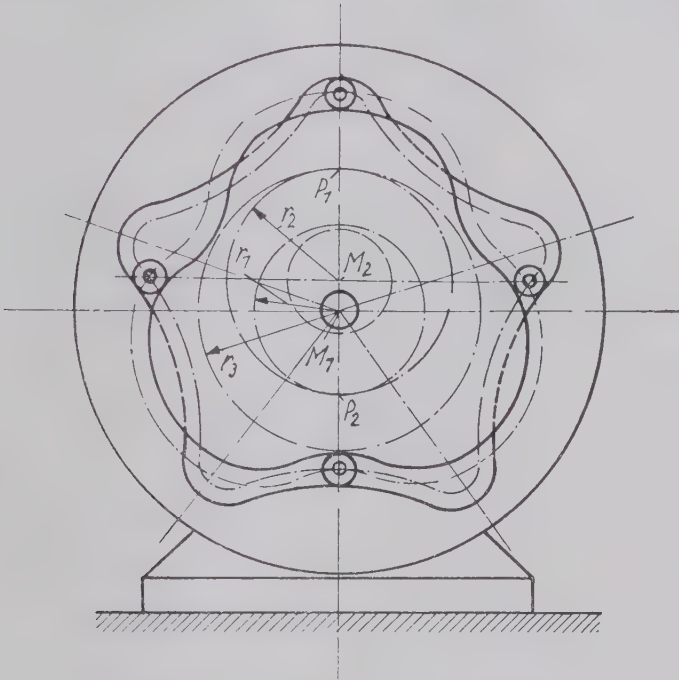


Bild 243. Rückkehrendes Cyklogetriebe

Getriebe (Bild 241 und 242) sind im Bild 243 mit Geschwindigkeitsplan (Bild 243a) zu einem Getriebe vereinigt. Es sei r_2 der Rollkreis mit den Punkten A_1 bis A_4 , der gegenüber dem kleineren Kreis r_1 Pericykloiden beschreibt und zu ihm in der Beziehung $\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_2}{n_A} = \frac{3}{4}$ steht, weshalb bei drei Teilcykloiden vier erzeugende Punkte vorhanden sind. Gleichzeitig rollt Kreis r_2 im Kreis r_3 als Grundkreis, so daß $\frac{n_3}{n_A} = \frac{r_3}{r_2} = \frac{4+1}{4} + \frac{5}{4}$ wird und die vier Punkte des Rollkreises auf fünf Teilcykloiden des Grundkreises laufen.

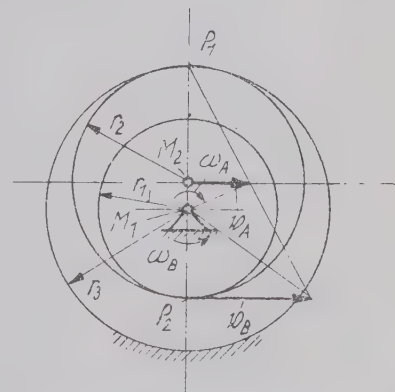


Bild 243a. Geschwindigkeitsermittlung zu Bild 243

Bei der Ausführung nach Bild 243 treibt im Mittelpunkt M_1 die Antriebswelle mit einem Exzenter den Kreis r_2 mit den Zapfen A_1 bis A_4 , der im festen Kreis r_3 abrollt und dabei den Kreis r_1 um den Mittelpunkt M_1 durch die Zapfen und Cycloiden dreht. Aus dem Geschwindigkeitsplan, Bild 243, ergibt sich mit ω_A als Antriebswinkelgeschwindigkeit mit Hilfe der Momentanpole P_1 und P_2 die Abtriebswinkelgeschwindigkeit

$$\omega_B = \omega_A \frac{\overline{M_1 M_2}}{\overline{M_2 P_1}} \cdot \frac{\overline{P_1 P_2}}{\overline{M_1 P_2}}$$

oder

$$\omega_B = \omega_A \cdot 2 \frac{r_2 - r_1}{r_3}.$$

Die Bedeutung dieses und des vorigen Getriebes liegt in der Differenz der Radien, die klein gemacht werden kann und so eine starke Übersetzung ergibt, wodurch das Getriebe wenig Raum beansprucht und infolge der geringen rollenden Reibung einen guten Wirkungsgrad hat.

48. Gleichachsiges Sinusgetriebe

Bei Ausgleichgetrieben wie den Radantrieben von Fahrzeugen ist eine erhöhte Getriebereibung zur Verhinderung eines ungehinderten kraftlosen Freilaufes erwünscht. Ein raumsparendes Getriebe dieser Art mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten ist nach Bild 244 dadurch herstellbar, daß die auf zwei verschiedenen gleichachsigen Wellen sitzenden Scheiben 1 und 2 nach $2\pi = z_1 \cdot \alpha_1 = z_2 \cdot \alpha_2$ in die Winkel α_1 und α_2 eingeteilt und über diesen wiederum in gleiche Teile eingeteilten Winkeln α_1 und α_2 Sinuskurven mit gleicher Höhe h hergestellt werden. In einem mit den Scheiben 1 und 2 gleichachsigen Ring 3 sind im Abstand des Winkels β radial verschiebbliche Glieder angeordnet, deren Punkte A_1 und A_2 sich auf den Sinuskurven bewegen. Man denke sich Ring 3 festgehalten und Scheibe 1 treibend, dann wird sich zu einer Ordinate oder Verschiebung s des Punktes A_1 wegen des gleichen Weges von A_2 dieselbe Sinusordinate s der Scheibe 2 bei A_2 einstellen, d. h. Scheibe 2 sich um einen entsprechenden Winkel drehen. Wegen der gleichen Einteilung der Winkel α_1 , α_2 und der zu gleichen Teilpunkten in beiden Scheiben gehörenden gleichen Ordinaten s , stehen die Teilwinkel φ_1 , φ_2 stets im Verhältnis

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2},$$

d. h. bei konstanter Winkelgeschwindigkeit des Rades 1 ist auch die des Rades 2 konstant.

Statt der Sinuskurven, die automatisch herstellbar sind, hätte z. B. an Rad 1 eine beliebige andere Kurve gewählt und die an Rad 2 dazu so ermittelt werden können, daß sie bei denselben Teilpunkten dieselben Ordinaten wie die Kurve an Rad 1 hat.

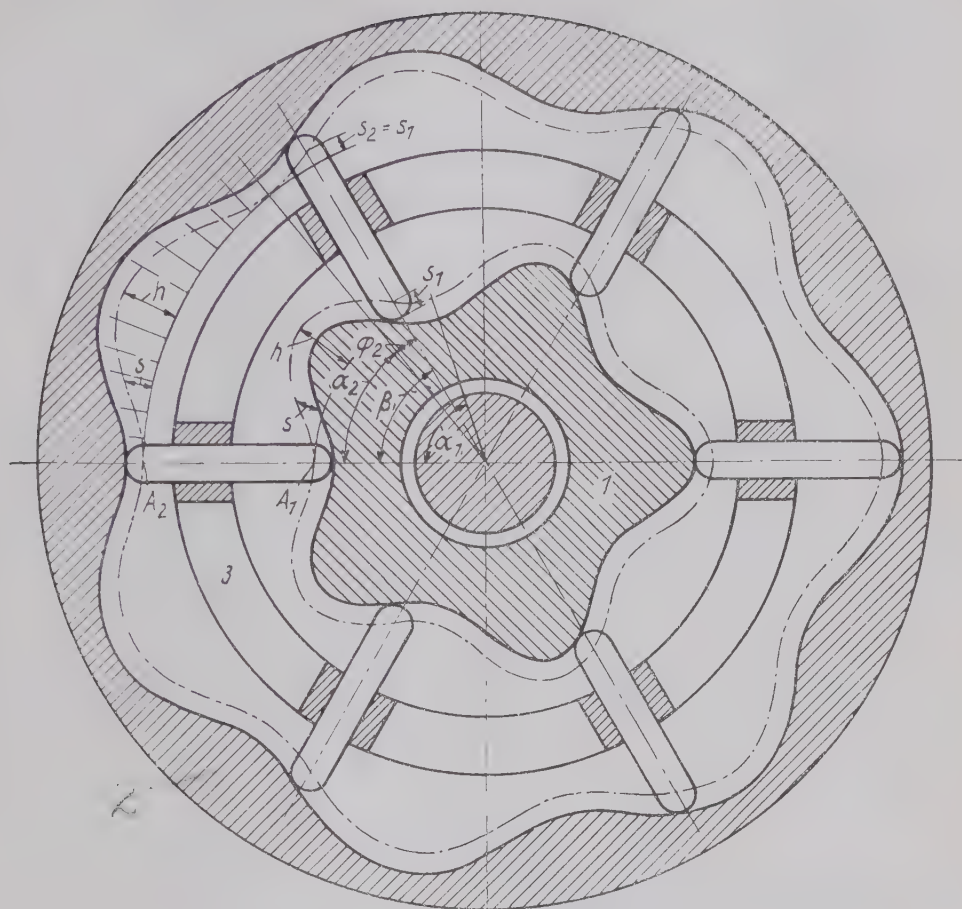


Bild 244. Gleichachsiges Sinusgetriebe

Der Teilwinkel β der Stöbel in Rad 3, von der Anfangslage $A_1 A_2$ der innersten Stößellage aus gerechnet, ist so groß, daß beim nächsten Stöbel die Erhebungen s_1, s_2 einander gleich sind. Wenn s_1, s_2 als Ordinaten in einem Kreis mit dem Radius $\frac{h}{2}$ (Bild 244 a) aufgefaßt werden, ist

$$s_1 = \frac{h}{2} \left[1 + \sin \left(\psi_1 - \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

und

$$s_2 = \frac{h}{2} \left[1 + \sin \left(\psi_2 - \frac{\pi}{2} \right) \right],$$

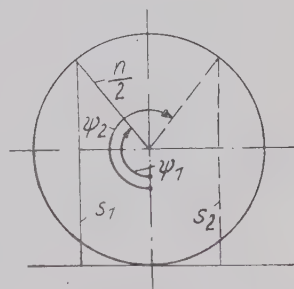


Bild 244 a. Ordinatorenerzeugung
zum Sinusgetriebe

wobei wegen $s_1 = s_2$ $\psi_1 = 2\pi - \psi_2$ sein muß. Die Erzeugungswinkel ψ stehen zu den Teilwinkeln φ_2 und β im Verhältnis

$$\frac{\psi_2}{2\pi} = \frac{\varphi_2}{\alpha_2}, \quad \frac{\psi_1}{2\pi} = \frac{\beta}{\alpha_1},$$

sodaß mit der vorigen Winkelbeziehung

$$2\pi \frac{\beta}{\alpha_1} = 2\pi - 2\pi \frac{\varphi_2}{\alpha_2}, \quad \beta = \alpha_1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \varphi_2$$

und mit $\beta = \alpha_2 + \varphi_2$ schließlich $\beta = \frac{2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}$ folgt.

Setzt man

$$z_1 \cdot \alpha_1 = z_2 \cdot \alpha_2 = z \cdot \beta = 2\pi,$$

so erhält man als Beziehung zwischen der Zahl der Teilcykloiden und der Stößel

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Wird in Bild 244 Ring 3 festgehalten, so ergibt sich aus dem Kurvenverlauf ohne weiteres, daß sich Rad 1 entgegengesetzt wie Rad 3 bewegt. Wegen $s_1 = s_2$ in den Stoßellagen müssen die Winkel α_1 und α_2 in gleichen Zeiten zurückgelegt werden,

so daß nach $\omega = \frac{\alpha}{t}$ und $t = \frac{\alpha_1}{\omega_1} = \frac{\alpha_2}{\omega_2}$ das Übersetzungsverhältnis $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{z_2}{z_1}$ wird.

Bei Benützung des Getriebes als Umlaufgetriebe, z. B. mit festgehaltenem Rad 1, denkt man sich dem ganzen Getriebe zu ω_1 die Winkelgeschwindigkeit $\omega_3 = -\omega_1$ erteilt, wodurch Rad 1 als Summe die Winkelgeschwindigkeit 0 erhält und

$$\omega_2 = \omega_3 + \omega_1 \frac{z_1}{z_2} \quad \text{oder} \quad \omega_2 = \omega_3 \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right).$$

49. Rückkehrende Umlaufrädergetriebe

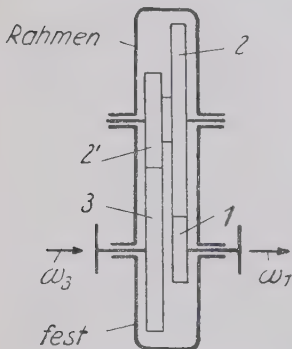


Bild 245. Gleichachsiges Standgetriebe

In Bild 245 ist ein aus dem Mechanismus (Bild 75) durch Ersatz der Zweigelenkglieder 3 und 5 durch Kurvenpaare zu entwickelndes Stirnradgetriebe mit festem Rahmen als gleichachsiges Getriebe dargestellt, dessen An- und Abtriebswelle der Räder 1 und 3 fluchten. Hieraus entsteht ein rückkehrendes Umlaufgetriebe (Bild 246) dadurch, daß der Rahmen oder Steg um die fluchtenden Wellenachsen als Steg s drehbar gemacht und z. B. als Zahnrad ausgebildet zwangsläufig angetrieben wird. Dieses Getriebe hat den Freiheitsgrad 2, was sowohl aus einer Untersuchung mit der Laufbedingung Gl. 12a wie aus dem Vorhandensein zweier selbständiger Antriebe, nämlich dem

schon in Bild 245 vorhanden gewesen und dem in Bild 246 hinzugekommenen Stegantrieb hervorgeht.

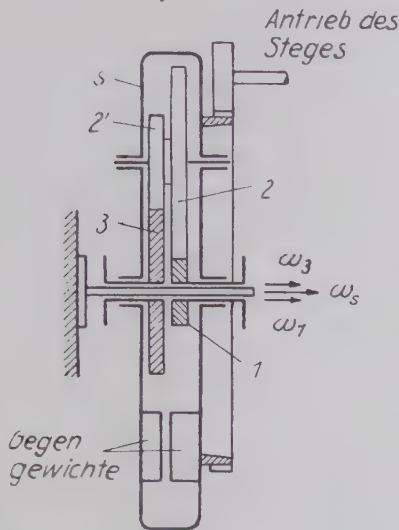


Bild 246. Rückkehrendes Stirnrad-
umlaufgetriebe

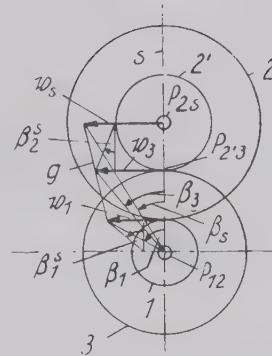


Bild 246 a. Geschwindigkeitsplan zu Bild 246

Dasselbe Getriebe (Bild 246) ist unmittelbar aus dem Mechanismus (Bild 247) zu entwickeln, der durch Einschieben eines Zweigelenkgliedes am Steg im Mechanismus (Bild 125) den Freiheitsgrad 2 hat. Hierzu werden die nicht am Steg liegenden Zweigelenkglieder durch Kurvenpaare ersetzt und dann Zahnradpaare mit konstantem Wellenabstand dadurch hergestellt, daß durch Zusammenlegen der Gelenke A und B sowie B und C Vierecke gebildet werden, in Bild 247 die Vierecke $AA'DB'A$ und $AA'D'C'A$, so daß der Steg $s = \overline{AA'}$ den Wellenabstand festlegt.

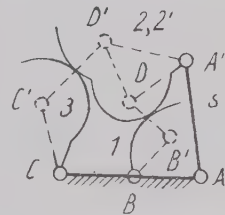


Bild 247. Mechanismus mit Freiheitsgrad 2 als Grundlage für Umlaufgetriebe mit zwei Antrieben

Die Tatsache, daß aus einem Gelenkfüß $AA'DB'BA$ durch Zusammenlegung zweier Gelenke A, B ein Viereck wird und damit die Ausbildung der Glieder $A'D$ und $B'B$ als Stirnräder möglich ist, ist für die Entwicklung von Stirnradgetrieben aus Mechanismen sehr wichtig. Beispiele hierfür sind Kurbelrädergetriebe wie in Bild 262 oder Stirnradgetriebe mit Kraftausgleich (Bild 274).

Dem Entwurf dient der schon in Bild 229 benutzte *Kutzbachsche* Geschwindigkeitsplan, wofür in Bild 246 die Winkelgeschwindigkeiten ω_1 , ω_3 , ω_s gegeben seien,

von denen zwei Antriebsgeschwindigkeiten und die dritte eine Abtriebsgeschwindigkeit ist. Die Winkelgeschwindigkeiten werden durch Winkel $\beta_1, \beta_3, \beta_s$ nach

$$\omega_1 = \operatorname{tg} \beta_1, \quad \omega_3 = \operatorname{tg} \beta_3, \quad \omega_s = \operatorname{tg} \beta_s$$

vom Steg s aus (Bild 246 a) in der gewünschten Drehrichtung abgetragen und ihre Schenkel durch eine beliebige Gerade g geschnitten. Die Lote von diesen Schnittpunkten auf den gemeinsamen Schenkel s der Winkel $\beta_1, \beta_3, \beta_s$ ergeben durch ihre Fußpunkte die Berührungspunkte $P_{12}, P_{2'3}$ der Teilkreise der Räder 1, 2 bzw. 2', 3 und die Drehachse P_{2s} des Radkörpers 22' am Steg s und als ihre Längen die Geschwindigkeiten v_1, v_3, v_s der Räder 1, 2 bzw. 2' 3 und des Steggelenkes P_{2s} gegenüber dem ruhenden Getriebeteil. Der Beweis für die Richtigkeit des Entwurfes mit Hilfe der beliebigen Geraden g folgt daraus, daß erstens an den Rädern 1, 3 und dem Steg s den gegebenen Winkelgeschwindigkeiten $\omega_1, \omega_3, \omega_s$ entsprechend Geschwindigkeiten

$$\begin{aligned} v_1 &= r_1 \operatorname{tg} \beta_1 = r_1 \omega_1, \quad v_3 = r_3 \operatorname{tg} \beta_3 = r_3 \omega_3, \quad v_s = \overline{P_{12}P_{2s}} \operatorname{tg} \beta_s = \\ &= (r_1 + r_2) \omega_s = (r_2' + r_3) \omega_s \end{aligned}$$

vorhanden, und zweitens die Geschwindigkeiten der am starren Körper, bestehend aus den auf gemeinsamer Welle aufgeteilten Rädern 2 und 2', auf der Geraden s liegenden Punkte $P_{12}, P_{2'3}, P_{2s}$ auf einer Geraden g endigen, die somit der Entfernung von dem den Momentanpol gegenüber der ruhenden Ebene darstellenden Schnittpunkt von g und s proportional sind. Durch verschiedene Wahl der Geraden g findet man augenblicklich und übersichtlich alle möglichen für die gegebenen Winkelgeschwindigkeiten passenden Räder und hat als weiteren Vorteil des *Kutzbachschen* Geschwindigkeitsplanes durch die entstehende Abbildung als Rechnungsgrundlage nach Bild 246 a

$$\frac{v_a - v_3}{v_3 - v_1} = \frac{r_2 - r_2'}{r_3 - r_1},$$

woraus durch Einführung der Winkelgeschwindigkeiten und der Beziehung

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= r_2' + r_3 \\ \omega_3 &= \omega_s \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_2'}{r_3} \right) + \omega_1 \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_2'}{r_3} \end{aligned} \quad (60)$$

wird. Gl. 60 gilt für außenverzahnte Räderpaare bei gleichgerichteten Antriebswinkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_s nach Bild 246 und 264 a, wenn ω_3 als Abtriebswinkelgeschwindigkeit daraus berechnet werden soll. Sie ist außerdem für alle rückkehrenden Umlaufgetriebe gültig, wenn in ihr für entgegengesetzte Winkelgeschwindigkeiten und innen verzahnte Räder oder die ohne Übersetzungsänderung die Bewegung umkehrenden Zwischenräder ein negatives Vorzeichen eingesetzt wird.

Zur Rechnungskontrolle empfiehlt sich in jedem Fall die Zeichnung des Geschwindigkeitsplanes und Ableitung der Beziehung zwischen den Winkelgeschwindigkeiten.

Die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{2s} = \operatorname{tg} \beta_{2s} = \frac{v_3 - \omega_s \cdot r_3}{r_2'} = (\omega_3 - \omega_s) \frac{r_3}{r_2'}$$

ist diejenige des Rades 2 oder 2' um die Achse P_{2s} und daher zur Berechnung ihrer Lagerung zu benutzen.

Die Differenz in Gl. 60 kann klein gemacht und dadurch eine hohe Übersetzung $\omega_s : \omega_3$ erreicht werden, doch nimmt der Wirkungsgrad der rückkehrenden Umlaufrädergetriebe mit steigender Übersetzung bis zur Selbsthemmung ab. Das Getriebe wird auch zur Summierung von Bewegungen verwendet, wobei z. B. bei fortlaufend gleich treibendem Steg s der Antrieb des Rades 1 beliebig ein- und abgeschaltet oder in seiner Geschwindigkeit sonstwie verändert wird und so die Abtriebsgeschwindigkeit ω_3 beeinflusst wird.

Da wegen der unveränderlichen Radien die Winkelgeschwindigkeiten konstant sind, können an ihrer Stelle in Gl. 60 die Drehzahlen n_1, n_3, n_s z. B. in U/Min gesetzt und nach der Regel von *Swamp* ermittelt werden. Hiernach seien zunächst die Räder 1 und 3 von ihren Wellen gelöst und mit dem Steg verbunden, sodaß das ganze Getriebe wie ein Block n_s Umdrehungen macht, die in der folgenden Tabelle eingetragen werden.

Swampsche Regel zu Bild 246

Steg s	Rad 1	Rad 2, 2'	Rad 3
$+n_s$	$+n_s$	$+n_s$	$+n_s$
0	$n_1 - n_s$	$-(n_1 - n_s) \frac{r_1}{r_2}$	$+(n_1 - n_s) \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_2'}{r_3}$
$+n_s$	$+n_1$	$n_2 = n_s \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) - n_1 \frac{r_1}{r_2}$	$n_3 = n_s \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_2'}{r_3}\right) + n_1 \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_2'}{r_3}$

Nach den n_s Umdrehungen sei der Steg, weil er seine Drehzahl ausgeführt hat, festgehalten und das treibende Rad 1 um $-n_s$ Umdrehungen zurückgedreht, so daß es wieder in die Anfangslage kommt. Danach werden ihm noch n_1 Umdrehungen erteilt, die positiv sind, wenn die Drehrichtung des Rades 1 dieselbe wie die des Steges wie in Bild 246a ist, so daß Rad 1 bei stillstehendem Steg $+(n_1 - n_s)$ Umdrehungen zu machen hat. Hierbei macht Rad 2 und 2' bei Außenverzahnung $n_1 - n_s \left(-\frac{r_1}{r_2}\right)$ und Rad 3 $(n_1 - n_s) \left(-\frac{r_1}{r_2}\right) \left(-\frac{r_2'}{r_3}\right)$ Umdrehungen. Die Summierung

der Umdrehungen in der Tabelle ergibt die wirklichen Drehzahlen der Räder gegenüber dem ruhenden Getriebegehäuse.

Bei Verwendung eines Zwischenrades z (Bild 248) am Steg zur Bewegungsumkehr oder eines am Steg angebrachten Vorgeleges, dessen Achsen in der Steggeraden s (Bild 248a) liegen, werden zum Entwurf zwei beliebige Gerade g_1 und g_2 verwendet und von ihrem S -Schnittpunkt unter sich sowie denen mit den Schenkeln den Winkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ die Lote zur Ermittlung der Teilkreise und des Steggelenkes P_{2s} gefällt. Um statt eines Vorgeleges nur ein Zwischenrad Z zu erhalten, wählt man zum Entwurf den Radius r_1 , erhält hierdurch v_1 , legt durch die Vektorspitze g_1 beliebig, erhält so v_2 als Geschwindigkeit des Zwischenradmittelpunktes im Steg und den Radius r_z des Zwischenrades, damit auch den Berührungspunkt der Teilkreise des Zwischenrades und Rades 2 und in der Senkrechten in diesem Berührungspunkt zur Geraden s die Lage des Vektors v_2 , dessen Länge von g_1 bestimmt wird.

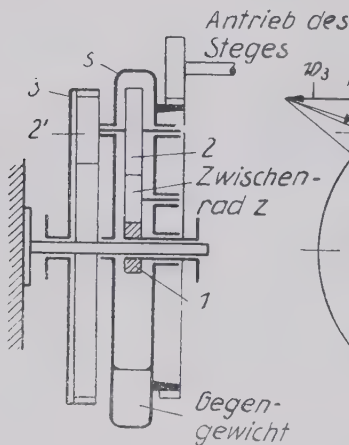


Bild 248. Umlaufgetriebe mit Zwischenrad

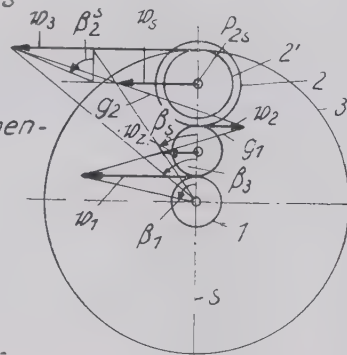


Bild 248 a. Geschwindigkeitsplan zu Bild 248

Durch die Spitze von v_2 ist g_2 beliebig zu legen, wodurch in bekannter Weise der Rest des Getriebes bekannt wird. Die Berechnung an Hand von Bild 248a ergibt aus den beiden Ansätzen

$$\frac{v_3 + v_2}{r_2 + r_2'} = \frac{v_s + v_2}{r_2} \quad \text{und} \quad v_2 + v_z = v_1 - v_z$$

mit $v_z = \omega_s \cdot (r_1 + r_z)$ und $2r_z = r_3 - r_2' - r_2 - r_1$ denselben Ausdruck wie in Gl. 60, weil die Vorzeichenänderung durch das Zwischenrad und das innenverzahnte Rad 3 sich aufheben und die Winkelgeschwindigkeiten in Bild 248a dieselben Richtungen wie in Bild 246a haben.

Das Zwischenrad kann aus der Geraden s herausgelegt werden, wodurch die Radien r_1 , r_2 bei gleichem Verhältnis größer werden und an der Übersetzung nichts geändert wird. Zur Getriebevereinfachung kann auch $r_2 = r_2'$ gemacht werden, wobei nicht auch $r_1 = r_3$ sein darf, also eines der Räder außen, das andere innen verzahnt sein muß.

Durch Hintereinanderschaltung rückkehrender Umlaufgetriebe erhält man unter Verwendung je eines innenverzahnten, im Gehäuse festgehaltenen Rades eine gedrängte Bauart eines gleichachsigen zwangsläufigen Getriebes durch gleichzeitiges Antreiben sämtlicher Stege und Festhalten des einen oder anderen Mittenrades durch Bremsen im Wechselgetriebe, wie es bisweilen in Kraftfahrzeugen benützt wurde, und schließlich durch Ausschaltung des zweiten Freiheitsgrades mit Hilfe einer weiteren zwangsläufigen Verbindung, wie sie z. B. die Straße zwischen zwei Fahrzeugrädern oder ein Vorgelege darstellen würde, Getriebe für bestimmte Kräfteverteilung mannigfaltiger Art.

IV. Ebene Mechanismen mit mehr als vier Gliedern.

In diesem Abschnitt soll durch einige Beispiele auf die mannigfaltige Verwendbarkeit der Mechanismen und die Fruchtbarkeit des systematischen Vorgehens bei der Umwandlung der Mechanismen in Getriebe hingewiesen werden.

50. Sechsgliedrige Mechanismen mit Zwei- und Dreigelenkglied am Steg

Der Mechanismus nach Bild 128 mit Lagen-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsermittlung nach Bild 146 und 163 enthält ein Gelenkviereck 23—35—45—24 (Bild 249), dessen Koppelpunkt 56 gegenüber Glied 2 eine Koppelkurve beschreibt, auf der sich auch Punkt 56 z. B. als Rolle einer Schwinge 6 bewegen würde, wenn Glied 2 unter Fortlassung der Glieder 3, 4, 5 als Kurvenscheibe mit der Koppelkurve als Begrenzung ausgeführt würde. Man hat mit diesem Mechanismus die Möglichkeit, einen Kurventrieb durch einen billigeren und dauerhafteren Kurbeltrieb zu

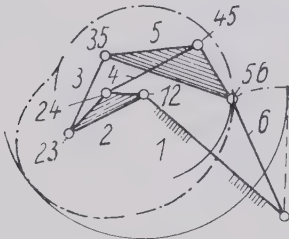


Bild 249. Rastgetriebe mit zwei Steggliedern

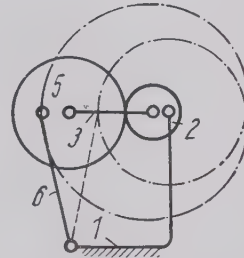


Bild 250. Schwingentrieb mit Umlaufrad

ersetzen, wobei Glied 2 oder Glied 6 das treibende sein kann. In Bild 249 mit dem treibenden Glied 2 ist das Gelenkviereck mit Hilfe der Mittelpunktkurve oder anderer Verfahren so entworfen, daß sich die Koppelkurve des Punktes 56 auf einer längeren Strecke näherungsweise mit einem Kreisbogen deckt, und Gelenk 12 in den Mittelpunkt dieses Kreisbogens gelegt. Glied 6 bleibt daher in Ruhe, solange sich der Kreisbogen durch Gelenk 56 bewegt.

Das Gelenkviereck kann durch irgendeines der daraus ableitbaren Getriebe ersetzt werden, wofür Bild 250 ein Beispiel zeigt. Nach zwei Umdrehungen des Antriebsgliedes 2 kommt Antriebsglied 6 in die Ausgangslage.

Die Ausnützung der Bewegungen der nicht am Steg liegenden Glieder ergibt weitere Verwendungsmöglichkeiten dieses Mechanismus.

Aus denselben Gliedern ist der Mechanismus (Bild 126) zusammengesetzt, an dem Glied 5 oder 6 Abtriebsglied sein muß. Beide Gelenkvierecke des Mechanismus sind durch ein aus dem Gelenkviereck ableitbares Getriebe ersetzbar. In Bild 251 ist das Gelenkviereck der Glieder 1, 2, 3, 4 in ein Umlaufradgetriebe mit Glied 1

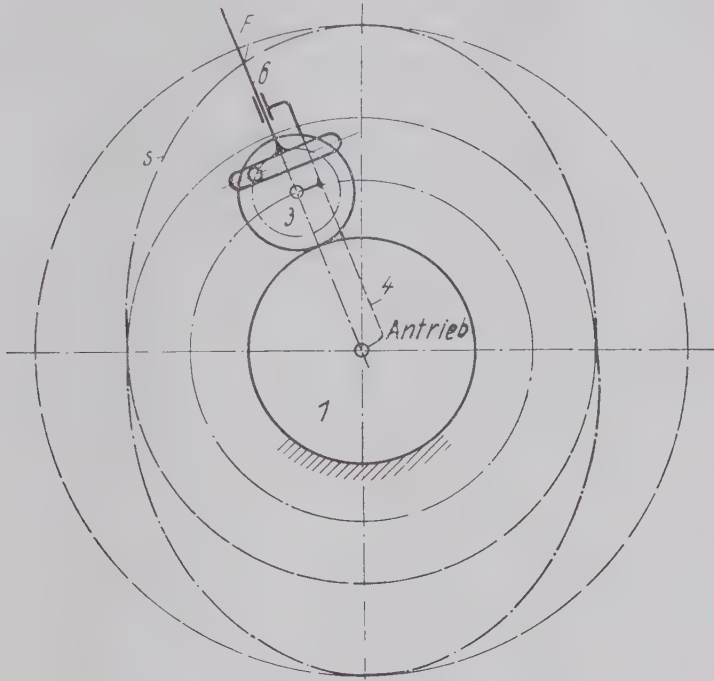


Bild 251. Erzeugung polarer Sinuskurven

als festem Mittenrad, Glied 3 als Umlaufrad und Glied 4 als treibendem Steg verwandelt. Das zweite Gelenkviereck ist durch eine sinusförmig schwingende Kreuzschleife vertreten mit Glied 4 als Steg, Glied 3 als Kurbel und Glied 6 als Kreuz, während Glied 5 weggemindert ist. Das Getriebe dient mit einem Fräser F zum Ausfräsen von Kurvenscheiben mit Sinuskurve s , wobei die Zahl der Sinuskurven im Umlauf durch das Radienverhältnis der Zahnräder, die Höhe durch die Kurbellänge an Rad 3 und die Lage durch die Einstellung des Fräasers F festgelegt sind.

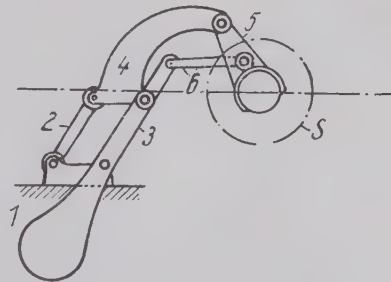


Bild 252. Angenäherte Geradföhrung

Nach Bild 252 wird der Mechanismus bei der „Hamburg“-Kreissäge zur angenäherten Geradföhrung eines Sägeblattes verwendet, nach Bild 110 zur Sperrung eines Gelenkviereckes.

51. Sechsgliedriger Mechanismus mit zwei Dreigelenkgliedern am Steg

Der Mechanismus nach Bild 127 hat nur Sinn bei An- oder gewöhnlich Abtrieb an Glied 5 oder 6 und unterscheidet sich vom Mechanismus nach Bild 126 dadurch,

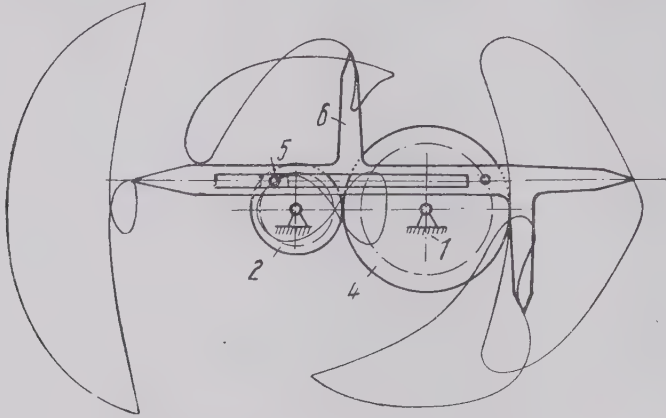


Bild 253. Kurbelrädertrieb aus Bild 127

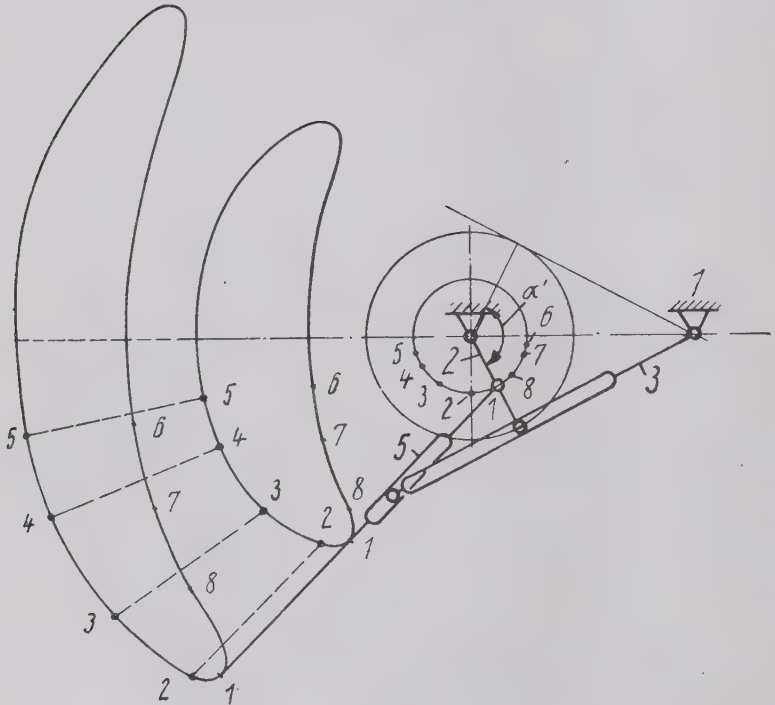


Bild 254. Getriebe aus Bild 127 für langsamen Hin- und schnellen Rückgang des Gliedes 5

daß kein Umlaufräderpaar herstellbar ist. Außer den zahlreichen Ausnutzungsmöglichkeiten von Koppelkurven z. B. nach Bild 253 sind auch Koppellagen z. B. nach Bild 254 mit langsamem Hingang und schnellem Rückgang während des Winkels α' ausnutzbar. Eine systematische Durcharbeitung des Mechanismus (Bild 127) durch Einführung von Schiebepaaren und Kurvenpaaren führt zu einer reichen Auswahl von Getrieben.

Bei beiden Mechanismen (Bild 126, 127) können die Glieder 5, 6 zum Einspannen einer Feder benützt werden, die im Gelenkviereck der Glieder 1, 2, 3, 4 einen anderen Kräfteverlauf als beim Fehlen einer Feder oder ihrer Einspannung zwischen zwei Gliedern dieses Gelenkviereckes ergibt.

52. Sechsgliedriger Mechanismus mit einem Dreigelenkglied und zwei Zweigelenkgliedern am Steg

Der Mechanismus (Bild 75), der auch die Grundlage für das aus Stirnradpaaren, (Bild 229, 230) bestehende Standgetriebe ist, besteht für den Antrieb an Glied 2 und Abtrieb an Glied 6 aus zwei hintereinander geschalteten Gelenkvierecken, von denen das erste den Bewegungsablauf am zweiten bestimmt. Zur Getriebeentwicklung bei dieser An- und Abtriebsart sind das Gelenkviereck und seine Abarten (Bild 59 bis 67 und 69) in den verschiedenen möglichen Arten zu kombinieren und

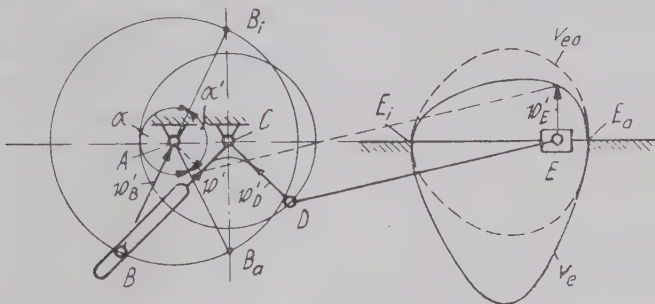


Bild 255. Getriebe mit kurzzeitigem Leerhub

durch geeignete Maßgebung für den im Rahmen der Leistungsfähigkeit dieses Mechanismus wünschbaren Bewegungsablauf zu sorgen. An einem Kurbeltrieb CDE (Bild 255), der bei C mit konstanter Winkelgeschwindigkeit angetrieben wird und daher am Gelenk E einen durch die Kurve v_{eo} dargestellten Geschwindigkeitsverlauf bei gleichen Zeiten für Hin- und Rückgang des Schiebers hat, sei eine Verkleinerung der Durchschnittsgeschwindigkeit auf dem einen als Arbeitsweg dienenden Schieberweg verlangt, während der leere Rückweg des Schiebers mit größerer Durchschnittsgeschwindigkeit erfolgen soll, wodurch der Leerlauf z. B. einer Hobelmaschine verkürzt und die Arbeitszeit verlängert, also die Leistung der Maschine erhöht wird. Man erreicht den Zweck durch den Mechanismus (Bild 75), dessen erstes Gelenkviereck z. B. als umlaufende Kurbelschleife (Bild 255) und das zweite als der Kurbel-

trieb ausgeführt wird. Dabei wird Kurbelschleife und Kurbeltrieb so gekoppelt, daß $\angle BCD$ ein rechter wird, damit die Schiebergrenzlagen E_i , E_a in den Kurbellagen B_i , B_a erreicht werden und $a:a'$ das Verhältnis der Zeiten für Arbeits- und Leergang wird. Durch dieses Verhältnis wird die Lage des Gelenkes C festgelegt. Bild 212 zeigt ein ähnliches Getriebe mit der Eigenschaft, daß durch Verschiebung des Gelenkes C auf der Geraden AC das Zeitverhältnis bei konstantem Hub h stufenlos in Betrieb geändert werden kann. Ein ebenfalls für Hobelmaschinen verwendetes, aus schwingender Kurbel- und Kreuzschleife zusammengesetztes Getriebe dieses Mechanismus mit verschiedenen Zeiten für Arbeits- und Leergang ist Getriebe (Bild 159).

In anderer Weise dient der Mechanismus (Bild 75) zum Antrieb einer schwingenden Kurvenscheibe d (Bild 256) mit gegebenem Schwingungswinkel γ bei gegebener

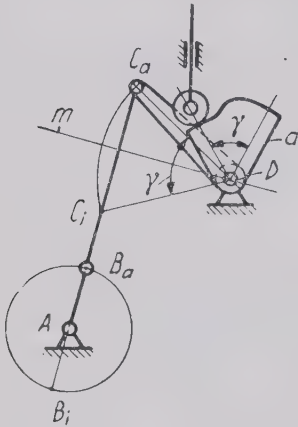


Bild 256. Schwingender Kurventrieb

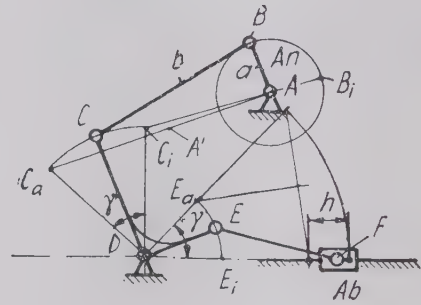


Bild 257. Kniehebelgetriebe

Antriebswelle A . Bei gleichen Zeiten für Hin- und Rückgang der Kurvenscheibe wird m beliebig gewählt, der Winkel γ symmetrisch zu m abgetragen und von A die Senkrechte auf m gefällt, die in C_i , C_a die Winkelschenkel schneidet. Es ist dann $\overline{AB_a} = \frac{1}{2} \overline{C_i C_a}$ zu machen. Sollen die Schwingungszeiten der Kurvenscheibe verschieden sein, so ist die Kurbelschlinge über $\overline{AD}$ nach Bild 187 zu konstruieren.

Derselbe Mechanismus ist nach Bild 257 als Kniehebelgetriebe mit großer Gelenkkraft bei F in der Nähe der Grenzlagen B_i , E_i zu verwenden, wofür dafür zu sorgen ist, daß die Grenzlagen B_i , C_i , E_i gleichzeitig erreicht werden. Bei gegebenem Gelenk D wird E_a und dadurch Winkel γ durch den Hub h bestimmt und nach Wahl des Winkels CDE und $\overline{C_a D} = \overline{C_i D}$ und der Antriebswelle A die Kurbellänge a dadurch ermittelt, daß auf $\overline{C_a A}$ die Strecke $\overline{C_a A'} = \overline{C_i A}$ gemacht wird. Nach $\overline{C_a A} = a + b$, $\overline{C_i A} = b - a$ ist $\overline{AA'} = \overline{C_a A} - \overline{C_i A} = a + b - b + a = 2a$.

Hat man die Verwendbarkeit des Mechanismus für einen bestimmten Zweck erkannt, so findet man durch systematische Kombination der Abarten des Gelenkviereckes alle mit diesem Mechanismus möglichen Getriebearten für die vorliegende Aufgabe.

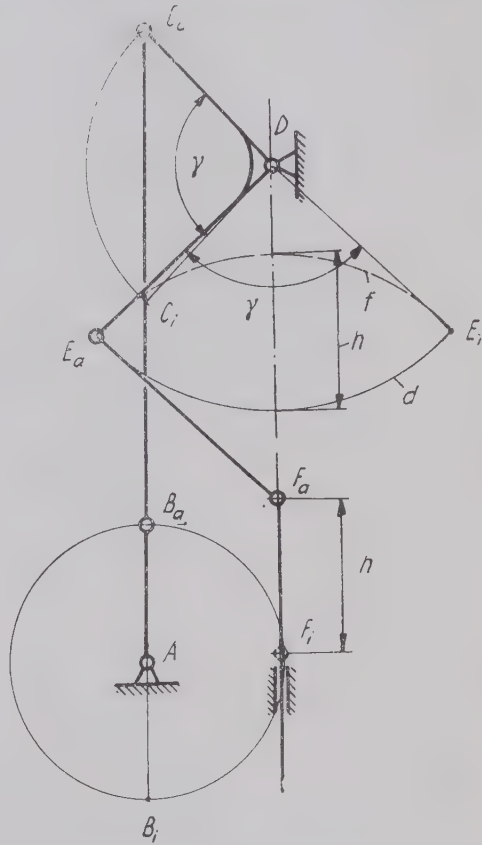


Bild 258. Getriebe mit Doppelhub

Durch Ausführung der beiden Gelenkvierecke als umlaufende Kurbelschleifen und Gestaltung des Steges zum Gehäuse erhält man aus dem Mechanismus das Kapselwerk von *Beale* (Bild 260), worin die eingeschriebenen Zahlen dieselben Glieder wie in Bild 75 bedeuten. Glied 4 ist das rotierende Antriebsglied.

53. Sechsgliedriger Mechanismus mit drei Zweigelenkgliedern am Steg

Der Mechanismus (Bild 125) wurde mit Antrieb an Glied 2 und Abtrieb an Glied 6 für die Getriebe (Bild 143, 174, 189, 191, 206 und 208), ferner mit Kurvenpaaren statt Zweigelenkglieder für die Getriebe (Bild 239—242) und (245—248) verwendet.

Durch Ausbildung des Gelenkvierecks 1234 als Kurvenschleife (Bild 70) und gleichachsige Lage der Antriebswelle *A* des Gliedes 2 und der Abtriebswelle an

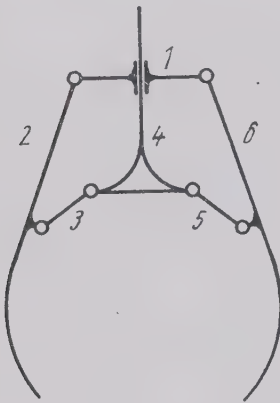


Bild 259. Zangengetriebe

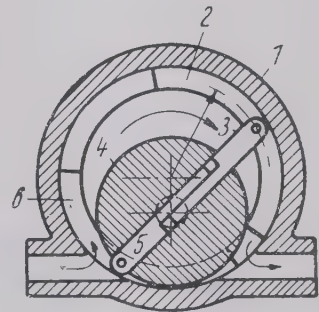


Bild 260. Kapselwerk von Beale

Glied 6, wodurch die Glieder 3 und 6 als Zahnradpaar ausgebildet werden können, läßt sich aus dem Mechanismus in Bild 125 ein umlaufendes Rastgetriebe (Bild 261) entwickeln, bei dem bei konstant fortlaufender Antriebswelle *A* das Rad 6 stehen bleibt, während der Steg 2 den Winkel α_1 zurücklegt. Für den Entwurf seien die Teilkreisradien r_1 , r_2 beliebig angenommen. Wenn Steg 2 sich um den Winkel α_1 dreht und dabei sich Rad 3 und 6 in gleicher Weise mitbewegen, weil z. B. Punkt *C* auf einem Kreisbogen um *A* geführt wird, beschreibt Rad 6 ebenfalls den Winkel α_1 , während es in Wirklichkeit stehen bleiben soll. Es ist also um den Winkel $-\alpha_1$ mit konstanter Geschwindigkeit entgegen der Antriebsbewegung des Steges 2 zu bewegen, woraus sich nach

$$\gamma = \alpha_1 \cdot \frac{r_1}{r_2}$$

der Winkel γ ergibt, um den Rad 3 relativ zum Steg zu drehen ist. Zur Ermittlung der hierdurch bedingten Kurve *q* wählt man in Bild 261 die Lage des Winkels γ und



punkte über Anfang und Ende des Winkels α_1 die Gerade g gelegt, weil wegen der konstanten Winkelgeschwindigkeit des Steges auch $ds/d\alpha = \text{konstant}$ sein muß. An g ist die Erhebungskurve, die sonst eine beliebige Form haben könnte, tangential anzuschließen. In (Bild 261a) ist der übrige Kurvenverlauf sinusförmig gewählt und die Bogenlänge c angenommen. Aus c sind die Winkel α_2 und α_4 zu berechnen mit $\varphi: \frac{\pi}{2} = \psi: \alpha_2$ und $s' = c \cdot \sin \varphi$, woraus für die Tangentenlage

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{ds}{d\varphi} = c \cdot \cos \varphi = c \cdot \frac{\pi}{2\alpha_2} \cos \left(\frac{\pi}{2\alpha_2} \psi \right)$$

und bei $\psi = 0 \operatorname{tg} \tau_0 = \frac{\pi}{2\alpha_2} c = \frac{b}{\alpha_1}$, also $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{c} \alpha_1$ wird. Wegen $\alpha_2 = \alpha_4$ wird $\alpha_3 = 360^\circ - \alpha_1 - 2\alpha_2$.

Durch die Wahl von c ist in Bild 261 C_i und somit der Grundkreis r_0 festgelegt. Der Kreis k_b wird wie die Abszisse (Bild 261a) eingeteilt. Von den Teilpunkten sind mit $\overline{BC}$ Kreisbögen zu schlagen und vom Grundkreis r_0 aus auf ihnen die Ordinaten s nach maßstäblicher Umrechnung abzutragen.

Die feste Scheibe 1 kann um den Punkt A drehbar eingerichtet werden, wodurch der Rastwinkel α_1 im Kreis verschoben werden kann.

Für die Verwendung desselben Mechanismus mit Antrieb an Glied 6 gibt Bild 262 ein Beispiel. Die Wellen der Glieder 4 und 6 sind gleichachsrig, um die Glieder 3

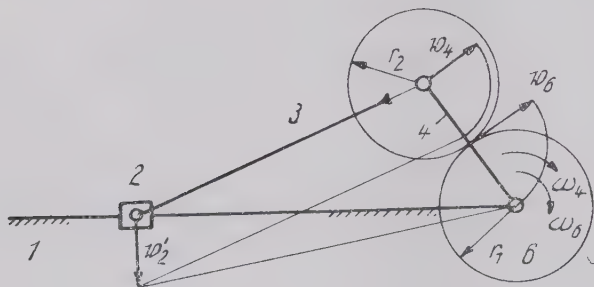


Bild 262. Kurbelrädertrieb aus Bild 125

und 6 als Zahnräder ausbilden zu können. Glied 3 hat am Berührungspunkt mit Glied 6 dieselbe aus der Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_6 zu bestimmende Geschwindigkeit v_6 , aus der die gedrehte Geschwindigkeit v'_2 und damit v'_4 und v_4 zu ermitteln und schließlich ω_4 zu berechnen ist. Für die Berechnung der Drehzahl n_4 ergibt die *Swampsche Regel*, wenn zunächst Glied 3 vom Schieber 2 ge-

löst und nach n_4 Umdrehungen sämtlicher Teile, weil es nur Schwingbewegungen ausführt, unter Festhalten des Steges 4 um $-n_4$ Umdrehungen zurückgedreht wird

Glied 4	Glied 3	Glied 6
$+n_4$	$+n_4$	$+n_4$
0	$-n_4$	$+n_4 \cdot \frac{r_2}{r_1}$
$+n_4$	0	$n_6 = n_4 \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right)$

Bei $r_1 = r_2$ ist $n_4 = \frac{1}{2} n_6$. Der Mechanismus wurde von Watt mit Antrieb am Schieber benützt.

Bei Ausbildung des Gelenkviereckes 1234 als Parallelkurbel (Bild 263) brauchen die Wellen der Glieder 2 und 6 nicht zu fluchten, weil sämtliche Koppelpunkte Kreise mit der Kurbellänge a als Radius beschreiben und daher ein Zahnradpaar in Berührung bleibt, wenn bei Innenverzahnung $r_2 - r_1 = a$, bei Außenverzahnung $r_1 + r_2 = a$ ist. Da sämtliche Koppelpunkte gleiche Geschwindigkeit haben, ist

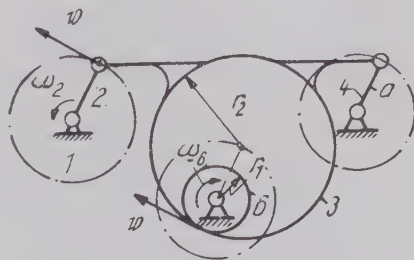


Bild 263. Parallelkurbel mit Umlaufgrad

$$\omega_6 \cdot r_1 = v = \omega_2 \cdot a$$

und bei Innenverzahnung

$$\omega_2 = \omega_6 \cdot \frac{r_1}{r_2 - r_1}$$

54. Hubverstellung im Betrieb

Wenn bei den Mechanismen (Bild 75 und 125) die Glieder 2 und 6 zu An- und Abtriebsgliedern werden, kann das Steggelenk des Gliedes 4 während des Betriebes am Steg verschoben und hierdurch eine Änderung der Abtriebsbewegung erzielt werden. Am Zwanglauf wird durch die Verstellbewegung nichts geändert, weil der Freiheitsgrad des Mechanismus von den Gliederabmessungen unabhängig ist. Die Verstellmöglichkeit wird zur Herstellung von Kurbelschwinggetrieben mit im Betrieb veränderlichem Hub benützt, die hier aus der gestellten Aufgabe systematisch entwickelt werden.

Als Aufgabe seien die Forderungen gestellt, daß eine konstant drehende Antriebsbewegung in eine schwingende Abtriebsbewegung umzuwandeln ist, daß der Schwingungsausschlag im Betrieb verstellbar sein und daß eine der beiden Grenzlagen der Schwinge und die zugehörige Lage der Antriebskurbel unveränderlich bleiben sollen.

Aus der Forderung der Verstellbarkeit im Betrieb folgt, daß die zur Getriebeentwicklung brauchbaren Mechanismen mindestens drei Stegglieder als An-, Abtriebs- und Verstellglied haben müssen. Die einfachsten dieser Mechanismen sind die sechsgliedrigen nach Bild 75 und 125.

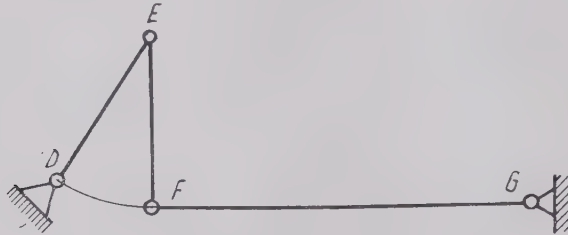


Bild 264. Gelenkviereck mit $\overline{DE} = \overline{EF}$

In einem Gelenkviereck $DEFG$ (Bild 264) mit DE als An- und GF als Abtriebsglied kommt bei weiterlaufendem Glied DE Glied GF zur Ruhe, wenn sich die Gelenke D und F decken. Daraus folgt, daß $\overline{DE} = \overline{EF}$, D und F beide Drehpaare oder beide Schiebepaare mit derselben Schubrichtung sein müssen und das Abtriebsglied GF in einem Gelenkviereck liegen muß. Im Mechanismus (Bild 125) mit den Bezeichnungen nach Bild 266a ist daher GF das Abtriebsglied. In den an diesem Glied liegenden Gelenkvierecken sind in beiden Mechanismen (Bild 265 und 266) bei Anschluß von Kurvenpaaren nur die in diesen Bildern angegebenen Ausführungen der Gelenke D und F möglich.

Das Gelenk G kann beliebig als Dreh- oder Schiebepaar ausgeführt werden, weshalb es in den Mechanismen der Vereinfachung wegen nur als Drehpaar angegeben ist. Gelenk A muß als Antriebswelle ein Drehpaar sein. Von den Gelenken B und C kann nur eines ein Schiebepaar werden, weil im andern Fall Glied DE infolge des drehenden Antriebes ebenfalls eine Drehbewegung ausführen müßte, während hier der

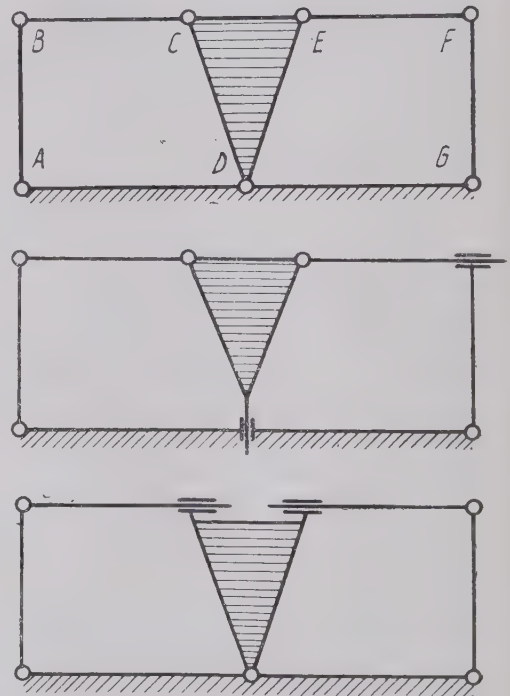


Bild 265. Mechanismen nach Bild 75 für Hubänderungsgetriebe

Verstellung wegen eine Schwingbewegung gebraucht wird. Welches der beiden Gelenke auch als Schiebepaar ausgeführt wird, ist nicht wesentlich, weshalb in Bild 265 und 266 nur Gelenk C auch als Schiebepaar dargestellt ist.

Bei einer Verstellung des Gliedes DE im Mechanismus (Bild 265) wird entweder die Kurbel AB oder die Schwinde GF durch die Verstellbewegung mitbewegt, was der Forderung in der Aufgabe widerspricht, daß die zu einer Schwingengrenzlage GF gehörende Kurbellage AB durch die Verstellung nicht geändert werden soll. Man wird der Forderung gerecht, wenn C und E Drehpaare sind und in ein Doppel-

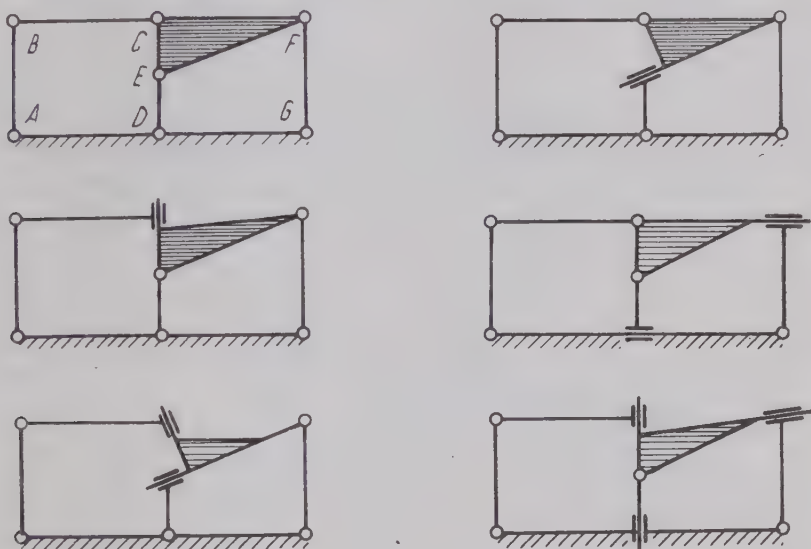


Bild 266. Mechanismen nach Bild 125 für Hubveränderungsgetriebe

gelenk zusammengelegt oder beide Schiebepaare mit gleicher Schubrichtung sind. Beim Mechanismus (Bild 266) ist die gleiche Ausführung der Gelenke B und C nicht nötig.

Mit diesen Feststellungen ergibt sich für die Bestimmung der Mechanismengruppe (Bild 265) das Schema

Antriebsglied AB , Verstellglied DE , Abtriebsglied GF ,
 A, B Drehpaare

C, E		C, E	
Drehpaare		Schiebepaare	
D, F	D, F	D, F	
Drp.	Schp.	Drp.	
Bild 265	265 a	265 b	

und für die Mechanismengruppe (Bild 266) das Schema

Antriebsglied AB , Verstellglied DE , Abtriebsglied GF ,
 A, B Drehpaare

C		C			
Drehpaar		Schiebepaar			
E	E	E	E	E	E
Drehp.	Schp.	Drp.	Drp.	Schp.	Schp.
D, F	D, F	D, F	D, F	D, F	D, F
Drp.	Schp.	Drp.	Drp.	Schp.	Drp.
Bild 266	266 c	266 a	266 b	266 e	266 d

Nach Bild 266 ist das Getriebe (Bild 267) für gegebene Lagen der An- und Abtriebswellen A und G , gewählte Länge GF und Größe und Lage des Abtriebswinkels $\gamma = \sphericalangle F_a G F_i$ entwickelt. Ferner sind die Längen und Lagen AB_i und AB_a der Antriebskurbel und die Schwingengrenzlage GF_a als die unveränderliche, zur Kurbellage AB_a gehörende Nulllage angenommen. Nach Einzeichnung dieser gegebenen

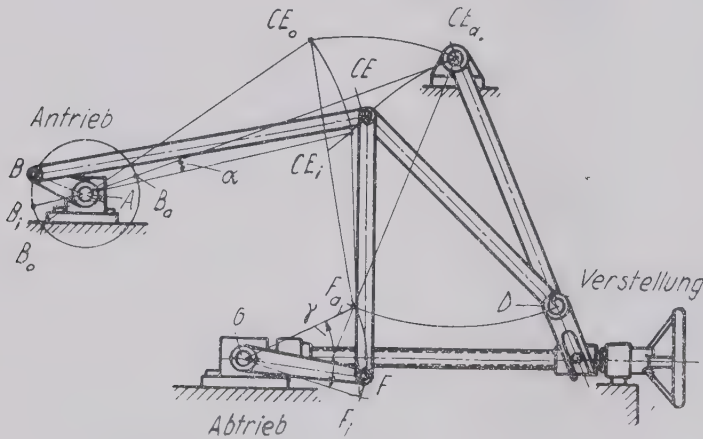


Bild 267. Hubänderungsgetriebe nach Bild 265

Bestimmungsstücke wählt man auf der Geraden durch $B_i A$ das Doppelgelenk CE_i , bestimmt von B_a und F_a aus seine Lage CE_a und als Schnitt der Kreisbögen um F_a durch CE_a und um A durch CE_i seine Lage CE_o , die es erreicht, wenn der Abtrieb in Ruhe ist. Das Verstellglied DCE erhält die Länge der Koppel $F-CE$ und wird um einen mit CE_a zusammenfallenden festen Punkt drehbar gemacht. Der Abtrieb bleibt bei weiterlaufendem Antrieb in Ruhe, wenn D mit F_a zur Deckung gebracht wird. Der Abtriebswinkel γ tritt ein, wenn D soweit vorgeschoben wird, daß die Bahn des Gelenkes CE nach CE_i geht.

Aus Bild 266 c mit G als Schiebepaar entsteht das Getriebe Bild 268, bei dem in jeder Lage der Verstellung die Hubgrenzen mit den unveränderlichen Kurbellagen B_i und B_a zeitlich zusammenfallen. Die unveränderliche Nulllage des Hubes ist hier durch die Grenzlage E_i des Gelenkes E gegeben.

55. Umlaufende Rastgetriebe

Die Aufgabe, von einer mit konstanter Winkelgeschwindigkeit laufenden Welle z. B. ein Band in eine gleichsinnig fortlaufende, durch Ruhepausen zur Führung eines Schnittes oder Aufdrücken eines Stempels unterbrochene Bewegung zu setzen, wird meist mit Schaltgetrieben oder Schaltwerken gelöst, deren Arbeitsweise keine

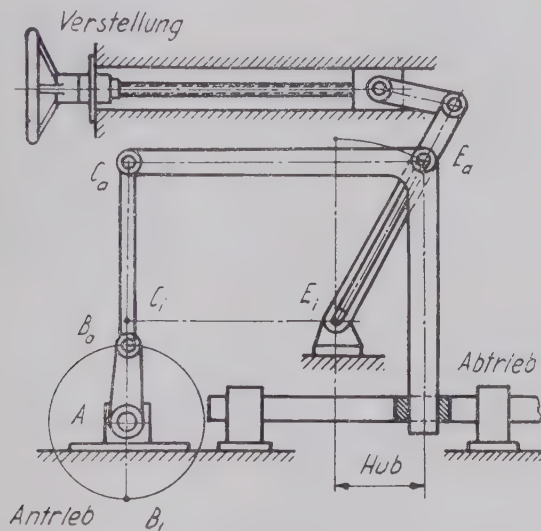


Bild 268. Hubänderungsgetriebe nach Bild 266 c
mit Schiebepaar G

größere Geschwindigkeit zuläßt. Eine größere Bandgeschwindigkeit ist mit dem umlaufenden Rastgetriebe in Bild 261 möglich. Es sei nun hier als Beispiel für die Getriebeentwicklung aus einem Mechanismus mit mehr als sechs Gliedern die Aufgabe gestellt, ein umlaufendes Rastgetriebe ohne Kurven- oder Zahnradpaare zu entwickeln.

Die Verbindung beider Wellen durch eine Doppelkurbel bringt höchstens eine Geschwindigkeitsschwankung an der Abtriebswelle hervor. Die Verbindung durch die Mechanismen (Bild 75 und 125) reicht außer bei Anwendung von Kurventrieben wie in Bild 261 ebenfalls nicht zur Erzeugung der Ruhepausen im Abtrieb aus. Es muß vielmehr, um genügend Freiheit für eine den Zweck erfüllende Maßgebung zu erhalten, ein Mechanismus mit mehr als zwei Zwischengliedern bei drei Steg-

gliedern verwendet werden. Zu untersuchen sind daher zunächst die achtegliedrigen Mechanismen mit drei Steg- und vier Zwischengliedern, von denen aus der Mechanismen- und Gestelltafel (Bild 74) fünf mit zwei Zweigelenk- und zwei Dreigelenkzwischengliedern als brauchbar zu entnehmen sind. Von diesen sei hier nur der Mechanismus (Bild 269) herausgegriffen und durch Einführung von Schiebepaaren an Zweigelenkgliedern vereinfacht, wodurch die Maßgebung wie immer bei Schiebepaaren erleichtert und die Zweigelenkglieder zu Schiebern oder Gleitsteinen verkürzt und bei geringen Kräften ganz weggelassen werden können.

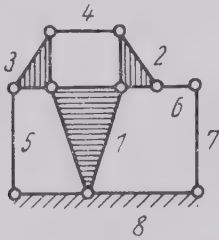


Bild 269. Achtegliedriger Mechanismus

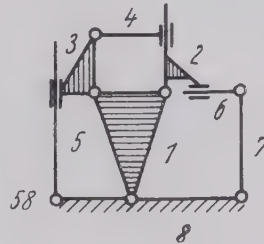


Bild 270. Mechanismus aus Bild 269 mit wegminderbaren Zweigelenkgliedern

Als Antriebsglied sei im Bild 270 Glied 1 gewählt, so daß die an ihm angeschlossenen Zwischenglieder die Antriebsbewegung als Hauptbewegung mitmachen, der durch das Glied 5 eine zweite Bewegung überlagert wird, die mit der Hauptbewegung zusammen die Abtriebsbewegung an Glied 7 ergibt. Zur Vereinfachung des Getriebes seien An- und Abtriebswelle gleichachsrig gelagert und die Glieder als gerade Stangen (Bild 271) ausgeführt.

Die in Bild 271 eingeschriebenen Zahlen sind die Gliederbezeichnungen wie in Bild 270, während die Maße und Winkel zur Berechnung der Gliederlängen dienen. Zur Aufstellung einer Beziehung zwischen Antriebswinkel α und Abtriebswinkel γ hat man aus den Dreiecksbeziehungen

$$\frac{e}{a} = \frac{\sin(\alpha - \gamma - \delta)}{\sin \delta} \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\cos(\alpha - \gamma) + \frac{e}{a}}$$

ferner

$$\frac{a+b}{d} = \frac{\sin(\beta - \gamma - \delta)}{\sin(\alpha - \gamma - \delta)}$$

und damit aus der vorigen Gleichung

$$\frac{e}{a} \cdot \frac{a+b}{d} = \frac{\sin(\beta - \gamma - \delta)}{\sin \delta} \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos(\beta - \gamma) + \frac{e}{a} \frac{a+b}{d}}$$

Aus der Gleichsetzung beider Werte für $\operatorname{tg} \delta$ folgt

$$\operatorname{tg} \beta \left[\cos \gamma - \frac{\sin (\alpha - \gamma)}{\cos (\alpha - \gamma) + \frac{e}{a}} \sin \gamma \right] = \frac{1}{\cos \beta} \cdot \frac{\sin (\alpha - \gamma)}{\cos (\alpha - \gamma) + \frac{e}{a}} \cdot \frac{e}{a} \frac{a+b}{d} =$$

$$= \frac{\sin (\alpha - \gamma)}{\cos (\alpha - \gamma) + \frac{e}{a}} \cdot \cos \gamma + \sin \gamma .$$

Da nach Bild 271

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha)} \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \frac{c}{b}}$$

ist, läßt sich aus der Rechnung β eliminieren, wodurch man

$$\sin (\alpha - \gamma) \frac{e}{a} \left[\frac{a+b}{d} \sqrt{1 - 2 \frac{c}{b} \cos \alpha + \frac{c^2}{b^2}} - 1 \right] = \frac{c}{b} \left(\frac{e}{a} \sin \gamma + \sin \alpha \right)$$

erhält. Das Ergebnis gilt für jede Getriebelage. Die Maßbestimmung soll nun so vorgenommen werden, daß während eines Winkels α das Abtriebsglied 7 angenähert

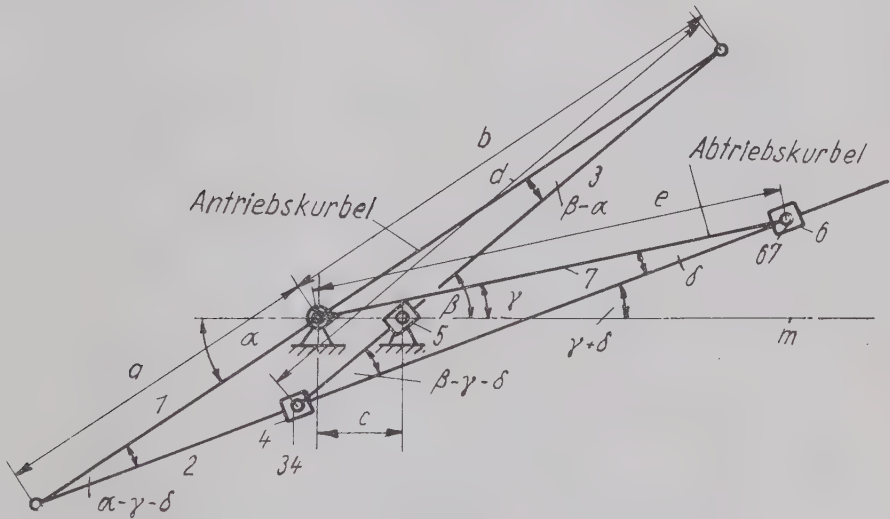


Bild 271. Umlaufendes Rastgetriebe aus Bild 270

in der Symmetrieachse m in Ruhe bleibt. Für die Maßbestimmung ist daher der Winkel γ sehr klein, weshalb für diesen Zweck $\cos \gamma = 1$ gesetzt wird und somit aus der vorigen Gleichung

$$\sin \gamma = \sin \alpha \cdot \frac{A \frac{a+b}{d} - 1 - \frac{a}{e} \cdot \frac{b}{c}}{\left(A \frac{a+b}{d} - 1 \right) \cos \alpha + \frac{c}{b}} \quad (\text{a})$$

mit $A = \sqrt{1 - 2 \frac{c}{b} \cos \alpha + \frac{c^2}{b^2}}$ als Gleichung für die Maßbestimmung wird.

Um eine angenäherte Ruhelage am Abtrieb zu erhalten, sei im Kurvenverlauf (Bild 272) gefordert, daß außer in der Mitte die Kurve auch am Ende des halben Rastwinkels α_0 die Abszisse schneidet, so daß während der Zurücklegung des ganzen

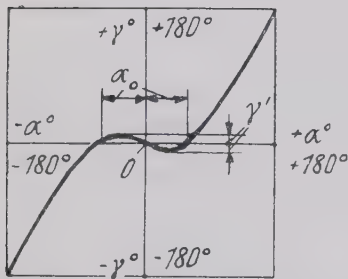


Bild 272. Diagramm der An- und Abtriebswinkel zu Bild 271

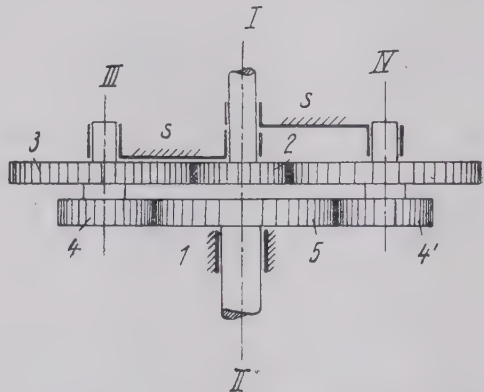


Bild 273. Gleichachsiges Stirnradstandgetriebe

Rastwinkels $2 \alpha_0$ der Winkel γ dreimal null wird, Glied 7 also in Bild 271 dreimal in der Mittellinie m liegt. Es pendelt während der Rast umso weniger um m , je kleiner in Bild 272 der beim Winkel $\alpha_0/2$ angenommene Winkel γ' ist.

Für $\gamma = 0$ bei $\alpha = \alpha_0$ wird aus Gl. a

$$e = \frac{a c b}{b \left[(a + b) \sqrt{1 - 2 \frac{c}{b} \cos \alpha_0 + \frac{c^2}{b^2}} - d \right]}.$$

Die Längen a, b, c, d werden zum zeichnerischen Entwurf angenommen und e berechnet. Ob die Annahmen günstig waren, ergibt die Berechnung von γ' aus Gl. a, wobei $\gamma = \gamma'$ und $\alpha = \frac{1}{2} \alpha_0$ einzusetzen ist.

Das Getriebe erlaubt einen Rastwinkel bis $2 \alpha_0 = 60^\circ$. Die Länge e wird ziemlich kurz und der ungünstigste Übertragungswinkel der Kraft des Gliedes 2 oder 6 auf Glied 7 etwa 40° , der keine spürbare Getriebehemmung ergibt, wie ein Modellversuch zeigte.

56. Stirnradgetriebe mit Kraftausgleich

Um ein Beispiel dafür zu zeigen, wie ein bekanntes Getriebe zur Erfüllung zusätzlicher Anforderungen ergänzt wird, sei das gleichachsige Stirnradgetriebe (Bild 273) mit den festen Stegen *s* zu einem Getriebe mit Kraftausgleich erweitert, bei dem die Zahndrücke zu beiden Seiten der Räder 2 und 5 jeweils gleich sind, so daß

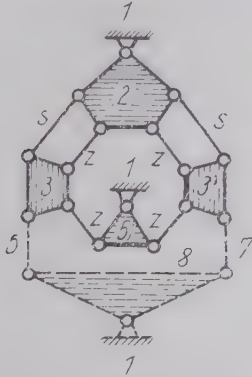


Bild 274. Mechanismus zu Bild 273 mit freien Stegen *s* und Ergänzung für Kraftausgleich



Bild 274a. Zweite Anordnung der Ergänzungsglieder

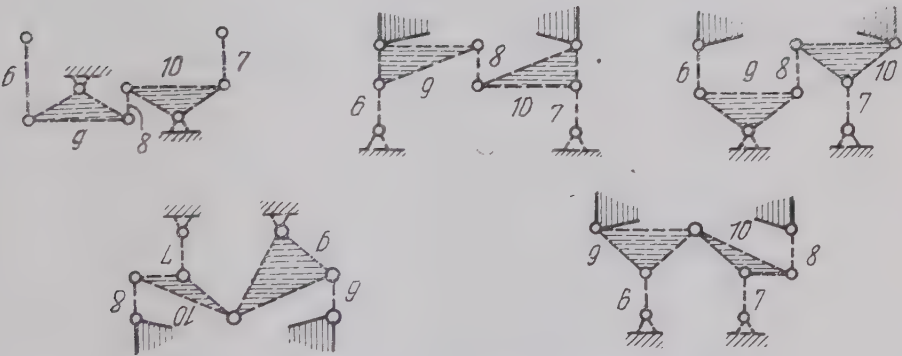


Bild 274b—f. Erhöhte Zahl der Ergänzungsglieder und ihre Anordnungsmöglichkeiten

die Wellen I und II nur durch Kräftepaare beansprucht werden und außerdem die Festigkeitsberechnung an den Rädern mit der halben Kraft durchgeführt werden darf.

Zur Erzielung eines Druckausgleiches dürfen offenbar die Wellen III und IV nicht fest im Gehäuse gelagert sein, weshalb zunächst die Stege *s* frei, d. h. um die Wellenmitte I drehbar gemacht werden. Das so entstandene Getriebe ist durch eine Verbindung der Wellen III und IV soweit zu ergänzen, daß es wieder wie vorher

den Freiheitsgrad 1 erhält. Um die Ergänzungsmöglichkeiten zu finden, wird der Mechanismus für Bild 273 mit losen Stegen s nach Bild 274 gezeichnet, wobei die Zahnflankenpaare durch Zweigelenkglieder z dargestellt und die gestrichelten Glieder die noch vorzunehmenden Ergänzungen sind.

Um zum Kraftausgleich einen Kraftüberschuß von Welle III auf Welle IV überzuleiten, ist eine direkte Verbindung der beiden Wellen, wie sie die in einer Geraden liegenden Stege s darstellen, nicht verwendbar, weil die Umfangskräfte der Räder senkrecht zur Verbindung stehen. Es bleibt nur eine Umführung über das Gehäuse, weshalb eines der Ergänzungsglieder am Gehäuse zu lagern ist. Es sei als Dreigelenkglied gewählt, so daß die Stegglieder $w = 1w_5 + 2w_3$ (Bild 274) sind. Die bisher vorhandene Zahl der Zwischenglieder ist nach Bild 274 gleich acht, wozu noch Glieder zur Verbindung des bereits bestehenden Teils des Mechanismus mit dem als Glied 8 bezeichneten Stegglied kommen. Es ist mindestens ein zusätzliches Glied erforderlich, weil eine direkte Verbindung der Wellen III, IV unmöglich, also $n_o \geq 9$. Mit $n_o = 9$ ergibt sich aus Gl. 15 $z = 7/2$, daher $z = 4$, womit $n_o = 10$ wird. Die Mechanismenberechnung mit Hilfe der Gleichungen für den Zahlenaufbau ergibt nach Abzug der bereits vorhandenen Zwischenglieder als zusätzliche Glieder die beiden Zweigelenkglieder 6 und 7 Bild 274. Die mögliche Ergänzung des Mechanismus bei Wahl eines Zweigelenkgliedes als Stegglied findet man durch Tausch der Glieder 6 und 8 nach Bild 274a.

Nach Bild 274 ist das Getriebe (Bild 275) entwickelt, wobei die Stege s (Bild 273) in Bild 275 durch Führung der Wellen in Kreisschlitten des Gehäuses ersetzt sind und die Zwischengelenke am Stegglied 8 zu einem Mehrfachgelenk vereinigt sind.

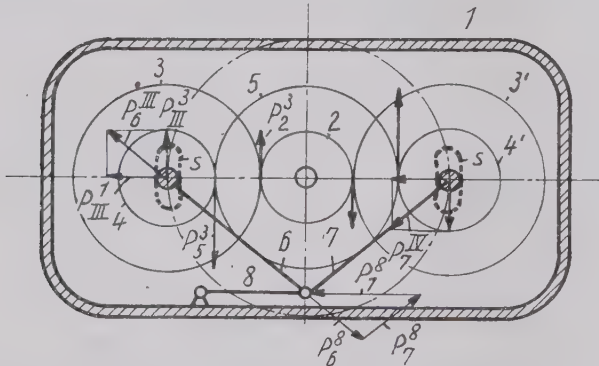


Bild 275. Getriebe mit Kraftausgleich nach Bild 274 oder 274a

Die Anordnung der Glieder 6, 7, 8 ist so zu treffen, daß die Glieder 6 und 7 den Wellen III und IV bei gleichen Kraftgrößen das Gleichgewicht halten. Von Rad 2 wird auf Rad 3 die Kraft P_2^3 , von Rad 5 die Kraft P_5^3 und von Welle III die Kraft P_6^III ausgeübt, die zusammen im Gleichgewicht sind. Die Kraft P_4^IV der

Stange 6 auf die Welle III drückt die Welle mit der Komponente P_{III}^1 auf die Schlitzführung und mit der Komponente P_{III}^3 auf das Rad 3. Mit der Kraft $P_6^8 = -P_6^{III}$ drückt Stange 6 auf das Gelenk am Glied 8. An der Welle IV entstehen die-

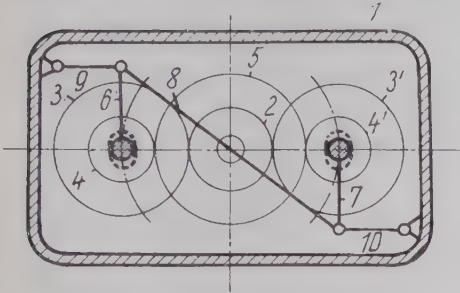


Bild 276. Getriebe nach Bild 274b bis f bei Gelenkzusammenlegung zu Mehrfachgelenken

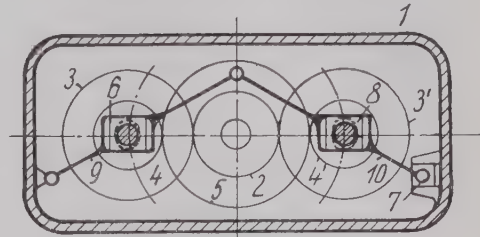


Bild 277. Getriebe nach Bild 274e mit Schiebepaaren

selben entgegengesetzten Kräfte wie an Welle III, weshalb bei symmetrischer Lage der Stangen 6 und 7 die Kraft P_7^{IV} und P_7^8 zahlenmäßig gleich P_6^8 sind, Kraft P_7^8 jedoch am Gelenk des Gliedes 8 zieht. Aus den beiden bekannten Kräften P_6^8 und P_7^8 folgt die zum Gleichgewicht nötige Kraft P_1^8 , in deren Wirkungslinie Glied 8 liegen muß.

Andere Ausführungsarten ergeben sich aus Bild 274 und 274a durch Tausch von Drehpaaren gegen Schiebepaare und Zweigelenkgliedern gegen Kurvenpaare.

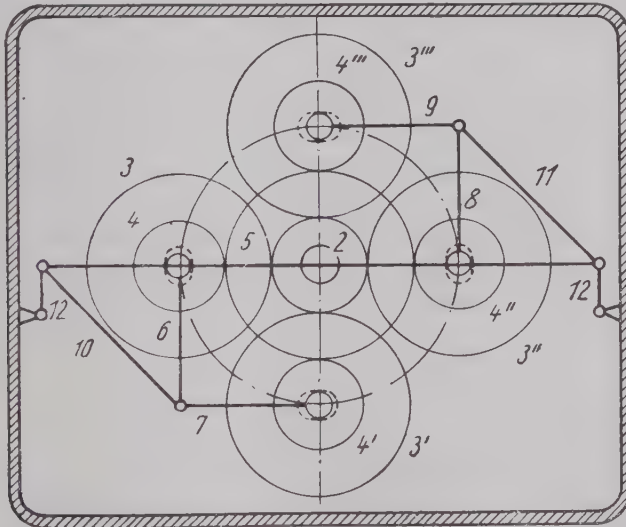


Bild 278. Gleichachsiges Stirnradstandgetriebe mit vier Vorgelegewellen und Kraftausgleich

Um zu weiteren Möglichkeiten des Kraftausgleiches zu gelangen, kann man nach Bild 274b zwei Dreigelenkglieder als Stegglieder wählen und wird mit Hilfe der Gleichungen des Zahlenaufbaues als weitere nötige Ergänzungsglieder die Zweigelenkglieder 6, 7, 8 finden. Der Tausch der Ergänzungsglieder untereinander führt zu den Anordnungen Bild 274c–f und die Einführung von Schiebepaaren und Kurvenpaaren zu weiteren Ausführungsmöglichkeiten. Bild 276 zeigt ein Getriebe aus Bild 274b, Bild 277 ein Getriebe aus Bild 274e.

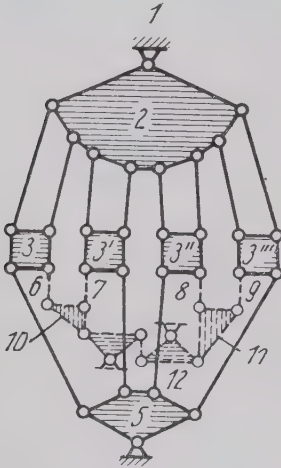


Bild 279. Mechanismus mit Ergänzungsgliedern zu Bild 278

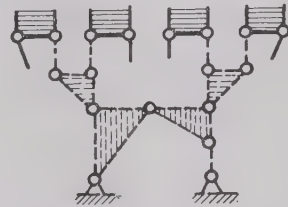


Bild 279a. Andere Anordnung der Ergänzungsglieder

Um einen Kraftausgleich bei vier Vorgelegewellen Bild 278 und dadurch ein Getriebe mit geringem Raumbedarf zu erhalten, zeichnet man wieder den Teil des Mechanismus nach Bild 279, der bekannt ist, und ergänzt ihn mit Hilfe der Gleichungen des Zahlenaufbaues z. B. durch die gestrichelt eingezeichneten Glieder. Andere Gliederanordnungen z. B. nach Bild 279a und Einführung von Schiebepaaren und Kurvenpaaren ergibt zahlreiche Ausführungsmöglichkeiten. Bild 278 stellt ein aus Bild 279 entwickeltes Getriebe, Bild 280 ein solches aus Bild 279a mit Schiebepaaren dar.

57. Stirnradwechselgetriebe

a) Einfacher Übersetzungswechsel

Die Aufgabe, von einer Antriebswelle I mit der konstanten Drehzahl n eine Abtriebswelle II mit verschiedenen Drehzahlen n_1, n_2, n_3 usw. anzutreiben, wird bei seltenem Wechsel des Übersetzungsverhältnisses $i_1 = n/n_1$ auf $i_2 = n/n_2$ usw. am

einfachsten durch Aufsteckräder Bild 281 gelöst. Infolge des unveränderlichen Achsabstandes a der Wellen gilt für die Teilkreisradien der Räderpaare

$$a = r_1 + r_2 = r_3 + r_4 = r_5 + r_6 \text{ usw.}$$

Da man bequemer mit den Zähnezahlen statt der Radien rechnet, wird mit der bekannten Beziehung

$$2 r \pi = z \cdot t = z \cdot m \cdot \pi$$

mit t als Teilung und m als Modul

$$a = \frac{m_1}{2} (z_1 + z_2) = \frac{m_2}{2} (z_3 + z_4) = \frac{m_3}{2} (z_5 + z_6) \text{ usw.} \quad (61)$$

mit m_1, m_2, m_3 als Moduln der einzelnen Räderpaare. Meist wird $m_1 = m_2 = m_3$ ausgeführt, so daß

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4 = z_5 + z_6 \text{ usw.} \quad (62)$$

wird.

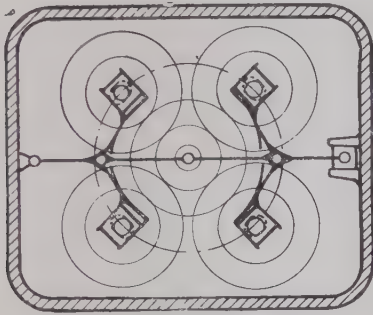


Bild 280. Getriebe aus Bild 279 a mit Schiebepaaren

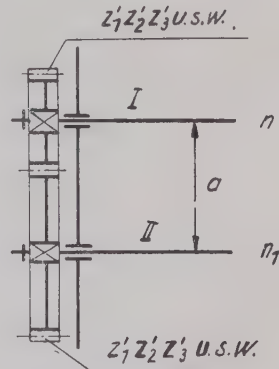


Bild 281. Aufsteckräderpaar

In Zukunft seien die Räder eines Räderpaares mit demselben Zeiger und eines der beiden zusammengehörenden Räder mit ' bezeichnet, so daß Gl. 62

$$z_1 + z'_1 = z_2 + z'_2 = z_3 + z'_3 \text{ usw.} \quad (63)$$

zu schreiben ist. Die Übersetzungen sind

$$i_1 = \frac{n}{n_1} = \frac{z'_1}{z_1}, i_2 = \frac{n}{n_2} = \frac{z'_2}{z_2}, i_3 = \frac{n}{n_3} = \frac{z'_3}{z_3}, i_x = \frac{n}{n_x} = \frac{z'_x}{z_x} \quad (64)$$

wobei die Räder mit den Zähnezahlen ohne Beistrich auf der Welle mit der Drehzahl n sitzen. Aus Gl. 63 wird hiermit

$$z_1 (1 + i_1) = z_2 (1 + i_2) = z_3 (1 + i_3) \dots = z_x (1 + i_x) \quad (65)$$

Im Werkzeugmaschinenbau werden die Drehzahlen wegen des gleichen Abfalles der Schnittgeschwindigkeit und der Möglichkeit der Erzeugung passender Drehzahlen durch Vervielfältigung häufig nach einer geometrischen Reihe

$$\begin{matrix} n_1 & n_2 & n_3 & n_4 & \dots & n_x \\ n_1 & n_1 \varphi & n_1 \varphi^2 & n_1 \varphi^3 & \dots & n_1 \varphi^{x-1} \end{matrix}$$

mit
$$\frac{n_x}{n_{x-1}} = \frac{n_1 \varphi^{x-1}}{n_1 \varphi^{x-2}} = \varphi \quad (66)$$

als Stufensprung abgestuft, der sich nach

$$n_1 \varphi^{x-1} = n_x \text{ aus } \varphi = \sqrt[x-1]{\frac{n_x}{n_1}} \quad (67)$$

berechnen läßt. Mit $n_x = n/i_x$ und $n_{x-1} = n/i_{x-1}$ ist auch

$$\varphi = \frac{i_{x-1}}{i_x} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{i_2}{i_3} = \frac{i_3}{i_4} \text{ usw.} \quad (68)$$

und aus Gl. 67

$$\varphi = \sqrt[x-1]{\frac{i_1}{i_x}}. \quad (69)$$

Damit ergibt sich als Reihe der Übersetzungen

$$\begin{array}{ccccccc} i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & \dots & i_x \\ i_1 & \frac{i_1}{\varphi} & \frac{i_1}{\varphi^2} & \frac{i_1}{\varphi^3} & \dots & \frac{i_1}{\varphi^{x-1}} \end{array}$$

Aus Gl. 65 erhält man hiermit

$$\frac{z_x}{z_1} = \frac{1 + i_1}{1 + \frac{i_1}{\varphi^{x-1}}} \quad (70)$$

wobei x der Zeiger des zu berechnenden Vorgeleges ist.

Genormt sind nach Din 323 die Stufensprünge

$$\begin{aligned} \varphi &= {}^{40}\sqrt{10} \approx {}^{12}\sqrt{2} \approx 1,06, \quad \varphi = {}^{20}\sqrt{10} \approx {}^6\sqrt{2} \approx 1,12, \\ \varphi &= {}^{10}\sqrt{10} \approx {}^3\sqrt{2} \approx 1,26, \quad \varphi^5 \sqrt{10} \approx 1,58, \quad \varphi = {}^2\sqrt{2} = 1,41, \quad \varphi = 2. \end{aligned}$$

Als Beispiel seien für Bild 281 bei der Übersetzung $i_1 = 1,5$ die Räderpaare für die Übersetzungen i_1, i_2, i_3, i_4 bei geometrischer Stufung mit dem Stufensprung $\varphi = 1,26$ berechnet. Mit $\varphi^2 = 1,585$ und $\varphi^3 = 1,995$ sind die Übersetzungen $i_1 = 1,5$, $i_2 = 1,19$, $i_3 = 0,946$, $i_4 = 0,752$ und nach Gl. 65

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{1 + i_1}{1 + i_2} = 1,141, \quad \frac{z_3}{z_1} = 1,286, \quad \frac{z_4}{z_1} = 1,426.$$

Zur Bestimmung passender Zähnezahlen zieht man im Diagramm Bild 282 die Geraden nach $\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{z_2}{z_1} = 1,141$ bzw. $\operatorname{tg} \beta_3 = \frac{z_3}{z_1}$ und $\operatorname{tg} \beta_4 = \frac{z_4}{z_1}$ und sucht durch Verfolgung einer der Linien die Stellen aus, an denen die drei Linien dieselbe Ordinate eines ganzzahligen Wertes z_1 in drei Punkten schneiden, die möglichst gut angenähert ganzzahlige Werte für z_2, z_3, z_4 ergeben. In Bild 282 findet man so $z_1 = 7$, $z_2 = 8$, $z_3 = 9$, $z_4 = 10$. Mit $i_1 = 1,5$ würde $z_1' = 7 \cdot 1,5 = 10,5$ werden. Wegen der notwendigen Ganzzahligkeit der Zähnerzahlen wird $z_1 = 14$, $z_2 = 16$, $z_3 = 18$, $z_4 = 20$ ausgeführt, womit $z_1' = 14 \cdot 1,5 = 21$ und $z_1 + z_1' = 35$ wird. Bei gleichem Modul für alle Wechselräderpaare ist nach Gl. 63 $z_2' = 19$, $z_3' = 17$, $z_4' = 15$.

Die wirklichen Übersetzungen werden $i_2 = \frac{19}{16}$, $i_3 = \frac{17}{18}$, $i_4 = \frac{15}{20}$ und damit die Faktoren der geometrischen Reihe nach

$$1 \quad 1,264 \quad 1,588 \quad 2,0$$

als praktisch gute Übereinstimmung mit den genauen Werten der geforderten geometrischen Reihe.

Die vier berechneten Räderpaare decken den Regelbereich

$$B = 2, \quad B = \frac{n_4}{n_1} = \frac{i_1}{i_4} = \varphi^{x-1} \quad (71)$$

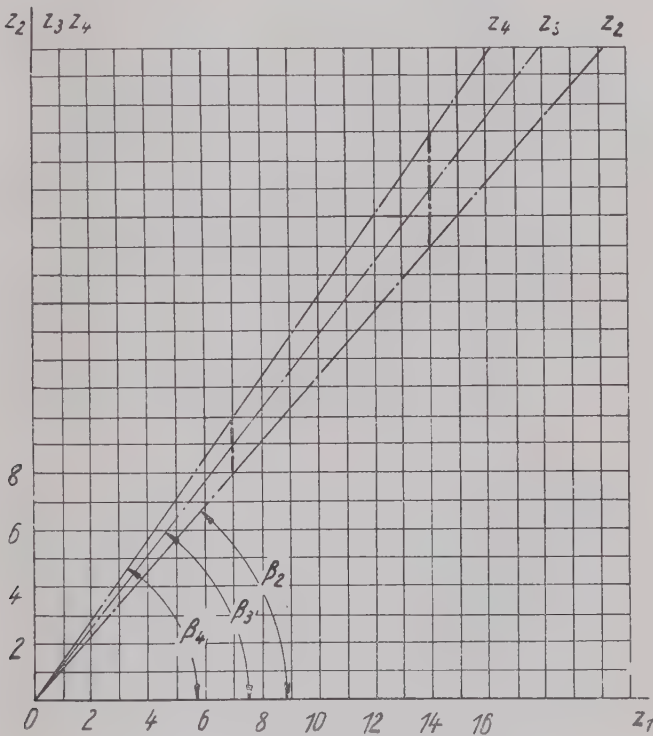


Bild 282. Bestimmung genauer Wechselräder

Bei der Wechselrädorscheere Bild 283 wird infolge des Zwischenrades der unveränderliche Abstand der An- und Abtriebswelle einflußlos, so daß bei Beibehaltung des Antriebsrades nur die Abtriebsräder zur Übersetzungsänderung ausgewechselt zu werden brauchen.

Ein schnellerer Übersetzungswechsel erlaubt das Ziehkeilgetriebe Bild 284, dessen Räder 1, 2, 3 usw. auf der Antriebswelle festgekeilt sind, während die Räder 1', 2', 3' usw. auf der Abtriebswelle lose laufen. Ein in der Welle verschiebbarer Keil

kuppelt eines der losen Räder, während alle übrigen Räder leer mitlaufen. Die Anordnung der festen Räder auf der Abtriebswelle würde für die meisten losen Räder eine mit erhöhten Reibungsverlusten verbundene Übersetzung ins Schnelle ergeben. Die Räder sind nach den oben angegebenen Gleichungen zu berechnen. Nachteile des Ziehkeilgetriebes sind die geringere Beanspruchbarkeit des Ziehkeiles, das Mitlaufen nicht gebrauchter Räder und die Baulänge des Getriebes.

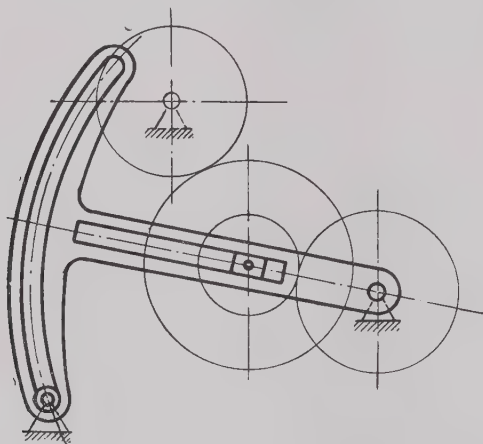


Bild 283. Wechselläderschere

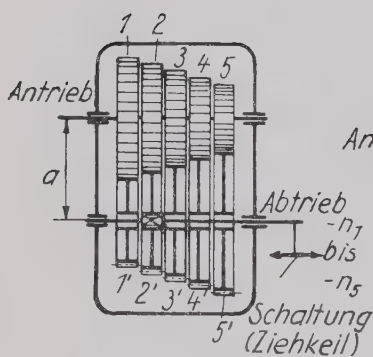


Bild 284. Ziehkeilgetriebe

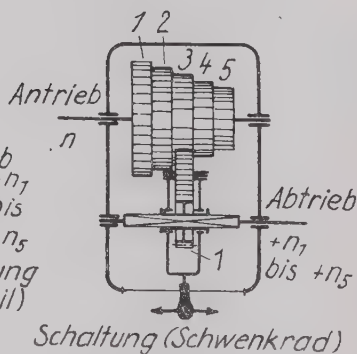


Bild 285. Nortongetriebe

Das ebenfalls nur für geringe Kraftübertragung (Vorschubgetriebe) verwendete Nortongetriebe Bild 285 spart gegenüber Bild 284 einige Räder und erlaubt eine vom Achsabstand unabhängige, freizügigere Bemessung der Zähnezahlen und feinere Abstufung. Die Abtriebsdrehrichtung ist dieselbe wie die Antriebsdrehrichtung, während sie beim Ziehkeilgetriebe entgegengesetzt ist. Die Drehrichtung ist so zu

wählen, daß das Zwischenrad durch die Umfangskräfte zwischen Schwenk- und Antriebsrad hineingezogen wird.

Die Berechnung eines Nortongetriebes bei $i_1 = 1,5$, Stufensprung $\varphi = 1,26$, $z_1' = 18$ ergibt nach Gl. 68

$$i_2 = \frac{i_1}{\varphi} = 1,19, \quad i_3 = \frac{i_1}{\varphi^2} = 0,946, \quad i_4 = 0,752, \quad i_5 = 0,377,$$

nach Gl. 71 den Regelbereich $B = \frac{i_1}{i_5} = \frac{n_5}{n_1} = 3,98$ und die Zähnezahlen $z_1 = \frac{z_1'}{i_1} = \frac{18}{1,5}$

$$= 12, \quad z_2 = \frac{z_1'}{i_2} = 15, \quad z_3 = 19, \quad z_4 = 24, \quad z_5 = 48.$$

b) Übersetzungswechsel durch Kupplungen und Schieberäder

Statt die Wechselräder Bild 281 bis auf das benötigte Paar wegzunehmen, kann man die auf den Wellen bleibenden Räderpaare durch Kupplungen Bild 286 oder Schieberäder Bild 287 wahlweise als arbeitende Räderpaare einschalten. Kupplungen werden zur Vermeidung von Übersetzungen ins Schnelle an den mitlaufenden Rädern meist auf der Antriebswelle angeordnet. Das Mitlaufen nicht arbeitender Räder wird bei Schieberädern, von denen höchstens drei einen Block bilden können, vermieden. Die Abstände der festen Räder gegeneinander müssen so groß sein, daß zwei feste Räder nicht gleichzeitig gekuppelt sein können.

Für die Berechnung der Zähnezahlen gelten Gl. 61—71.

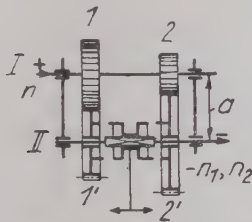


Bild 286. Zweiwellengetriebe mit Kupplungen

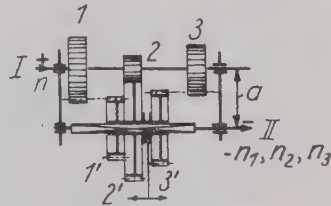


Bild 287. Zweiwellengetriebe mit Schieberädern

Beim Getriebe Bild 288 kann die Welle II von der Welle I über eines der drei Räderpaare *A*, *B*, *C* oder über drei kombinierte Räderpaare angetrieben werden. Die Schaltung könnte die Reihenfolgen *ABC*, *BCA*, *CAB* haben, die den Energiefluß von der An- zur Abtriebswelle darstellen. Es ist jedoch nur die Schaltung *ABC* möglich, weil in den beiden anderen Fällen das eine oder andere Rad des Räderpaares *B* fest mit der Welle verbunden sein muß, während gleichzeitig zwei Räder der Paare *A* und *C* unmittelbar miteinander zu verbinden sind, was nicht ausführbar ist. Mit den drei Räderpaaren sind demnach nur die vier Schaltungen *A*, *B*, *C*, *ABC*

möglich. Bei Schluß der Klauenkupplung K_I und K_{II} treibt das Räderpaar A , bei Schluß der Kupplung K_I und K_{II} das Räderpaar B und bei Kupplung durch K_I , K_3' das Räderpaar C . Durch Kuppeln von K_I und K_3' sind die drei Räderpaare hintereinander geschaltet. Die Übersetzungen sind mit

$$i_1 = z_1'/z_1, \quad i_2 = z_2'/z_2 \text{ usw.}$$

Schaltung	A	B	C	ABC
$i =$	$i_a = i_1$	$i_{b_2} = \frac{1}{i_2}$	$i_c = i_3$	$i_d = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3$
geometrisch gestuft	i_1	$\frac{i_1}{\varphi}$	$\frac{i_1}{\varphi^3}$	$\frac{i_1}{\varphi^2}$

i_c ist hier die vierte Stufe, weil bei i_d wegen $i_2 = i_1 \cdot \varphi$ die Potenz des Stufen-sprunges um eins erniedrigt wird. Die Berechnung der Zähnezahlen ist wie früher bei Bild 281 vorzunehmen.

Die Schalthebel werden beim Getriebe Bild 288 nicht gegenseitig verriegelt, weil zum Bruch führende Schaltungen unmöglich sind.

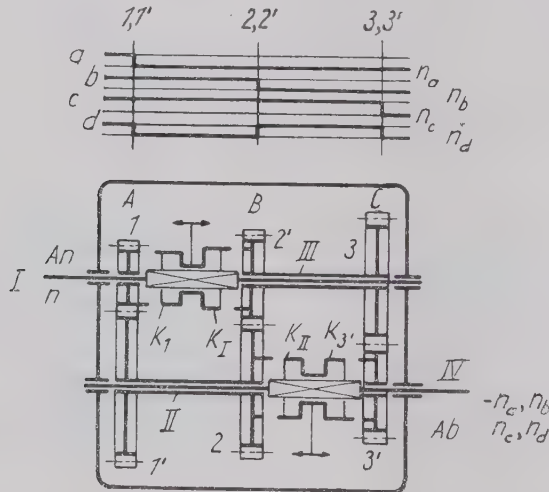


Bild 288. Vierwellengetriebe mit Doppelkupplungen
(vergl. Bild 294)

Die Schließung der Kupplung K_I bedeutet einen Überschuß und dadurch Sperrung des Getriebes, weshalb zur Erhaltung des Freiheitsgrades durch eine zweite Kupplung K_1 oder ein Schieberad statt eines festen Rades der verlorengegangene Freiheitsgrad wieder hergestellt werden muß. In einem Getriebe mit x Kupplungen

fluchtende Wellenpaare sind weiter x Kupplungen zwischen Rädern und Wellen vorzusehen, um beim Schließen einer Wellenkupplung durch Öffnen einer Rad-Kupplung den Freiheitsgrad 1 aufrechterhalten zu können.

Ein Getriebe mit gleichachsigem An- und Abtrieb wie in Bild 289 verlangt eine gerade Wellenzahl und eine gerade Zahl Räderpaare. Bei fünf Wellen (Bild 290) können die Wellenpaare I—III, II—IV, III—V gleichachsig gelegt und somit drei Wellenkupplungen K_I , K_{II} , K_{III} angeordnet werden, die drei Radkupplungen z. B. K_1 , K_2 , K_3' verlangen.

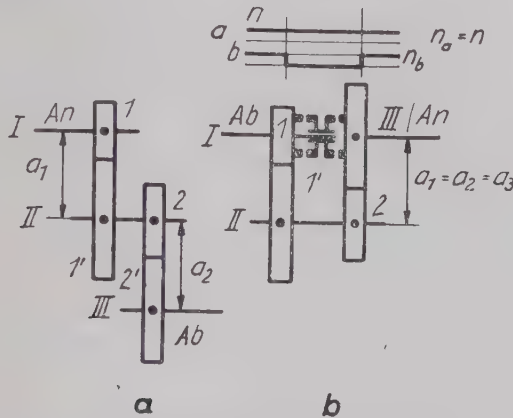


Bild 289. Dreiwellengetriebe, direkter Gang durch fluchtende An- und Abtriebswelle

Bei der ursprünglichen nichtgleichachsigen Wellenanordnung Bild 289 a und den Wellen (III), (IV), (V) Bild 290 verlangt der Freiheitsgrad 1 die durch schwarze Punkte angedeutete feste Befestigung der Räder auf den Wellen. Zur Vermeidung der Doppelverbindung sind die kuppelbaren Räder freizumachen. Das Getriebe enthält daher so viel lose Räder wie Radkupplungen oder Wellenkupplungen vorhanden sind, in Bild 289 b eines, in Bild 290 drei lose Räder.

Der Freiheitsgrad 1 bedingt, daß höchstens drei Kupplungen gleichzeitig eingeschaltet sind. Sind weniger Kupplungen eingeschaltet, so ist ein Teil des Getriebes frei beweglich. Im Getriebe Bild 290 ist z. B. die Welle II frei beweglich, wenn die Kupplungen K_I , K_{III} geschlossen und die übrigen offen sind. Wird auch K_2 geschlossen, so ist die freie Beweglichkeit aufgehoben, jedoch Leerlauf der Wellen II und IV vorhanden, die zwar zwangsläufig bewegt werden, an der Energieübertragung zwischen Welle I und V aber nicht teilnehmen.

Die Verteilung der Radkupplungen im Getriebe ist beliebig mit der Einschränkung, daß zwischen zwei Räderpaaren, zwischen denen eine Wellenkupplung liegt, auch eine Radkupplung liegen muß, damit der zwischen zwei Räderpaaren durch die Wellenkupplung hergestellte Überschuß durch Lösung der Radkupplung wieder

aufgehoben werden kann. Daher liegen in Bild 290 in jedem durch zwei Räderpaare dargestellten Getriebeabschnitt zwei Kupplungen, die innerhalb des Abschnittes beliebig verteilt werden und dabei zwei Einzel- oder eine Doppelkupplung bilden können.

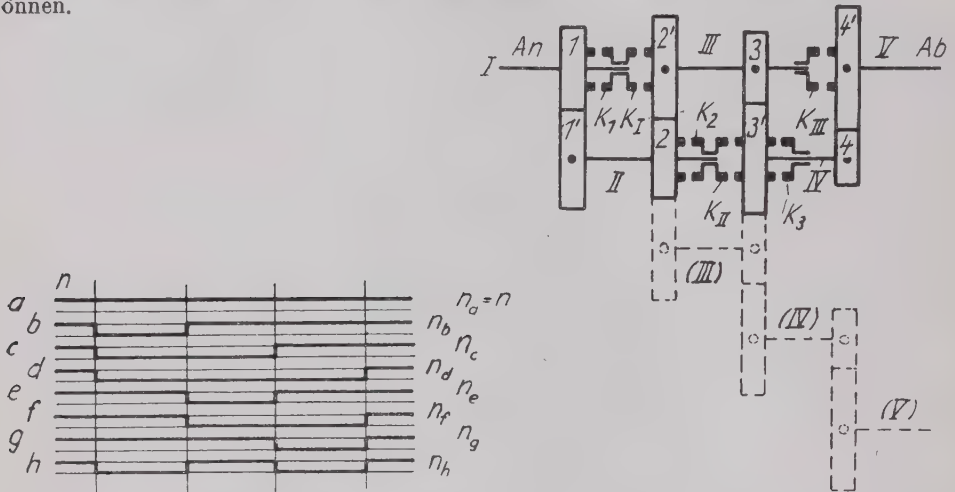


Bild 290. Fünfwellengetriebe mit acht Schaltungen

Die Möglichkeiten der Hintereinanderschaltung von Räderpaaren, von denen immer das näher zur Antriebswelle I liegende das treibende ist, lassen sich aus Bild 290 ablesen und bilden mit $i_1 = z_1'/z_1$, $i_2 = z_2'/z_2$ usw. die Übersetzungen

$$\begin{aligned}
 i_a &= 1 = \frac{n}{n_a} \\
 i_b &= i_1 \cdot i_2 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_2'}{z_2} = \frac{n}{n_b}, \quad i_c = \frac{i_1}{i_3} = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_3'} = \frac{n}{n_c}, \quad i_d = i_1 \cdot i_4 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_d} \\
 i_e &= \frac{1}{i_2 \cdot i_3} = \frac{z_2}{z_2'} \cdot \frac{z_3}{z_3'} = \frac{n}{n_e}, \quad i_f = \frac{i_4}{i_2} = \frac{z_2}{z_2'} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_f}, \quad i_g = i_3 \cdot i_4 = \frac{z_3'}{z_3} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_g}, \\
 i_h &= i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot i_4 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_3'}{z_3} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_h}.
 \end{aligned} \tag{72}$$

Der Berechnung der Zähnezahlen ist wegen der gleichen Achsabstände Gl. 63 oder 65 zugrunde zu legen. Außerdem können außer $n = n_a$ drei beliebige Abtriebsdrehzahlen z. B. n_b , n_c , n_d gegeben sein, womit die Übersetzungen i_b , i_c , i_d bestimmt sind. Mit diesen drei Übersetzungen lassen sich die übrigen nach obigen Gleichungen zurückführen auf die Formen

$$i_e = \frac{i_c}{i_b}, \quad i_f = \frac{i_d}{i_b}, \quad i_g = \frac{i_d}{i_c}, \quad i_h = \frac{i_b \cdot i_d}{i_c}. \tag{73}$$

Da vier Einzelübersetzungen i_1 bis i_4 für drei gegebene Bestimmungsstücke i_b, i_c, i_d festzulegen sind, kann eine, z. B. i_1 , beliebig gewählt werden. Für die übrigen erhält man damit

$$i_2 = \frac{i_b}{i_1}, i_3 = \frac{i_1}{i_c}, i_4 = \frac{i_d}{i_1} \quad (74)$$

Für den Fall, daß eine geometrische Progression der Übersetzungen i_a bis i_h gefordert wird nach

$$\begin{array}{cccccccc} i_a & i_b & i_c & i_d & i_e & i_f & i_g & i_h \\ 1 & \frac{1}{\varphi^b} & \frac{1}{\varphi^c} & \frac{1}{\varphi^d} & \frac{1}{\varphi^e} & \frac{1}{\varphi^f} & \frac{1}{\varphi^g} & \frac{1}{\varphi^h} \end{array}$$

worin b bis h die Zahlen 1 bis 7 darstellen, hat man nach Gl. 73 $i_e = \frac{\varphi^b}{\varphi^c} = \frac{1}{\varphi^{c-b}}$ $e = c - b$, entsprechend $f = d - b$, $g = d - c$, $h = b + d - c$. Die Summe der Exponenten ist mit $h = 7$

$$b + c + d + c - b + d - b + d - c + b + d - c = 28 = 4d, \text{ d. h. } d = 7.$$

Hiermit läßt sich leicht ausrechnen, daß folgende Exponentenreihen möglich sind

Tafel I

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>b</i>	1	1	2	2	4	4
<i>c</i>	3	5	3	6	5	6
<i>d</i>	7	7	7	7	7	7
$e = c - b$	2	4	1	4	1	2
$f = d - b$	6	6	5	5	3	3
$g = d - c$	4	2	4	1	2	1
$h = b + d - c$	5	3	6	3	6	5

Mit den Exponenten einer der Reihen *A* bis *F* sind für den geforderten Stufenprung φ die Übersetzungen i_b bis i_h bestimmbar. Aus Gl. 74 werden hiermit die Übersetzungen der Räderpaare und mit Gl. 65 die Zähnezahlen ermittelt.

Die Anordnungen der Kupplungen Bild 290 spielen für die Herstellung der Übersetzung keine Rolle.

Eine andere Aufbauart eines Dreiwellegentriebes nach Bild 291 wird aus Bild 289 durch Parallelschaltung eines zweiten Räderpaares zwischen die Wellen I und II hergestellt. Die Gleichachsigkeit der Welle III mit Welle I ergibt gegenüber der Lage III eine dritte Übersetzung, d. h. den direkten Gang des Kraftwagengetriebes. Zur Berechnung hat man bei geometrischer Stufung das Schema

$$\begin{array}{ccc} n = n_a & n_b & n_c \\ i_a & i_b & i_c \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varphi & \varphi_2 \end{array}$$

und nach Wahl von z. B. $i_1 = \frac{z_1'}{z_1}$ aus $i_b = i_1 \cdot i_3 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_3'}{z_3}$ und $i_c = i_2 \cdot i_3 = \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_3'}{z_3}$ die Übersetzungen $i_3 = \frac{i_b}{i_1}$, $i_2 = \frac{i_c}{i_b} \cdot i_1$ auszurechnen.

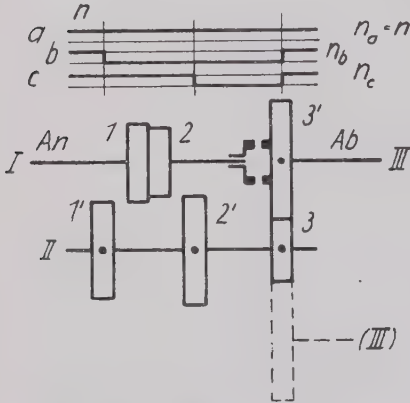


Bild 291. Dreiwellengetriebe mit Schieberäderpaar

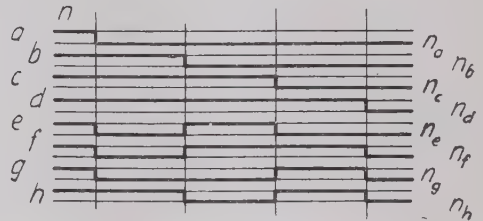


Bild 292. Schaltplan zu Getriebe Bild 290 mit Welle IV als Abtriebswelle

Beim Getriebe Bild 290 kann unter Vorsicht auf die Gleichachsigkeit von An- und Abtrieb statt der Welle V die Welle IV zur Abtriebswelle gemacht werden, wobei der zugehörige Schaltplan nach Bild 292 verläuft. Die Übersetzungen sind hier

$$i_a = i_1 = \frac{z_1'}{z_1} = \frac{n}{n_a}, \quad i_b = \frac{1}{z_2} = \frac{z_2'}{z_2} = \frac{n}{n_b}, \quad i_c = i_3 = \frac{z_3'}{z_3} = \frac{n}{n_c}, \quad i_d = \frac{1}{z_4} = \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_d},$$

$$i_e = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_3'}{z_3} = \frac{n}{n_e},$$

$$i_f = \frac{i_1 \cdot i_2}{i_4} = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_f}, \quad i_g = \frac{i_1}{i_3 \cdot i_4} = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_3'}{z_3} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_g},$$

$$i_h = \frac{1}{i_2 \cdot i_3 \cdot i_4} = \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_3'}{z_3} \cdot \frac{z_4'}{z_4} = \frac{n}{n_h}.$$

Für geometrische Stufung seien a bis h die Zahlen 0 bis 7. Wählt man $a = 0$, so gelten für b bis h die Werte der Tafel I, aus denen für den Stufensprung φ die Übersetzungen i_b bis i_h und schließlich aus den obigen Übersetzungsgleichungen die Übersetzungen i_1 bis i_4 der Räderpaare zu ermitteln sind. Zur Herstellung anderer Getriebe wird statt a ein anderer Exponent null gesetzt und dessen Wert aus Tafel I für a genommen. Weitere Getriebeausführungen erhält man durch Erhöhung oder Erniedrigung sämtlicher Exponenten um dieselbe Zahl, wobei der Stufensprung erhalten bleibt. Bei Getrieben mit direktem Gang ist dieses Verfahren nicht mög-

lich. Da hierdurch die Verhältnisse $\frac{n}{n_a}$ usw. geändert werden, wäre zu ihrer Auf-

rechterhaltung ein entsprechendes Räderpaar dem Getriebe vor- oder nachzuschalten.

Ein auch in Fahrzeugen verwendetes Dreiwellengetriebe, bei dem die vier Räderpaare nur für vier Übersetzungen verwendet werden, zeigt Bild 293, bei dem immer nur eine Kupplung geschlossen sein darf. Außer der Berücksichtigung von Gl. 65 verlangt eine geometrische Abstufung $i_a = 1$ und für die Exponenten b, c, d die beliebige Wahl aus den Werten 1, 2, 3. Nach der Berechnung von $i_b = \frac{1}{\varphi^b}$ usw. sind wegen $i_b = i_1 \cdot i_2$, $i_c = i_1 \cdot i_3$, $i_d = i_1 \cdot i_4$ nach der Wahl von i_1 die übrigen Übersetzungen nach $i_2 = i_b/i_1$, $i_3 = i_c/i_1$, $i_4 = i_d/i_1$ zu berechnen.

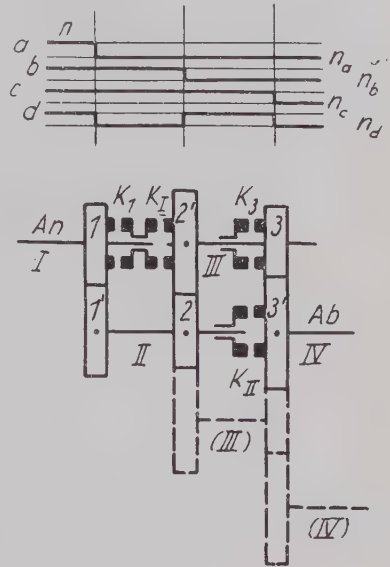


Bild 294. Dreiwellengetriebe mit drei Räderpaaren

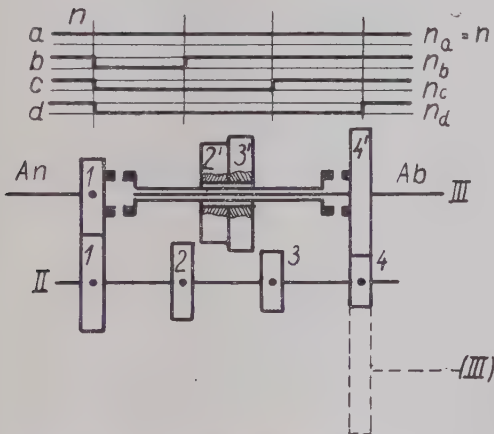


Bild 293. Dreiwellenfahrzeuggetriebe mit vier Räderpaaren

d) Vierwellengetriebe

Durch Zusammenlegung von Wellenachsen entsteht aus dem gewöhnlichen Vierwellengetriebe Bild 294 ein Getriebe mit nicht fluchtendem An- und Abtrieb, bei dem die Welle I mit III und II mit IV durch Wellenkupplungen K_I , K_{II} gekuppelt werden können und so im ganzen vier Schaltmöglichkeiten entstehen. Zur Erhaltung des Freiheitsgrades verlangen die beiden Wellenkupplungen zwei Radkupplungen z. B. K_1 , K_3 und diese wieder die Freimachung der mit ihnen zu kuppelnden Räder 1, 3.

Für die Getriebeberechnung bei geometrischer Abstufung hat man

$$i_a = \frac{1}{\varphi^a} = i_1, \quad i_b = \frac{1}{\varphi^b} = \frac{1}{i_2}, \quad i_c = \frac{1}{\varphi^c} = i_3, \quad i_d = \frac{1}{\varphi^d} = \frac{i_1 \cdot i_3}{i_2}, \quad \text{soda\ss} \quad i_d = \frac{i_1 \cdot i_3}{i_2} = i_a \cdot i_b \cdot i_c$$

ist und nach $\frac{1}{\varphi^d} = \frac{1}{\varphi^{a+b+c}} d = a + b + c$ wird. Setzt man, weil der Beginn der geometrischen Reihe beliebig ist, vorläufig $a = 0$, so müssen die übrigen Exponenten die Werte 1, 2, 3 haben, also $b + c + d = 6$ sein, während $d = b + c$ ist und somit $d = 3$ wird. Es ist nun b oder c gleich 1 bzw. 2 zu machen. Da $a = 0$

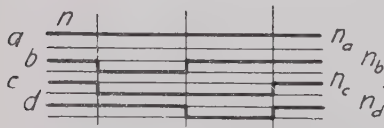


Bild 295. Schaltplan für Getriebe
Bild 294 bei Abtrieb an Rad 3

nicht ausführbar ist, werden sämtliche Exponenten um dieselbe ganze Zahl verändert. Diese Zahl ist der aus n/n_a zu bestimmende Exponent a .

Statt der Welle IV kann am Getriebe Bild 294 auch Rad 3 z. B. mit einer Hohlwelle als Abtriebswelle benützt werden, wobei sich der Schaltplan nach Bild 295 ergibt. Hier ist

$$i_a = 1, \quad a = 0, \quad i_b = \frac{1}{\varphi^b} = i_1 \cdot i_2, \quad i_c = \frac{1}{\varphi^c} = \frac{i_1}{i_3}, \quad i_d = \frac{1}{\varphi^d} = \frac{1}{i_2} \cdot \frac{1}{i_3}, \quad \text{daher} \quad i_d = \frac{i_c}{i_b} = \frac{1}{\varphi^d} = \frac{\varphi^b}{\varphi^c}$$

und somit $d = c - b$. Da $b + c + d = 6$ ist, wird aus beiden Gleichungen $c = 3$. b oder d erhalten demnach den Wert 1 bzw. 2.

e) Vervielfältigung

Durch Hintereinanderschaltung von Wechselradgetrieben wie in Bild 296 oder wie in Bild 297 angedeutet, wobei die Umformer U jede beliebige Art von Wechselgetrieben sein können, wird die Zahl der Übersetzungen vervielfacht nach der Beziehung

$$S = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3, \quad (75)$$

worin S die Zahl der Endstufen und x_1, x_2 usw. die Stufenzahl der Umformer 1, 2, 3 usw. ist. Das Schieberäderpaar 1, 2 Bild 296 ergibt mit den Rädern 1', 2' zwei Geschwindigkeitsstufen der Welle II, daher $x_1 = 2$. Beide Stufen können sowohl durch Räderpaar 3, 3' wie 4, 4' von Welle II auf Welle III übertragen und umgeformt werden, so daß vier Endstufen an Welle III vorhanden sind. Der aus Welle II und III und den Räderpaaren 3, 3' und 4, 4' bestehende Umformer 2 hat die Stufenzahl $x_2 = 2$ und bildet mit Umformer 1 nach

$$S = x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 2 = 4$$

die bereits festgestellte Endstufenzahl.

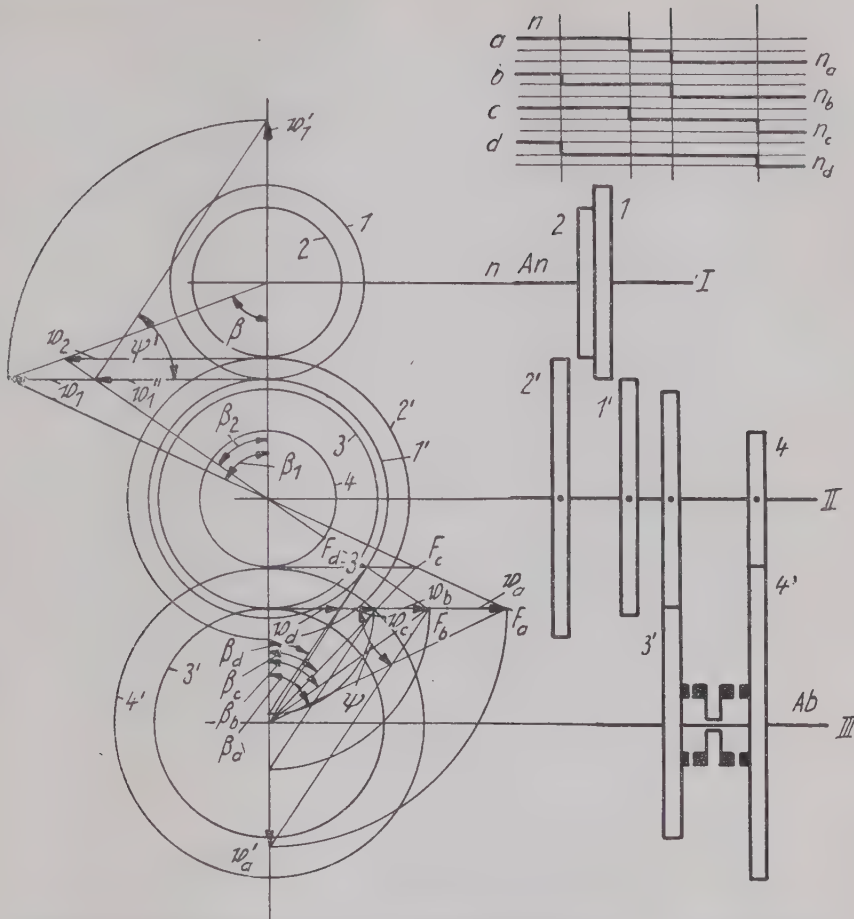


Bild 296. Zeichn. Ermittlung der Radgrößen bei gegebenen An- und Abtriebsdrehzahlen und Lagen der Wellen

Nach dem Schaltplan ist

$$i_a = \frac{n}{n_a} = i_1 \cdot i_3 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_3}, \quad i_b = \frac{n_b}{n_b} = i_2 \cdot i_3 = \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_3}$$

$$i_c = \frac{n}{n_c} = i_1 \cdot i_4 = \frac{z_1'}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_4}, \quad i_d = \frac{n}{n_d} = i_2 \cdot i_4 = \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_4}$$

und bei geometrischer Abstufung mit $\frac{n_d}{n_c} = \frac{n_c}{n_b} = \frac{n_b}{n_a} = \varphi$

$i_a = \frac{n}{n_a} = \frac{n}{n \cdot \varphi^a} = \frac{1}{\varphi^a}$, $i_b = \frac{n}{n \cdot \varphi^b} = \frac{1}{\varphi^b}$ usw. Nach $\frac{i_3}{i_4} = \frac{i_b}{i_d} = \frac{i_a}{i_c}$ ist $i_d = \frac{i_b \cdot i_c}{i_a}$, daher

$$\frac{1}{\varphi^d} = \frac{1}{\varphi^{b+c-a}} \quad \text{oder} \quad d = b + c - a.$$

Setzt man vorläufig $a=0$, so ist $b+c=d$ und bei drei Stufen

$$b+c+d=1+2+3=6,$$

also $d=3$, mithin c und b 1 oder 2.

Da a in Wirklichkeit den Wert a einer ganzen Zahl hat, ist z. B. $b=1+a$, $c=2+a$, $d=3+a$ zu machen, wobei a aus $\frac{n}{n_a} = \frac{1}{\varphi^a}$ zu bestimmen ist.

Die vier Radübersetzungen sind zu berechnen, z. B. nach

$$i_2 = \frac{i_b}{i_a} \cdot i_1, \quad i_3 = \frac{i_a}{i_1}, \quad i_4 = \frac{i_c}{i_1},$$

wenn i_1 als vierte Unbekannte bei drei Bestimmungsgleichungen beliebig angenommen wird.

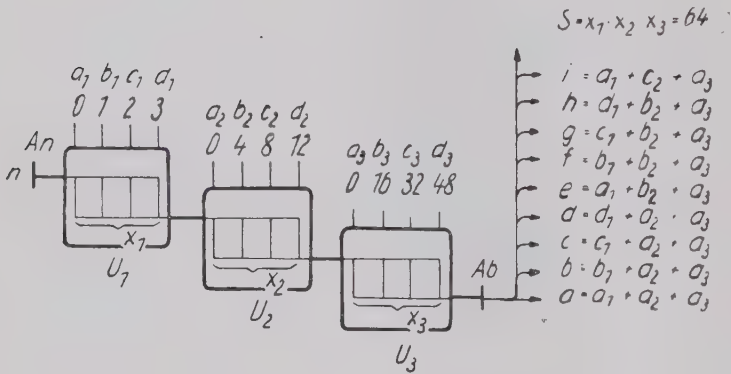


Bild 297. Schaltvervielfältigung durch Hintereinanderschaltung von Getrieben

Teilt man Getriebe mit dem Aufbau nach Bild 296 in Umformer wie in Bild 297 ein, so schreibt man zur Erleichterung der Berechnung an den Stufen der Umformer wie in Bild 297 die Exponenten a_1, b_1, c_1, d_1 , a_2, b_2, c_2, d_2 usw. an und bildet deren Summen a, b, c usw., womit nach

$$i_a = \frac{1}{\varphi^a} = \frac{1}{\varphi^{a_1+a_2+a_3}} = \frac{1}{\varphi^{a_1} \cdot \varphi^{a_2} \cdot \varphi^{a_3}} = i_{a_1} \cdot i_{a_2} \cdot i_{a_3}$$

usw. die Übersetzungen zu berechnen sind. Aus $i_a = \frac{n}{n_a} = \frac{1}{\varphi^a}$ ist $a = a_1 + a_2 + a_3$

zu berechnen, wonach zwei der Einzelexponenten des ersten Räderpaares beliebig angenommen werden können. Der einfacheren Übersicht wegen sei für Bild 297 $a = a_1 = a_2 = a_3 = 0$ angenommen und der Umformer U_1 nach dem Beginn der geometrischen Reihe abgestuft. Bei $x_1 = 4$ und $a_2 = a_3 = 0$ erhält man die ersten vier Stufen an der Abtriebswelle durch Schaltung von U_1 über die Räderpaare a_3

und a_3 . Zur Erreichung der nächsten vier Stufen sei U_1 über b_3 und a_3 geschaltet. Mit $a_1=0$ und $a_3=0$ muß als nächste Stufe nach 3 $b_2=4$ sein, womit $e=0+4+0$ wird. Die nächste Stufe wäre $f=b_1+b_2+a_3=1+4+0=5$ usw., worauf nach Durchschaltung der x_1 Stufen über b_2 und a_3 die Schaltung über $c_2 a_3$, dann über $d_2 a_3$, weiter über $a_2 b_3$, $b_2 b_3$, $c_2 b_3$, $d_3 b_3$, dann über $a_2 c_3$, $b_2 c_3$, $c_2 c_3$, $d_2 c_3$ und als letzte Reihe die Schaltung von U_1 über $a_2 d_3$ bis $d_2 d_3$ kommt. Der letzte Exponent ist $d_1+d_2+d_3$.

Nach Durchschaltung der x_1 Stufen von U_1 mit dem Exponenten $d_1=x_1-1$ kommt als nächster der Exponent b_2 , der deshalb $b_2=x_1$ sein muß. Nach $x_1 \cdot x_2$ Schaltungen über a_3 kommen die Schaltungen über b_3 . Da der letzte Exponent der $x_1 \cdot x_2$ Schaltungen wegen der Anfangszahl 0 $x_1 \cdot x_2 - 1$ ist, wird $b_3=x_1 \cdot x_2$. Es würde weiter $b_4=x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$, $b_5=x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ usw. sein. Nach Durchführung von x_1 Schaltungen über b_2 hat sich der Exponent der geometrischen Reihe um x_1 erhöht, so daß beim Schalten von b_3 auf c_2 der Exponent $c_2=b_2+x_1=2x_1$ sein muß. Entsprechend wird $d_2=c_2+x_1=3x_1$.

Bei der Schaltung von b_3 auf c_3 sind $x_1 \cdot x_2$ Schaltungen über b_3 vorangegangen, so daß $c_3=b_3+x_1 \cdot x_2=2x_1 x_2$ und entsprechend $d_3=3x_1 \cdot x_2$ wird.

Der Umformer U_2 ist nach den Exponenten 0 4 8 12 oder der Reihe $\varphi^0 \varphi^4 \varphi^8 \varphi^{12}$ abzustufen, die auch $\varphi^0 \varphi^4 \varphi^1 \varphi^4 \varphi^2 \varphi^4 \varphi^3 \varphi^4$ oder $\varphi^4 (\varphi^0 + \varphi^1 + \varphi^2 + \varphi^3)$ geschrieben werden kann und somit angibt, daß nach

$$i_{a_2} = \frac{1}{\varphi^{a_2}} = \frac{1}{\varphi^4 \cdot \varphi^0} = i_{II} \cdot i_{a_1}, \quad i_{b_2} = \frac{1}{\varphi^{b_2}} = \frac{1}{\varphi^4 \varphi^1} = i_{II} \cdot i_{b_1},$$

$$i_{c_2} = \frac{1}{\varphi^4 \varphi^2} = i_{II} \cdot i_{c_1}, \quad i_{d_2} = i_{II} \cdot i_{d_1}$$

für U_2 derselbe Umformer U_1 verwendet werden kann, wenn ihm ein Vorgelege $i_{II} = \frac{1}{\varphi^4} = \frac{1}{\varphi^{b_2}}$ vor- oder nachgeschaltet wird. Statt U_3 kann U_1 verwendet werden,

wenn $i_{III} = \frac{1}{\varphi^{16}} = \frac{1}{\varphi^{b_3}}$ gemacht wird. Da die Gesamtübersetzung z. B. $i_e = i_{a_1} \cdot i_{b_2} \cdot i_{a_3}$

ein Produkt ist, kann statt $i_e = i_{a_1} \cdot i_{II} \cdot i_{b_1} \cdot i_{a_3}$ auch $i_e = i_{II} (i_{a_1} \cdot i_{b_1} \cdot i_{a_3})$ oder $i_e = i_{II} \cdot i_{III} \cdot (i_{a_1} \cdot i_{b_1} \cdot i_{a_1})$ geschrieben werden, d. h. die Übersetzungen i_{II} , i_{III} können zusammen als Block vor oder nach den drei Umformern in das Getriebe eingebaut werden.

Für diesen Fall wird $n_{a_1} = i_a = i_{II} \cdot i_{III} \cdot i_{a_1} \cdot i_{a_1} \cdot i_{a_1}$, also $a = b_2 + b_3 + 3a_1 = x_1 + x_1 \cdot x_2 + 3a_1$, woraus a_1 zu berechnen ist.

f) Graphische Ermittlung geometrisch gestufter Getriebe

Das Verfahren zeichnerischer Getriebeermittlung sei am Getriebe (Bild 296) erläutert, dessen Wellenlagen I, II, III beliebig gewählt werden. Gegeben sind die An-

triebsdrehzahl n , die nach $\operatorname{tg} \beta = n$ durch den Winkel β , und die Abtriebsdrehzahl n_a , die nach $\operatorname{tg} \beta_a = n_a$ durch den Winkel β_a dargestellt wird. Es wird wie im *Kutzbach*-schen Geschwindigkeitsplan (Bild 229) entweder z. B. der Winkel β_1 oder der Teilkreis von Rad 1 gewählt, womit die Geschwindigkeit v_1 bekannt ist. Da sämtliche Drehzahlen geometrisch abzustufen sind, auch die den Winkeln β_1 und β_2 entsprechenden Drehzahlen n_1 und n_2 , gilt $\frac{n_1}{n_2} = \varphi = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{v_1}{v_1''}$. Daher dreht man v_1 nach v_1' und zeichnet den Winkel ψ aus $\operatorname{tg} \psi = \varphi$ mit φ als Stufensprung. Hierdurch wird v_1'' und damit β_2 bekannt, durch dessen Schenkelschnitt mit β_2 auch v_2 und damit Rad 2 und 2' bekannt werden. Beim Winkel β_1 soll die größte Abtriebsdrehzahl $n_a = \operatorname{tg} \beta_a$ entstehen, aus der β_a berechnet und an Welle III in derselben Drehrichtung wie β von der Getriebemittellinie aus abgetragen wird. Vom Schnittpunkt der Winkelschenkel fällt man das Lot auf die Mittellinie und findet hin durch Rad 3 und 3', sowie die Umfangsgeschwindigkeit v_a , die nun ebenfalls geometrisch mit dem Stufensprung φ zu teilen ist. Hierzu wird v_a nach v_a' gedreht und mit dem Winkel ψ v_b bestimmt. Die Fortsetzung des Verfahrens liefert v_c und v_d , womit die Winkel β_b , β_c , β_d bekannt sind. Der Schnitt des freien Schenkels von β_c mit dem Schenkel von β_1 ergibt die Räder 4 und 4'. Der Plan ist richtig, wenn die Schnittpunkte F_a und F_b auf demselben Lot liegen und ebenso die Punkte F_c und F_d . Die Linienzüge des Geschwindigkeitsplanes zeigen die bei den verschiedenen Drehzahlen zusammenarbeitenden Räder an und ergeben damit den Schaltplan.

Der Vorteil der zeichnerischen Getriebeermittlung liegt außer in der Durchsichtigkeit des Verfahrens und der Kontrollmöglichkeit mit Hilfe der Punkte F darin, daß zum Unterschied von der Rechnung die Radabmessungen schon beim Entwurf bekannt werden.

g) Gebundene Getriebe

Im Getriebe (Bild 298) ist gegenüber Bild 296 dadurch ein Zahnrad gespart, daß in das Rad 1 zwei Räder eingreifen. Die Getriebeberechnung ist dadurch an eine weitere Bedingung gegenüber dem Getriebe (Bild 296) gebunden, weshalb das Getriebe (Bild 298) ein einfach gebundenes heißt. Sind zwei Räder wie Rad 1 vorhanden, in die zwei andere Räder eingreifen, so hat man ein zweifach gebundenes Getriebe. Mehr Bindungen sind bei der Forderung geometrischer Abstufung nicht möglich.

Das Getriebe (Bild 298) sei zunächst mit dem Geschwindigkeitsplan entworfen, wozu an Welle III aus $n_a = \operatorname{tg} \beta_a$ der Winkel β_a abgetragen, eine beliebige Senkrechte g zu m gewählt und von ihrem Schnittpunkt S_a mit dem Schenkel von β_a die geometrische Einteilung mit dem Stufensprung $\varphi = \operatorname{tg} \psi$ durch Abtragung des Winkels ψ begonnen wird. Durch die Teilpunkte S_a bis S_d sind von Welle III

aus die Strahlen zu ziehen und z. B. Rad 1' durch den Teilkreisberührungspunkt P_{11}'' zu wählen und in P_{11}'' die Senkrechte auf m zu errichten, die die Schnittpunkte F_a, F_b angibt. Man kann nun entsprechend der gewünschten höchsten Drehzahl der Welle II den Winkel β oder den Achsabstand II III wählen, zieht von F_a und F_b die Strahlen durch II und errichtet dann in P_{11}'' die Senkrechte zu m ,

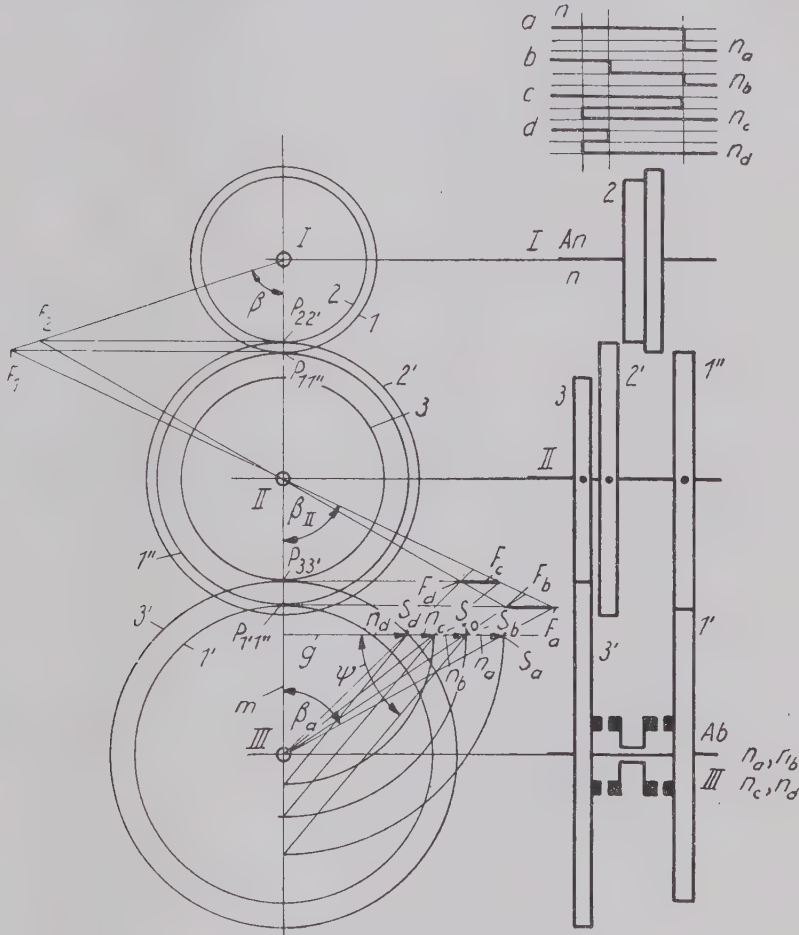


Bild 298. Einfach gebundenes Getriebe

die F_1 ergibt. Durch F_1 wird die Gerade unter dem Winkel β aus $n = \tan \beta$ gezogen, die m in I schneidet und damit die Welle I und die Größe von Rad 1 angibt. Vom Schnittpunkt F_2 fällt man das Lot auf m und hat damit Rad 2 und 2'. Die Senkrechte zu m durch die Punkte F_c, F_d ergibt die Räder 3 und 3'.

Aus dem Geschwindigkeitsplan ergibt sich durch Verfolgung des Linienzuges $I F_1 II F_a III$ und $I F_2 II F_b III$ bzw. F_c und F_d statt F_a und F_b , wie die Räder im Lageplan anzuordnen sind, und wie der Schaltplan sein muß.

Für die Berechnung liest man aus dem Geschwindigkeitsplan ab

$$n \cdot \frac{z_1}{z_1'} = n_a, \quad n \cdot \frac{z_1}{z_1''} \cdot \frac{z_3}{z_3'} = n_c, \quad n \cdot \frac{z_2}{z_2'} \cdot \frac{z_1''}{z_1'} = n_b, \quad n \cdot \frac{z_2}{z_2'} \cdot \frac{z_3}{z_3''} = n_d.$$

Ferner ist $z_1 + z_1'' = z_2 + z_2'$, $z_1'' + z_1' = z_3 + z_3'$ und $n_b = \frac{n_a}{\varphi}$, $n_c = \frac{n_a}{\varphi^2}$, $n_d = \frac{n_a}{\varphi^3}$.

Entsprechend der Durchführung des Geschwindigkeitsplanes können zwei Größen angenommen werden, z. B. z_1 und z_1'' . Hierfür ergibt sich aus den obigen Ansätzen

$$z_1' = z_1 \cdot \frac{n}{n_a}; \quad z_1 + z_1'' = z_2 \left(1 + \frac{z_2'}{z_2} \right) = z_2 \left(1 + \frac{n}{n_b} \cdot \frac{z_1''}{z_1'} \right), \quad z_2 = \frac{z_1 + z_1''}{1 + \varphi \frac{z_1''}{z_1}};$$

$$z_2' = \frac{n}{n_a} \cdot \varphi \frac{z_1''}{z_1} \cdot z_2; \quad z_3 = \frac{z_1 \frac{n}{n_a} + z_1''}{1 + \frac{n}{n_a} \varphi^2 \frac{z_1''}{z_1}}; \quad z_3' = z_3 \cdot \frac{z_1}{z_1''} \cdot \frac{n}{n_a} \cdot \varphi^2.$$

Von den beim Getriebe (Bild 298) angenommenen beiden Größen z_1 und z_1'' ist eine die Maßstabsgröße, während die andere zur Erfüllung einer weiteren Bedingung herangezogen werden kann. Diese Bedingung soll darin bestehen, daß Rad 2' und 3 gleich groß werden, wodurch das zweimal gebundene Getriebe (Bild 299) entsteht.

Das Getriebe sei zunächst mit Hilfe des Geschwindigkeitsplanes entworfen, wozu an der Mittellinie m bei Welle III aus $\operatorname{tg} \beta_a = n_a$ der Winkel β_a abgetragen, die Senkrechte g zu m beliebig gewählt und n_a durch Winkel ψ aus $\varphi = \operatorname{tg} \psi$ geometrisch in die Strecken n_b, n_c, n_d unterteilt wird. Nach Wahl von z. B. Rad 2' werden von zwei Schnittpunkten der Senkrechten auf m in $P_{2'2''}$ mit den von III aus durch die geometrischen Teilpunkte auf g gezogenen Strahlen z. B. die Punkte F_a und F_c bei $n > n_a$ als Ausgangspunkte zweier Strahlen durch eine vorläufig beliebige Wellenlage II benützt und hierdurch die Schnittpunkte F_b, F_d gefunden, deren Lot auf m den Teilkreisberührungspunkt $P_{1'1''}$ und damit die Räder 1', 1'' ergibt. Nach Zeichnen der Räder 1'', 2'' findet man durch die Senkrechten in $P_{1'1''}, P_{2'2''}$ auf m die Schnittpunkte F_1, F_2 und durch deren Verbindungsgerade als ihren Schnittpunkt mit m die Welle I. Nach $n = \operatorname{tg} \beta$ gibt der gefundene Winkel β die Drehzahl n an, die wegen der beliebigen Wahl der Welle II nicht der geforderten Drehzahl entsprechen wird. Durch Abtragen der für verschiedene Annahmen von II gefundenen Drehzahlen n in Abhängigkeit von diesen Annahmen läßt sich die richtige Lage II bestimmen.

Der Entwurf mit dem Geschwindigkeitsplan ergibt auch den Lageplan und der Verlauf der Linienzüge $I F_1 II F_a III$, $I F_1 II F_b III$, $I F_2 II F_c III$, $I F_2 II F_d III$ den Schaltplan.

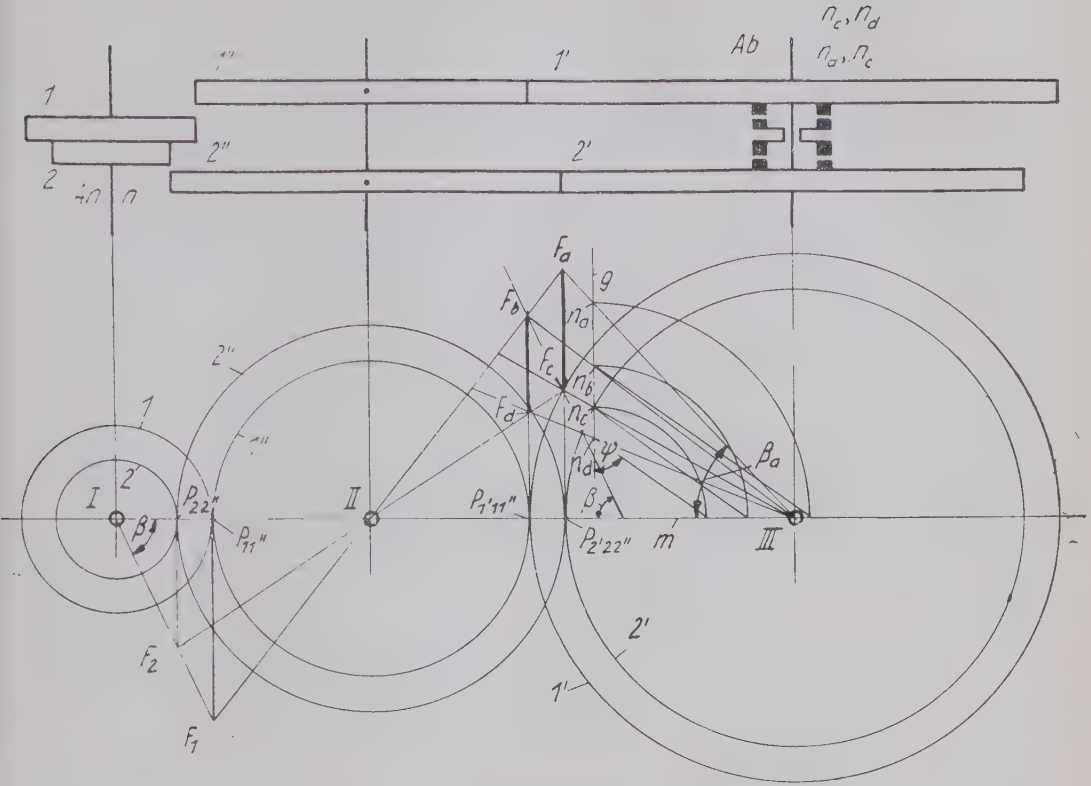


Bild 299. Zweifach gebundenes Getriebe

Für die Berechnung der Zähnezahlen hat man bei gegebenen Drehzahlen n , n_a und Stufensprung φ mit $n_b = \frac{n_a}{\varphi}$, $n_c = \frac{n_a}{\varphi^2}$, $n_d = \frac{n_a}{\varphi^3}$ aus Bild 299

$z_1 + z_1'' = z_2' + z_2''$, $z_1' + z_1'' = z_2' + z_2''$, ferner entsprechend dem Schalt-

$$\text{plan} \quad n \cdot \frac{z_1}{z_1''} \cdot \frac{z_2''}{z_2'} = n_a, \quad n \cdot \frac{z_1}{z_1'} = n_b, \quad n \cdot \frac{z_2}{z_2'} = n_c, \quad n \cdot \frac{z_2}{z_2''} \cdot \frac{z_1''}{z_1'} = n_d$$

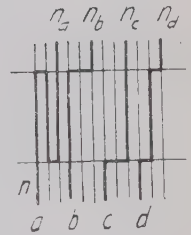
und daher, wenn z_1 angenommen wird,

$$z_1' = \frac{n}{n_a} z_1, \quad \text{aus } z_1 - z_1' = z_2 - z_2' \text{ oder } z_1 \left(1 - \frac{z_1'}{z_1}\right) = z_2 \left(1 - \frac{z_2'}{z_2}\right)$$

$$z_2 = \frac{n_a - n \cdot \varphi}{n_a - n \varphi^2} \cdot z_1, \quad z_2' = \frac{n}{n_a} \cdot \varphi^2 \cdot z_2, \quad \text{aus } 2(z_1'' - z_2'') = z_2 + z_2' - z_1 - z_1' =$$

$$= z_2 \left(1 + \frac{z_2'}{z_2}\right) - z_1 \left(1 + \frac{z_1'}{z_1}\right)$$

$$z_1'' = z_1 \cdot \frac{n \cdot \varphi}{n \varphi^2 - n_a (\varphi + 1)}, \quad z_2'' = z_2 \cdot \frac{n \varphi^3}{n \varphi^2 - n_a (\varphi + 1)}.$$



V. Kräfte in ebenen Getrieben

58. Statische Kräfte

Die an einem Getriebe auftretenden Kräfte setzen sich aus statischen, dynamischen und Reibungskräften durch geometrische Addition zusammen. Eigengewichte sind gewöhnlich vernachlässigbar. Dynamische Kräfte werden durch beschleunigte Massen, Reibungskräfte durch die Gelenkdrücke bedingt. Die statischen Kräfte sind diejenigen, die in einem masselosen oder beschleunigungsfreien Getriebe bei Vernachlässigung der Reibung vorhanden sind, und meist die hauptsächlichsten Kräfte. Da im masselosen Getriebe der Geschwindigkeits- und daraus folgende Beschleunigungszustand ohne Einfluß auf die Kräfte ist, kann der Kräfteermittlung das ruhende Getriebe zugrunde gelegt werden, dessen Kräfte wegen der Unmöglichkeit einer Massenkraft und daraus folgenden Beschleunigung im Gleichgewicht und nach den Lehren der Statik zu ermitteln sind.

Aus der Mechanik ist bekannt, daß eine Kraft P (Bild 300) ein linienflüchtiger Vektor ist, d. h. in seiner Wirkungslinie w beliebig verschoben werden kann und daher ein Kraftangriffspunkt hier nur die Bedeutung eines geometrischen Ortes für die Lage einer Wirkungslinie hat. Am Gleichgewichtszustand wird nichts geändert,

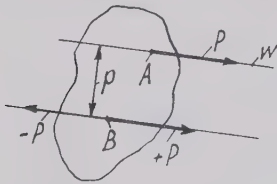


Bild 300. Ersatz einer Kraft durch Kraft und Kräftepaar

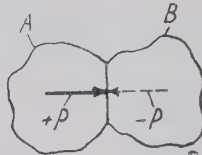


Bild 301. Wechselwirkung bei Körperberührung

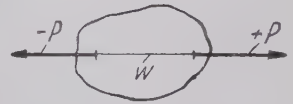


Bild 302. Gleichgewicht bei zwei Kräften

wenn am Körper zwei gleich große, entgegengesetzte Kräfte mit derselben Wirkungslinie angebracht werden. Damit hat man, wenn wie in Bild 300 die Größe dieser Kräfte $+P$ und $-P$ gleich einer dritten Kraft P und ihre Wirkungslinie parallel zu w gemacht werden, ein bequemes Mittel zur Vereinfachung eines Kräftebildes.

Die entgegengesetzt gleichen und parallelen Kräfte P und $-P$ im senkrechten Abstand p bilden ein Kräftepaar, dessen Moment $M = P \cdot p$ mit p als Hebelarm ist.

Zwei sich berührende Körper (Bild 301) üben zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte $+P$ und $-P$ aufeinander aus.

Ein Körper mit zwei Kräften ist nur dann im Gleichgewicht, wenn beide Kräfte entgegengesetzt gleich sind und in derselben Wirkungslinie w liegen (Bild 302).

Ein Körper mit drei in derselben Ebene liegenden Kräften ist im Gleichgewicht, wenn sich die Wirkungslinien der drei Kräfte in demselben Punkt schneiden und die Kraftvektoren ein Dreieck bilden, wobei sämtliche Kraftpfeile dieselbe Umlaufrichtung im Dreieck angeben (Bild 303). Hierbei ist die Summe aller Momente der für einen beliebigen Punkt B (Bild 300) gebildeten Kräftepaare und die resultierende Kraft bei $B = 0$.

Vier in einer Ebene liegende Kräfte P_1 bis P_4 (Bild 304) bilden Gleichgewicht, wenn sie ein geschlossenes Kräftepolygon ergeben und die resultierenden Kräfte $+R$ und $-R$ eine Wirkungslinie r haben, die durch die Schnittpunkte der die Resultierenden bildenden Paare von Kräften geht.

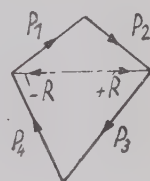
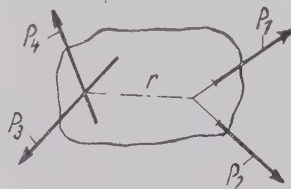
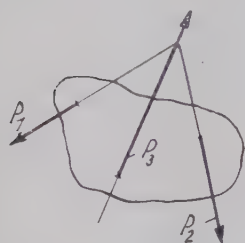


Bild 303. Gleichgewicht bei drei Kräften

Bild 304. Gleichgewicht bei vier Kräftepaaren

Das Zweigelenkglied 2 des Getriebes (Bild 307) ist in der Ausführung eine Kurbel, die z. B. nach Bild 305 durch ein Kräftepaar M oder nach Bild 306 durch eine Kraft P_1 angetrieben werden kann. A und B sind Lagerstellen einer geraden Welle mit zylindrischen Zapfen, C der Angriffspunkt einer Kraft P bzw. P_2 mit bekannter Wirkungslinie, die bei ebenen Getrieben in der Getriebeebe, also senkrecht zu AB liegt. Hierzu parallel ist auch die Ebene des Kräftepaares M und der Kraft P_1 . Zur Ermittlung der Kraft P und Stütz- oder Lagerkräfte A und B wird in Bild 305 nach Bild 300 der Hebelarm p als senkrechter Abstand der Kraft P von Welle AB bestimmt und in C' die Kraft $+P$ und $-P$ abgetragen. Die Kräfte P und $-P$ bilden am Hebelarm p ein Kräftepaar vom Moment $P \cdot p$, das mit dem in paralleler Ebene liegenden Antriebsmoment Gleichgewicht bildet, also entgegengesetzt gleich ist, woraus sich die Richtung der Kraft P und ihre Größe $P = M/p$ ergibt. Die Kraft $+P$ bildet mit den Kräften A

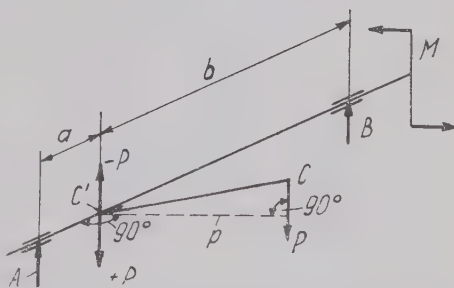


Bild 305. Kräfteermittlung an einer Welle bei Antrieb durch ein Kräftepaar

und B Gleichgewicht, liegt daher mit ihnen in derselben Ebene und erlaubt die Berechnung von A und B mit den Hebelarmen a und b nach

$$A = P \frac{b}{a+b}, \quad B = P \frac{a}{a+b}$$

und Kontrolle nach $A + B = P$ unter Beachtung der Krachrichtungen. Bei der zeichnerischen Stützkraftermittlung nach *Mohr* (Bild 308) mit Hilfe der Diagonalen d sind A und B die Abschnitte von P , die in dem Dreieck liegen, dessen Seite die Wirkungslinie von A oder B ist.

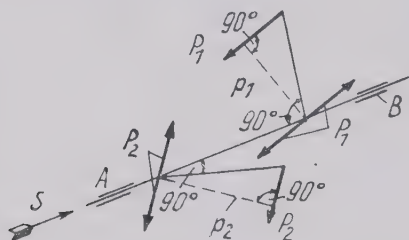


Bild 306. Kräfteermittlung bei Antrieb der Welle durch eine Kraft

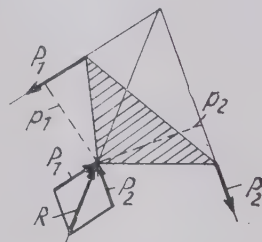


Bild 306 a. Bild 306 in Projektion auf die Ebene senkrecht zur Welle

In Bild 306 findet man aus der gegebenen Antriebskraft P_1 die Kraft P_2 durch Herstellung der Kräftepaare nach Bild 300 und Rechnung nach $P_2 = P_1 \cdot p_1/p_2$ mit den Hebelarmen p_1, p_2 als senkrechten Abständen der Kräfte P von der Welle AB . Die Stützkkräfte A und B sind nach den Lehren der Statik aus ihren durch die Kräfte P_1 und P_2 bedingten Komponenten wie bei Bild 305 zu berechnen.

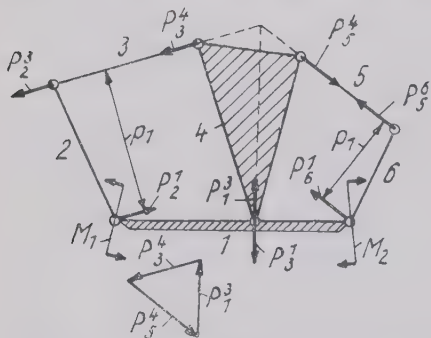


Bild 307. Gelenkkraftermittlung an einem Getriebe mit An- und Abtriebskräftepaar

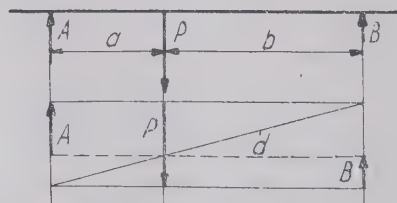


Bild 308. Stützkraftbestimmung nach Mohr

Bei ebener, in Richtung S (Bild 306) gesehener Getriebedarstellung decken sich die Stützstellen A, B (Bild 306 a), so daß die Kräfte A und B zusammen eine mit den Kräften P_1 und P_2 Gleichgewicht bildende resultierende Kraft R bilden. Diese

und P_2 sind bei gegebener Kraft P_1 , Wirkungslinie von P_2 und bekanntem Angriffspunkt von R nach Bild 303 zu ermitteln.

Die in den Gelenken eines Getriebes (Bild 307) übertragenen Kräfte sind nach Bild 301 zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte. Von zwei durch ein Gelenk verbundenen Gliedern 2 und 3 überträgt Glied 2 auf Glied 3 die Kraft P_2^3 (lies P zwei auf drei), Glied 3 auf 2 die Kraft P_3^2 , wobei $P_2^3 = -P_3^2$ ist. Diese Richtungsunterscheidung ist deshalb wesentlich, weil im Kräfteplan jedes Kräfteck Gleichgewicht an einem Glied darstellt, die Kräfte in ihm also solche Richtungen haben müssen, wie sie auf das betreffende Glied wirken.

Als Vorbereitung zur Kräfteermittlung sind die Wirkungslinien der Kräfte zu ermitteln. Zweigelenkglieder, die nur in den Gelenken belastet sind, liegen stets selbst in der Wirkungslinie. Beim Getriebe (Bild 307) mit Antriebskräftepaar M_1 und Abtriebskräftepaar ist daher nur noch eine fehlende Wirkungslinie am Gelenk 14 des Gliedes 1 und 4 zu bestimmen, die daraus gefunden wird, daß sich die Wirkungslinien der drei Kräfte des Gliedes 4 in demselben Punkt schneiden müssen und die Wirkungslinien der Kräfte P_2^4 und P_5^4 bekannt sind. Nach $P_2^3 = M_1/p_1$ ist $P_2^3 = P_3^4$ zu berechnen, damit für Glied 4 das Dreieck der Kräfte P_3^4 , P_5^4 , P_1^4 zu zeichnen und aus $M_2 = P_5^4/p_5$ das Kräftepaar oder Moment M_2 zu berechnen. Die Richtung von M_2 muß der Kraft $P_5^6 = -P_4^5$ entgegengesetzt sein.

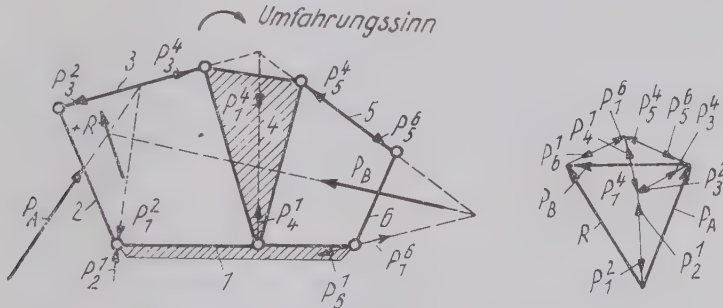


Bild 309. Gelenkkraftermittlung an einem Getriebe mit An- und Abtriebskraft P_A und P_B

Beim Getriebe (Bild 309) sind statt der Momente M_1 , M_2 Kräfte P_A , P_B vorhanden, von denen P_A bekannt sein soll. Nach Bestimmung der Wirkungslinie ist von P_A ausgehend der Cremonaplan zu zeichnen. Durch den Schnittpunkt der Wirkungslinien der Kräfte P_A und P_B geht die resultierende Kraft R , die das Glied 1 vom Fundament abzuheben sucht.

Beim Getriebe (Bild 310) mit Antrieb durch Moment M_A und Abtriebskraft P_B macht die Ermittlung der Wirkungslinien am Viergelenkglied 4 Schwierigkeiten. Man beginnt mit der Bestimmung der Wirkungslinien des Gliedes 8, dann des Gliedes 6

und der Zeichnung des Kräfteplanes mit einer beliebig angenommenen Größe P_B , (Bild 310a), findet zunächst die Kräfte P_8^6 , P_7^8 , kehrt die Pfeilrichtungen um und bestimmt aus den so erhaltenen Kräften P_8^6 und P_7^4 die Kräfte P_1^6 , P_5^6 und findet am Schnittpunkt S_1 die Resultierende R' der Kräfte P_7^4 , P_5^6 , deren Wirkungslinie a das Zweigelenkglied 3 als Wirkungslinie der Kräfte P_3^4 und P_2^3 im Punkt S_2 schneidet, durch den auch die Wirkungslinie der im Gelenk 14 auf Glied 4 übertragenen Kraft P_1^4 gehen muß. Man kann nun im Kräfteplan P_1^4 und P_3^4 zeichnen und findet die Resultierende R aus P_2^3 und P_B , deren Wirkungslinie b durch den Schnittpunkt S_3 geht. An Glied 2 greift das Moment M_A an, das als Kräftepaar am Gelenk 12 eine der Kraft P_2^3 entgegengesetzt gleiche, parallel verschobene Kraft P_2^1 erzeugt, die in S_4 die Wirkungslinie b trifft, durch die nun die zum Gleichgewicht des ganzen Getriebes noch fehlende Kraft $-P_B$ gehen muß, die vom Fundament auf das Glied 1 übertragen wird. Den wahren Kräftemaßstab für Bild 310a berechnet man aus $M_A = P_2^3 \cdot p_A = P_B \cdot p_B$.

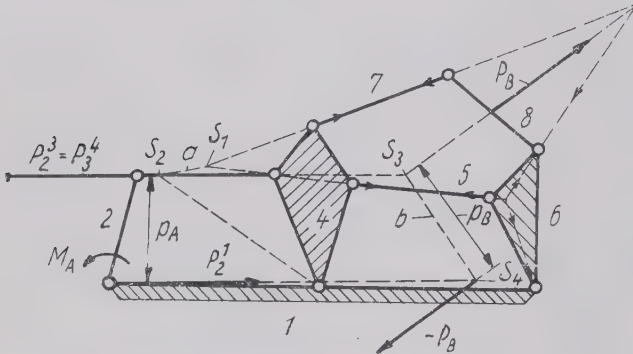


Bild 310. Gelenkkraftermittlung bei einem Getriebe mit Viergelenkglied

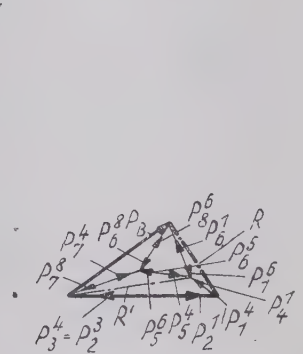


Bild 310a. Kräfteplan zu Bild 310

Von Nutzen ist oft die Verwendung des Seileckes im Lageplan (Bild 311) mit dem zugehörigen Kräfteplan (Bild 311a), durch den die Resultierende R als geometrische Summe der Kräfte P ermittelt. Zur Bestimmung ihrer Wirkungslinie r im Lageplan wird im Kräfteplan ein Pol O gewählt, die Seilkraft S_1 bis S_4 gezogen und von einem beliebigen Punkt X aus auf einer der Wirkungslinien die Zeichnung des Seileckes damit begonnen, daß auf dieser Wirkungslinie diejenigen Seileckseiten s zum Schnitt gebracht werden, die mit der zugehörigen Kraft P im Kräfteplan ein Dreieck bilden. Statt den Pol O kann man einen Punkt X und die Lagen der beiden durch ihn gehenden Seileckseiten wählen. Die Wirkungslinie r geht durch den Schnittpunkt derjenigen Seileckseiten, die mit R ein Dreieck bilden und ist zu R parallel.

Beim Getriebe (Bild 312) seien die Wirkungslinien der Kräfte P_A und P_B , sowie die Kraft P_B selbst gegeben. Am Glied 5 sind die zwei sich mit den Gliedern 3

und 4 deckenden Wirkungslinien bekannt und die dritte, durch das Gelenk 56 gehende durch deren Schnittpunkt festgelegt. Da dieser Schnittpunkt der Wirkungslinien der Gelenke 35 und 45 außerhalb des Zeichenblattes liegt, wird die Wirkungslinie von 56 mit Hilfe eines Seileckes s_1, s_2, s_3 bestimmt, dessen Seiten s_1, s_3 durch das Gelenk 56 gelegt und beliebig angenommen werden. Die Seite s_2 ergibt sich als Schlußlinie. Im Kräfteplan (Bild 312a) wird eine beliebige Kraft P_4^5 parallel zu Glied 4 angenommen, durch beide Endpunkte die Seilkraft S_2 und S_3 gezogen,

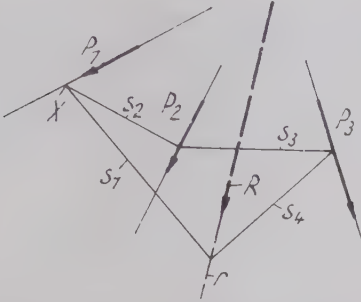


Bild 311. Bestimmung der resultierenden Kraft durch ein Seileck (Lageplan)

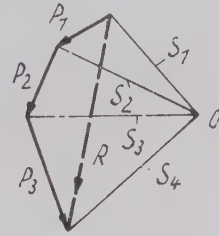


Bild 311a. Kräfteplan zu Bild 311

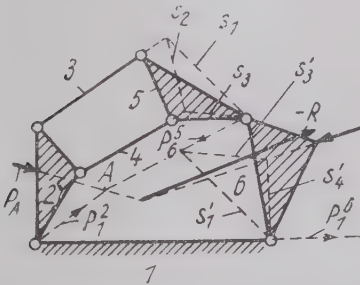


Bild 312. Wirkungslinienermittlung durch ein Seileck

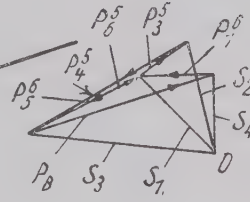


Bild 312a. Kräfteplan zu Bild 312

wodurch 0 bekannt wird, durch 0 die Parallele S_1 zu s_1 gelegt und die Kraft P_3^5 im Anschluß an P_4^5 zwischen S_1 und S_2 gelegt. Die Kraft P_6^5 muß das Kräftedreieck schließen, wodurch deren Wirkungslinie bekannt und in den Lageplan (Bild 312) zu übertragen ist. Nun kennt man an Glied 6 die Wirkungslinien von P_5^6 und P_B und findet durch ihren Schnittpunkt diejenige der Kraft P_1^6 . Liegt der Schnittpunkt wie in Bild 312 zu weit ab, so wird mit dem Pol 0 in Bild 312a ein Seileck gezeichnet, wozu an P_5^6 die Kraft P_B ohne bestimmte Länge angeschlossen wird. Im Lageplan legt man durch Gelenk 16 die zu S_1 parallele Seite s_1' , durch deren Schnittpunkt mit P_5^6 die Parallele s_3' zu S_3 , findet so s_4' und zieht hierzu im Kräfteplan die Parallele S_4 durch 0, die die Kräfte P_B und P_1^6 angibt. Die Kraft P_6^5 ist

als Resultierende der Kräfte P_3^2 und P_4^2 die Kraft an Glied 2, die mit P_A und P_1^2 im Gleichgewicht sein muß. Durch den Schnittpunkt A ist somit die Wirkungslinie von P_1^2 bekannt, so daß der Kräfteplan vervollständigt werden kann. Der Kräftemaßstab ist nun so zu bestimmen, daß die Länge von P_B die gegebene Größe von P_B angibt. Im Lageplan ist die Kraft $-R$ diejenige, die mit P_A und P_B Gleichgewicht ergibt und daher vom Fundament auf das Glied 1 ausgeübt wird.

59. Belastung durch mehrere Kräfte

An einem Zweischlag (Dreigelenkbogen) (Bild 313) greifen Kräfte P_1 und P_2 gleichzeitig an. Es sind Wirkungslinien und Kräfte der Gelenke A, B, C zu ermitteln. Auf der durch den Schnittpunkt S_{12} und das Kräftedreieck $P_1 P_2 R$ (Bild 313a) festgelegten Wirkungslinie r der Resultierenden R wird ein beliebiger Punkt X gewählt,

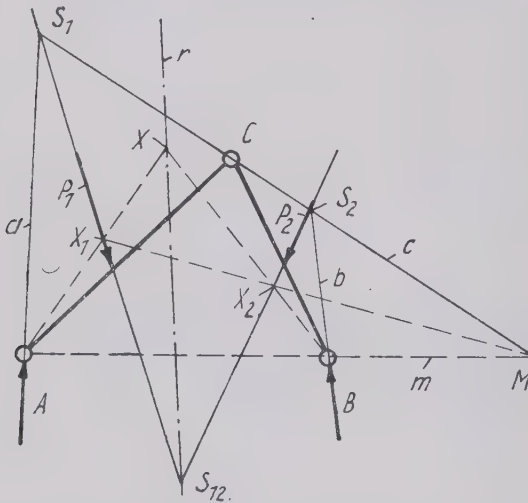


Bild 313. Wirkungslinebestimmung am Dreigelenkbogen



Bild 313a. Kräfteplan zum Dreigelenkbogen

die Gerade AX und BX gezogen und durch die Schnittpunkte X_1, X_2 eine Gerade gelegt, die die Gerade m durch A und B in einem von der Wahl von X unabhängigen Punkt M schneidet. Die Gerade c durch M und C ist die Wirkungslinie von C und schneidet die Wirkungslinien von P_1 und P_2 in Punkten S_1 und S_2 , durch die die Wirkungslinien a und b der Gelenkkräfte A und B gehen. Mit den bekannten Wirkungslinien wird der Kräfteplan (Bild 313a) gezeichnet.

Die Kräfte P_1, P_2, A, B im Lageplan (Bild 314) und Kräfteplan (Bild 314a) sind im Gleichgewicht und durch das geschlossene Seileck AX_1X_2B verbunden. Über der Seileckseite AB als unveränderlicher Grundlinie gibt es eine Schar von Seilecken für die gegebenen Kräfte, die man dadurch findet, daß man die Seiten des

vorhandenen Seilecks mit der Grundlinie AB zum Schnitt bringt und von diesen Schnittpunkten aus Strahlenbüschel zieht, deren Strahlen durch die Wirkungslinien der Kräfte einander in neuen Seilecken zugeordnet werden. In Bild 314 ist AX_1X_2B ein Seileck aus dieser Schar, dessen Seiten sich mit denen des Seilecks AX_1X_2B auf der gemeinsamen Grundlinie in den Punkten A, B, M schneiden.

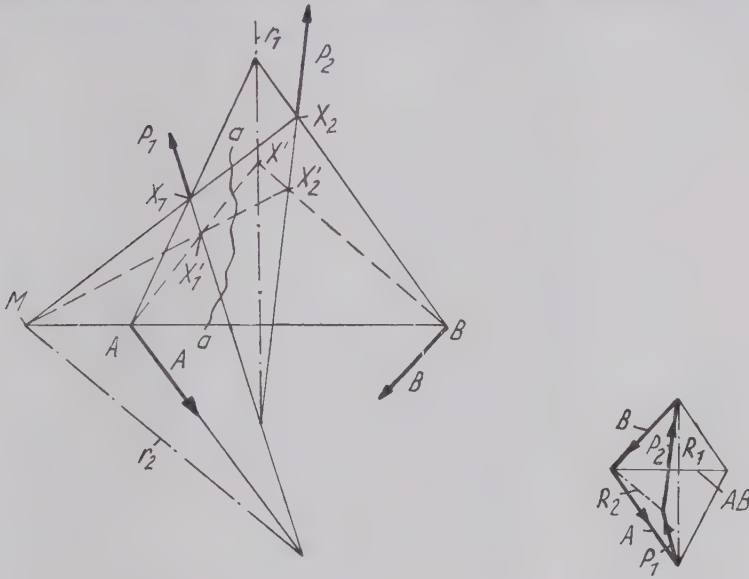


Bild 314. Beweis zum Verfahren (Bild 313)

Zum Beweis dafür, daß der Schnittpunkt M der Seilecksseiten X_1X_2 und $X_1'X_2'$ auf der Grundlinie AB liegt, legt man den Schnitt $a-a$, durch den die Seileckskräfte $AB, X_1X_2, X_1'X_2'$ zu äußeren Kräften werden, die mit den Kräften P_1 und A als Teil des Ganzen im Gleichgewicht sind. Daher müssen sich die Seileckskräfte X_1X_2 und AB auf der Wirkungslinie r_2 der Mittelkraft R_2 der Kräfte P_1 und A schneiden. Dieser Schnittpunkt M gilt auch für die Kräfte $X_1'X_2'$ und AB , da die Seite AB und die Wirkungslinie r_2 dieselben bleiben, und ist daher unveränderlich.

Die Schnittpunkte A, B, M usw., deren Anzahl um eins kleiner ist als die Zahl der im Gleichgewicht befindlichen Kräfte, werden durch das erste Seileck AX_1X_2B festgelegt, zu dessen Ermittlung die Wirkungslinie r_1 der Mittelkraft R_1 der Kräfte P_1, P_2 dient. Alle übrigen Seilecke werden nur mit Hilfe der Schnittpunkte A, B, M und der Wirkungslinien der Kräfte gezeichnet, wobei zur Nachprüfung der Richtigkeit die Schnittpunkte X, X' usw. auf der Linie r_1 festgestellt werden können.

An der Kurbelschwinge (Bild 315) seien das Kräftepaar M_D und die Kräfte P_1, P_2, P_3 als Lasten oder Massenkkräfte gegeben und das Kräftepaar M_A zur Her-

stellung des Gleichgewichtes z. B. als Antriebsmoment, sowie die Gelenkkräfte gesucht. M_D greift an demselben Glied wie die Kraft P_3 an und kann nach $M_D = P_3 \cdot p_3$ durch ein Kräftepaar mit den Kräften P_3 und dem Hebelarm p_3 dargestellt werden. Setzt man seine Kraft $-P_3$ mit P_3 zusammen, so bleibt als Resultierende aus M_D und P_3 die um p_3 verschobene Kraft (P_3) übrig. Man ermittelt nun am Dreigelenkbogen BCD nach Bild 313 die Wirkungslinie r_1 der Resultierenden R_1 aus P_2 und (P_3) , wählt X und bestimmt M auf m , womit die Wirkungslinie c und

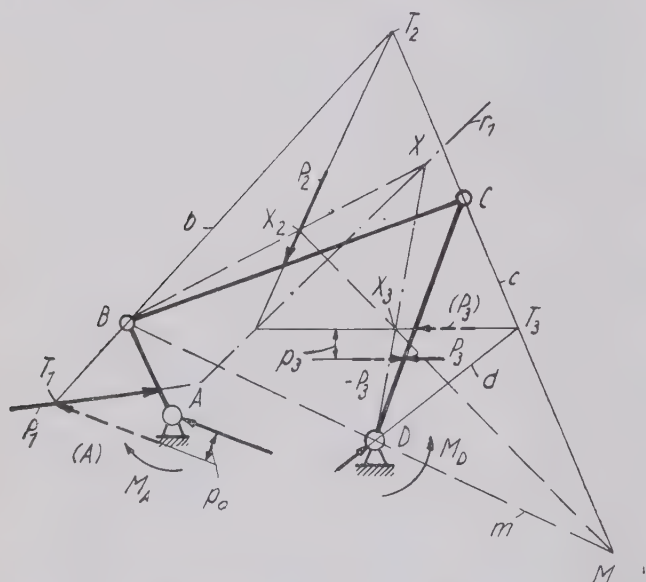


Bild 315. Kräfteermittlung am Gelenkviereck bei gleichzeitiger Belastung mehrerer Getriebeglieder

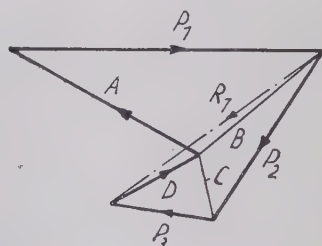


Bild 315a. Kräfteplan zu Bild 315

durch die Schnittpunkte T_2 und T_8 auch b und d bekannt werden und die Gelenkkräfte B, C, D im Kräfteplan (Bild 315a) zu ermitteln sind, außerdem die Gelenkkraft A , die mit den Kräften P_1 und B ein Kräftedreieck bildet. Im Lageplan (Bild 315) ist zur Kraft A die Parallele durch den Schnittpunkt T_1 zu ziehen. Da Kraft A tatsächlich im Gelenk A angreift, nicht als Kraft (A) in T_1 , ist Glied AB nur dann im Gleichgewicht, wenn außer der Stützkraft A noch ein Kräftepaar $M_A = (A)p_a$ vorhanden ist, das die Kraft A nach (A) verschiebt.

60. Kräfteermittlung an einem gesperrten Getriebe

Die gesperrten Getriebe mit dem Freiheitsgrad 0 sind wie statisch bestimmte Fachwerke zu behandeln. Um in schwierigen Fällen Kräftepläne ohne Stabvertauschung und Rechnung zeichnen zu können, ist auf den Grundsatz hinzuweisen, daß vor Beginn des Kräfteplanes die Wirkungslinien zu ermitteln sind, wozu das vorige

Verfahren heranzuziehen ist, wenn das Getriebe einen Dreigelenkbogen erhält. Wo dies nicht zutrifft, kann ein Ermittlungsverfahren wie in Bild 316 nützlich sein, das eine allgemein mögliche Art der Ermittlung von Wirkungslinien darstellt. Da das nach Bild 316 gesperrte Getriebe den Freiheitsgrad 0 hat, ist die Ermittlung von Wirkungslinien nur ein Problem ersten Grades und durch gerade Linien lösbar, jedoch für verschiedene Getriebe verschieden, weshalb hier der allgemeinen Anwendbarkeit wegen die Kurvenkonstruktion nach Bild 316 vorgezogen wird.

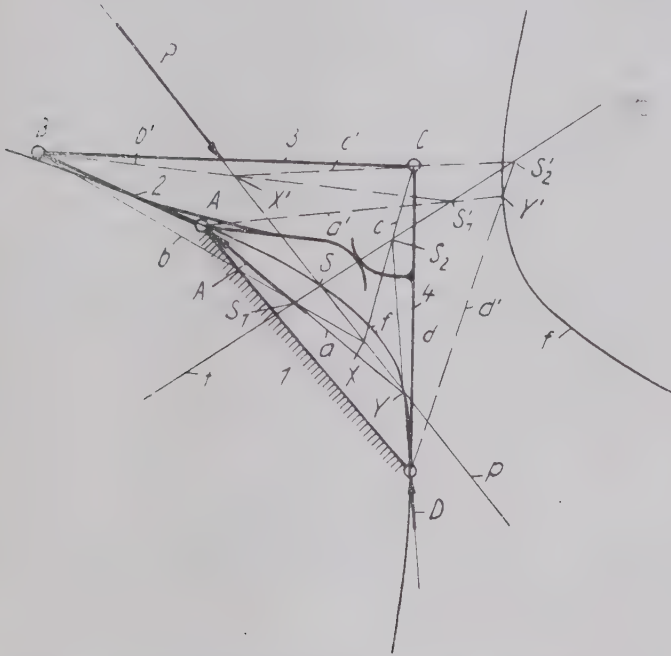


Bild 316. Wirkungslinienermittlung an einem gesperrten Gelenkviereck

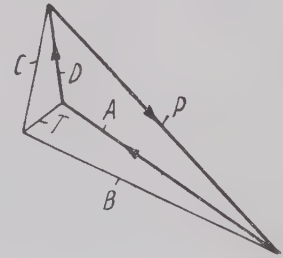


Bild 316a. Kräfteplan zu Bild 316

Durch die Belastung des Zweigelenkgliedes BC mit der Kraft P ist außer der Wirkungslinie t der Sperrung keine weitere Wirkungslinie bekannt. Die Kräfte A und D der Gelenke A, D müssen ebenso wie die Kräfte B und C mit der Kraft P im Gleichgewicht sein und sich daher in einem Punkt Y oder X auf der Wirkungslinie p schneiden. Da die Glieder AB und DC ebenfalls im Gleichgewicht sind, müssen sich die Wirkungslinien der Kräfte A, B, T und C, D, T in Punkten S_1 und S_2 schneiden. Man wählt einen beliebigen Punkt X' auf p als den Schnittpunkt der Wirkungslinien b' und c' der Gelenkkräfte B und C , erhält hier durch die Schnittpunkte S_1', S_2' mit t und damit die zugehörigen Wirkungslinien a', d' , die sich im Punkt Y' schneiden. Wegen des Gleichgewichtes der Kräfte A, D, P müßte

Y' auf p liegen. Um den richtigen Schnittpunkt Y zu finden, wiederholt man die Konstruktion mit anderen Punkten X' und findet als geometrischen Ort aller Punkte Y' einen Kegelschnitt f , dessen Schnittpunkt mit p der gesuchte Punkt Y ist. Es sind jetzt die Wirkungslinien a, d und durch die Punkte S_1, S_2 die Wirkungslinien b, c bekannt, womit der Kräfteplan (Bild 316 a) gezeichnet werden kann.

Der Schnittpunkt S der Wirkungslinien p und t ist kein brauchbarer Punkt Y , was man daran erkennt, daß in ihm alle Wirkungslinien zusammenlaufen würden und dadurch die Kräfteermittlung unmöglich wird.

61. Dynamische Kräfte

Das dynamische Grundprinzip lautet $\mathfrak{P} = m \cdot \mathfrak{b}$ und gibt an, daß der Kraftvektor die m -fache Größe und die Richtung des Beschleunigungsvektors hat, zu dessen Erzeugung die Kraft P notwendig ist. Die Masse m ist eine Zahlengröße und aus $m = G/g$ mit G als Eigengewicht und g als Erdbeschleunigung zu bestimmen. Die Kraft $\mathfrak{P}$ geht durch den Schwerpunkt S (Bild 317), wenn die Beschleunigungsvektoren aller Punkte des Körpers gleich sind, z. B. bei einer Parallel- oder einer Kreischiebung. Für die an den Massenteilchen dm zu ihrer Beschleunigung notwendigen

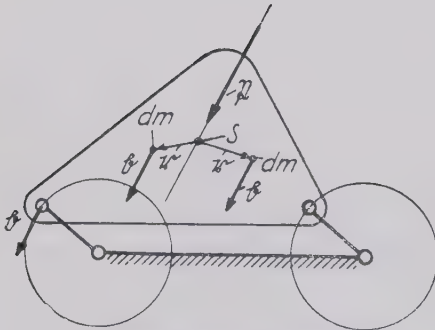


Bild 317. Beschleunigung bei Parallelbewegung

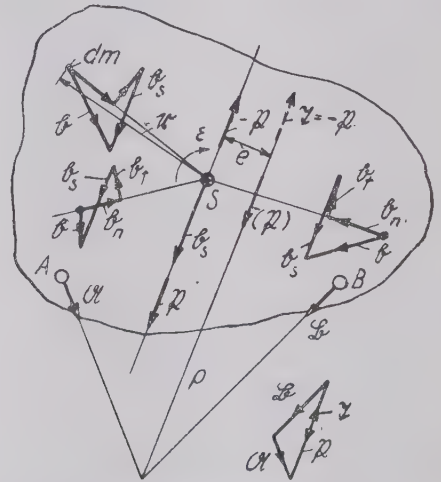


Bild 318. Stützkraftermittlung bei beliebigem ebenen Beschleunigungszustand

Kräfte $d\mathfrak{P}$ gilt $d\mathfrak{P} = \mathfrak{b} dm$. Die von einem Punkt S aus gezogenen Radiusvektoren r bilden mit $\mathfrak{b}$ äußere oder Momentenprodukte $[\mathfrak{b} r dm]$, deren Summe des Gleichgewichtes wegen 0 sein muß, wenn S auf der Wirkungslinie der resultierenden Kraft $\mathfrak{P} = \sum d\mathfrak{P}$ gewählt wird. Aus $\sum [\mathfrak{b} r dm] = 0$ wird bei gleichem Vektor $\mathfrak{b}$ für alle Massenteilchen $[\mathfrak{b} \sum r dm] = 0$, worin $\sum r dm = 0$ sein muß, weil weder $\mathfrak{b}$

noch die Winkel zwischen $\mathfrak{b}$ und $\mathbf{r} = 0$ sind. Da diese Bedingung die Definitionsgleichung des Schwerpunktes S ist, geht die Kraft $\mathfrak{P}$ bei gleichen Vektoren $\mathfrak{b}$ durch den Körperschwerpunkt.

An einem Körper, dessen Massenteilchen dm verschiedene Beschleunigungsvektoren $\mathfrak{b}$ (Bild 318) haben, können die Vektoren $\mathfrak{b}$ nach der geometrischen Summe

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{b}_s + \mathfrak{b}_n + \mathfrak{b}_t$$

aus dem Beschleunigungsvektor $\mathfrak{b}_s$ des Schwerpunktes S , dem Vektor $\mathfrak{b}_n$ der relativen Normalbeschleunigung und dem Vektor $\mathfrak{b}_t$ der relativen Tangentialbeschleunigung gegenüber dem Schwerpunkt zusammengesetzt werden. Die Vektoren $\mathfrak{b}_s$ bedingen eine durch den Schwerpunkt gehende Beschleunigungskraft $\mathfrak{P} = m \mathfrak{b}_s$. Die Vektoren $\mathfrak{b}_n$ haben die Größe $b_n = r \omega_s^2$ mit ω_s als Winkelgeschwindigkeit des Körpers um seinen Schwerpunkt. Die geometrische Summe der durch die Vektoren $\mathfrak{b}_n$ bedingten Zentripetalkräfte durch den Schwerpunkt ist

$$\sum dm \mathfrak{b}_n = \sum dm \mathbf{r} \cdot \omega_s^2 = \omega_s^2 \sum dm \mathbf{r} = 0$$

weil für $S \sum dm \mathbf{r} = 0$ ist. Die Vektoren $\mathfrak{b}_t$ haben die Größe $b_t = r \cdot \frac{d\omega_s}{dt} = r \cdot \varepsilon$. Die Winkelbeschleunigung ε um den Schwerpunkt S , dessen Beschleunigung durch die Kraft $\mathfrak{P}$ festgelegt ist, kann nur durch ein Kräftepaar $\mathfrak{M}$ verursacht werden, das bei eben bewegten Körpern als algebraische Summe aus den Momenten der durch b_t und den bedingten tangentialen Kräften dP_t mit den Hebelarmen r gebildet wird nach

$$M = \int dP_t \cdot r = \int dm b_t \cdot r = \int dm r \cdot \varepsilon \cdot r = \varepsilon \int dm r^2 = \varepsilon \cdot J,$$

worin J ein äquatoriales Massenträgheitsmoment ist, dessen Achse durch den Schwerpunkt geht und auf der Bewegungsebene des Körpers senkrecht steht.

Wie die Mechanik nachweist, müssen bei dieser Rechnung die Zentrifugalmomente 0 sein, was immer der Fall ist, wenn der Körper parallel oder senkrecht zur Bewegungsebene eine Symmetrieebene hat.

Das Moment M kann nach $M = P \cdot e$ durch die Kraft $\mathfrak{P}$ mit dem Hebelarm e (Bild 318) dargestellt werden, wobei sich die Kräfte $\mathfrak{P}$ und $-\mathfrak{P}$ aufheben und die Kraft $\mathfrak{P}$ in der Lage ($\mathfrak{P}$) als resultierende Kraft übrig bleibt. Die Lage von e wird durch die Richtung der Winkelbeschleunigung ε bestimmt und die Größe von e aus

$$\frac{M}{P} = e = \frac{\varepsilon \cdot J}{P}$$

oder mit $J = m \cdot i^2$ (i = Trägheitsradius) und $P = m \cdot b_s$ aus

$$e = \frac{\varepsilon}{b_s} \cdot i^2$$

berechnet. Durch e ist die Wirkungslinie von $\mathfrak{P}$ festgelegt.

Wird der Körper (Bild 318) an Gelenken A und B geführt, so müssen die Gelenkkräfte A und B als die Kräfte, die die Beschleunigung des Körpers herbei-

führen, die Kraft $\mathfrak{P}$ in der Lage ($\mathfrak{P}$) als Resultierende bilden, sich also auf einem Punkt der Wirkungslinie p schneiden und mit $\mathfrak{P}$ ein Kräftedreieck bilden.

Um nicht mit $\mathfrak{P}$ als Resultierender, sondern mit einem Gleichgewichtszustand wie in der Statik rechnen zu können, hat *d'Alembert* den Begriff des Trägheitswiderstandes

$$\mathfrak{T} = -\mathfrak{P} = m\mathfrak{b}_s$$

eingeführt, der in Wirklichkeit ebensowenig wie die Kraft vorhanden ist, da am Körper (Bild 318) tatsächlich nur die Kräfte $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ angreifen. Mit Benutzung von $\mathfrak{T}$ sind nach Berechnung des Hebelarmes e die sogenannten dynamischen Kräftepläne für die durch die Beschleunigungen bedingten Gelenkkräfte genau so herzustellen wie die statischen Kräftepläne.

Winter hat als Trägheitspol einen Punkt gefunden, der durch den Geschwindigkeitszustand des eben bewegten Körpers bestimmt ist und durch den die von den verschiedenen, bei demselben Geschwindigkeitszustand möglichen Tangentialbeschleunigungen mitbestimmten Trägheitskräfte hindurchgehen. Man findet den Trägheitspol u. a. als Schnittpunkt zweier Wirkungslinien p , die mit demselben Geschwindigkeitszustand und Trägheitsradius i mit Hilfe zweier verschiedener Beschleunigungszustände ermittelt werden. Der Trägheitspol kann bei Bestimmung dynamischer Kräfte oder Ermittlung des Beschleunigungszustandes bei gegebenen Gelenkkräften nützlich sein.

Die geometrische Addition der statischen und dynamischen Gelenkkräfte ergibt die resultierenden Gelenkkräfte, die der Festigkeitsrechnung und Gestaltung der Getriebeteile zugrunde liegen. Die Gelenkreibung ist hierfür meist vernachlässigbar und wird, wo sie nicht absichtlich groß gemacht wird wie bei Selbsthemmung, nur zur Berechnung des Wirkungsgrades benutzt.

62. Reibung und Wirkungsgrad

Gleitbewegungen in Lagern und Geradfürungen verursachen in schwingenden Getrieben gewöhnlich halbflüssige Reibung, bei konstanter Drehbewegung und zweckmäßiger Lagergestaltung die geringere flüssige Reibung. In beiden Fällen kann bei Einsatz einer geeigneten Reibungszahl nach dem *Coulombschen* Gesetz gerechnet werden, das bei ebenen Flächen die Form

$$F = \mu N,$$

bei Zapfen und Lager die Form

$$M = \mu' \cdot r \cdot N$$

hat, worin N die Anpressungskraft, μ die Reibungszahl der Bewegung, μ' die höhere Zapfenreibungszahl, r der Zapfenradius, F die Reibung und M das Reibungsmoment sind.

Bei einer Relativbewegung mit der Geschwindigkeit v m/sec wird durch die Reibungskraft F die Leistung $L_v = v \cdot F$ mkg/sec unter Abnutzung der reibenden

Flächen in Wärme verwandelt und geht verloren. Bei Zapfenreibung ist die Verlustleistung $L_v = M\omega$ mit ω als relativer Winkelgeschwindigkeit. Die Kräfte N sind die aus statischen und dynamischen Kräften resultierenden Gelenkkräfte. Die Reibungszahlen μ und μ' richten sich nach Lagerausführung, Schmierung und Bewegungsart und sind nach Tabellen zu schätzen. Die relativen Geschwindigkeiten sind einem Geschwindigkeitsplan zu entnehmen (Bild 319). Hierbei ist darauf zu achten, daß z. B. die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes 3 um den Zapfen des Gelenkes 23 am Glied 2 nicht mit der Geschwindigkeit $v_{34}^{2'}$ zu berechnen ist, weil diese nur die Relativgeschwindigkeit zwischen zwei Punkten 34 und 23 desselben Gliedes 3 ist, während es sich hier um die relative Geschwindigkeit des Gliedes 3 gegen Glied 2 an der Stelle 23 handelt. Gelenk 23 ist der Drehpunkt oder Dauerpol für die Bewegung von Glied 3 gegen 2, deren Winkelgeschwindigkeit ω_3^2 aus der Relativgeschwindigkeit zweier sich deckender Punkte beider Glieder, z. B. bei 34 ermittelt wird. Hier hat Glied 2 die gedrehte Geschwindigkeit $v_2^{1'}$ gegen Glied 1 und Glied 3 die gedrehte Geschwindigkeit $v_{34}^{1'}$, woraus nach

$$v_{34}^{1'} = v_2^{1'} + v_{34}^{2'}$$

die Relativgeschwindigkeit $v_{34}^{1'}$ zu finden ist und sich nach $v_{34}^{2'} = \omega_3^2 \cdot b$ mit b als Abstand des Gelenkes 34 von 23 die relative Winkelgeschwindigkeit ω_3^2 ergibt. Für die Bewegung des Gliedes 3 um den Zapfen bei 34 gegen Glied 4 ermittelt man nach

$$v_{23}^{1'} = v_4^{1'} + v_{23}^{4'}$$

die Geschwindigkeitsgröße $v_{23}^{4'}$ und erhält nach

$$v_{23}^{4'} = \omega_3^4 \cdot b$$

die relative Winkelgeschwindigkeit bei 34. Die relativen Winkelgeschwindigkeiten bei 12 und 14 sind aus

$$v_{23}^1 = \omega_2^1 \cdot a \text{ und } v_{34}^1 = \omega_4^1 \cdot c$$

zu entnehmen. Damit sind die Verlustleistungen L_{12} , L_{23} , L_{34} , L_{14} beim augenblicklichen Geschwindigkeits- und Kräftezustand bestimmbar.

Bei der Ermittlung der Gelenkkräfte wird nicht berücksichtigt, daß z. B. die Reibung im Gelenk 14 bei Antrieb an Glied 2 eine Vergrößerung der Kräfte der Gelenke 12, 23, 34 und damit eine Erhöhung der Reibung bedingt. Man berechnet die Verlustleistungen vielmehr mit den Gelenkkräften, die ohne Reibung entstehen. Die so gemachte Vernachlässigung ist jedoch ohne praktische Bedeutung.

Der momentane gesamte Leistungsverlust ist

$$L_v = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{14}$$

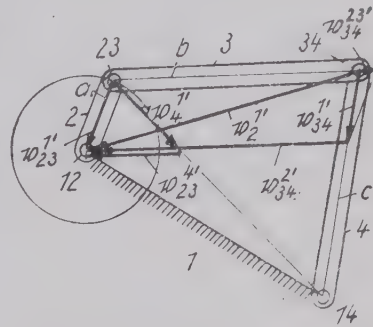


Bild 319. Ermittlung von Zapfengeschwindigkeiten in Lagern

im Beispiel in Bild 319. Die an Glied 2 zugeführte Leistung sei L , die an Glied 4 abgegebene Nutzleistung L_n . Dann ist $L = L_n + L_v$ und der Wirkungsgrad des Getriebes

$$\eta = \frac{L_n}{L} = 1 - \frac{L_v}{L},$$

also stets kleiner als 1. Wenn wie bei schwingenden Getrieben Gelenkkräfte und Geschwindigkeiten wechseln, ist der wie oben ermittelte Wirkungsgrad nur ein momentaner. Der Wirkungsgrad für eine Umdrehung ist als Durchschnittswert z. B. aus einem Diagramm zu bestimmen.

63. Wirkungsgrad bei Stirnradstand- und Umlaufgetrieben

Beim Stirnradstandgetriebe (Bild 320) sind zur Bestimmung des Wirkungsgrades aus den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 die Winkelgeschwindigkeiten der Wellen und mit Hilfe der Lagerdrücke, Zapfenradien und Reibungszahlen die Lagerverluste L_1 , L_2 , L_3 an den Wellen I, II, III zu bestimmen. Die Verluste durch Zahnreibung werden durch die durchschnittliche Gleitgeschwindigkeit der Zähne, die ein Bruchteil k der Umfangsgeschwindigkeit v ist, durch die Umfangskraft P und eine von Schmierung, Werkstoff, Bearbeitung u. a. abhängige Reibungszahl μ_z nach $L_z = \mu_z P \cdot k \cdot v$ bestimmt. Die Verlustleistung in einem Räderpaar mit zugehörigem Anteil an Lagerverlust ist $L_{v1} = L_1 + L_{z1}$, bzw. $L_{v2} = L_2 + L_{z2}$ usw. und der Gesamtverlust $L_v = L_{v1} + L_{v2} + L_{v3} \dots$, der Gesamtwirkungsgrad der Übersetzung damit $\eta = \frac{L_n}{L} = 1 - \frac{L_v}{L}$. Da die abgegebene Nutzleistung L_{n1} des ersten Räderpaares die Antriebsleistung des nächsten ist, gilt für die Einzelwirkungsgrade der Räderpaare

$$\eta_1 = \frac{L_{n1}}{L}, \quad \eta_2 = \frac{L_{n2}}{L_{n1}}, \quad \eta_3 = \frac{L_{n3}}{L_{n2}} \text{ usw.},$$

und, da

$$\eta = \frac{L_{n3}}{L} = \frac{L_{n1}}{L} \cdot \frac{L_{n2}}{L_{n1}} \cdot \frac{L_{n3}}{L_{n2}} \text{ ist, auch}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3.$$

Die Berechnung der Verluste am gleichachsigen Standgetriebe (Bild 320) ergibt an der Lagerung der Welle I $L_1 = \mu' \cdot r_1 \cdot \omega_1 \cdot P_1$, an der Verzahnung des ersten Räderpaares $L_{z1} = \mu_z \cdot k_1 v_1 \cdot P_1$, an der Welle II für beide Lager $L_2 = \mu' r_2 \omega_2 (P_2 + P_1)$, an der Verzahnung des zweiten Räderpaares $L_{z2} = \mu_z \cdot k_2 v_2 P_2$, an Welle III $L_3 = \mu' \cdot r_3 \omega_3 P_2$ mit r_1, r_2, r_3 als Zapfenradien. Mit den Teilkreisradien R und dem Antriebsmoment M ist $P_1 = M/R$, $P_2 = M R_1'/R_1 R_2$, $v_1 = \omega_1 R_1$, $v_2 = \omega_1 R_1 R_2/R_1'$, $\omega_3 = \omega_1 \cdot R_1 R_2/R_1' R_2'$. Addiert man die Verlustleistungen und setzt für eine Näherungsrechnung $k_1 = k_2 = k$, $r_1 = r_2 = r_3 = r$, so wird der Gesamtverlust mit $M \omega_1 = L$

$$L_v = L \left[2 \mu_z k + \mu' \cdot r \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2'} \right) \right],$$

worin der Faktor 2 die Zahl der Räderpaare bedeutet.

Am Umlaufgetriebe (Bild 321) entstehen, wenn wie vorher die Räder neben den Lagern und der Lagerabstand genügend groß angenommen wird, um die Zahndrücke P als Lagerdrücke einsetzen zu können, die Verluste $L_1 = \mu' \cdot r_s \cdot \omega_s (P_1 + P_2)$,

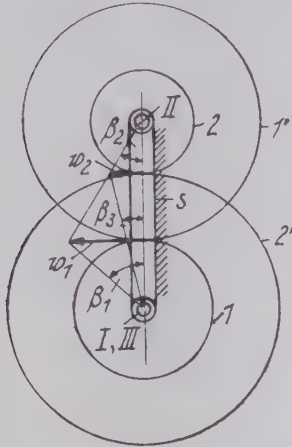


Bild 320. Geschwindigkeiten am gleichachsigen Standgetriebe

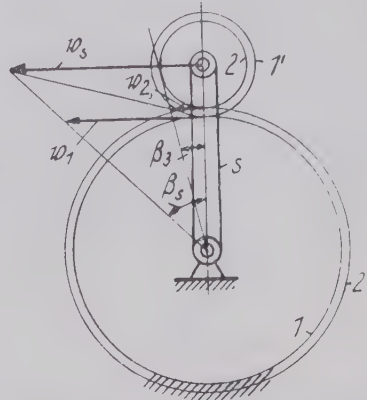


Bild 321. Geschwindigkeitsbild am Umlaufgetriebe zur Wirkungsgrad-ermittlung

$L_{s1} = \mu_z k_1 v_1 P_1$, $L_2 = \mu' \cdot r_2 \cdot \omega_2 (P_1 + P_2)$, $L_{s2} = \mu_z k_2 v_2 P_2$, $L_3 = \mu' r_3 \omega_3 P_2$, wo- mit man mit $v_1 = \omega_s R_1$, $\omega_2 R_1' = \omega_s R_1$, $v_2 = \omega_s R_1 R_2 / R_1'$, $\omega_s = i \omega_3$, $P_1 = M R_2 / s (R_1' - R_2)$, $P_2 = M R_1' / s (R_1' - R_2)$, $R_1 + R_1' = R_2 + R_2'$, $M \cdot \omega_s = L$ und näherungs- weise $k_1 = k_2 = k$, $r_s = r_2 = r_3 = r$

$$L_v = \frac{L}{s(R_1' - R_2)} \left[\mu' r \left(R_1' + R_2 + R_1 + R_2 \frac{R_1}{R_1'} + \frac{R_1'}{i} \right) + 2 \mu_z k R_1 R_2 \right]$$

oder mit $i = \frac{R_1' R_2'}{s(R_1' - R_2)}$

$$L_v = \frac{i \cdot L}{R_1' R_2} \left[2 \mu_z R_1 R_2 + \mu' r \left(R_1' + R_2 + R_1 + R_2 \frac{R_1}{R_1'} + \frac{R_1'}{i} \right) \right].$$

Wesentlich hierbei ist die Erkenntnis, daß der Verlust der Übersetzung i proportional ist, was beim Standgetriebe nicht der Fall war.

64. Der Reibungswinkel

An Körpern, die in Ruhe sind, gibt der Reibungswinkel die Bedingungen für die Aufrechterhaltung der Ruhelage an.

Auf einen durch eine Kraft N (Bild 322) auf eine Unterlage U gedrückten Körper K wird von der Unterlage keine Reibung übertragen, solange eine am Körper anzubringende verschiebende Kraft $P = 0$ ist. Mit dem Anwachsen der Kraft P

wächst nach $P = -F$ die Reibung T als Bewegungswiderstand bis zur Grenze $F = N \cdot \mu$. Bei weiterem Wachsen von P entsteht eine den Körper in Bewegung setzende Kraft $P - F = P - N \cdot \mu = m \cdot b$. μ ist bei Bewegung nur wenig kleiner als bei Ruhe. Die von der Unterlage auf den Körper K übertragene Kraft $-N$ bildet mit der Grenzreibung $F = \mu \cdot N$ eine Resultierende R , deren Lage durch $\operatorname{tg} \varrho = \frac{F}{N} = \mu$ gegeben ist. Soll der Körper sicher in Ruhe bleiben, so muß $P = F' < F$ oder $\frac{F'}{N} = \operatorname{tg} \varrho' < \frac{F}{N} = \operatorname{tg} \varrho$, $\varrho' < \varrho$ sein, d. h. die Resultierende aus N und F' muß innerhalb des Reibungswinkels ϱ liegen.

Die Lage des Reibungswinkels gegenüber der zur Unterlage senkrechten Kraft N ist stets so, daß R eine P entgegengesetzte Komponente hat.

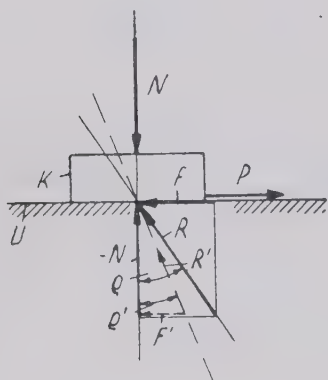


Bild 322. Gleitende Reibung

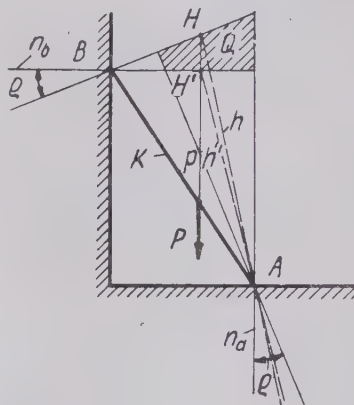


Bild 323. Reibungswinkel bei einseitiger Beweglichkeit

Um das Gleichgewicht eines an eine senkrechte und waagerechte Wand (Bild 323) angelehnten und durch eine Kraft P belasteten Körpers K zu beurteilen, stellt man die durch die Kraft P beim Fehlen von Reibung entstehenden Bewegungsrichtungen der Stützpunkte A und B fest und trägt von den Stütznormalen n_a und n_b die Reibungswinkel ϱ nach der Seite dieser Bewegungsrichtungen ab. Beide Reibungswinkel bilden eine Fläche Q . Wird diese Fläche von der Wirkungslinie p geschnitten, so herrscht Gleichgewicht. Nimmt man H als den Schnittpunkt der drei Kräfte P , A , B des Körpers an, so liegt die Stützkraft B gerade auf der Grenze des Winkels ϱ , während die Wirkungslinie h der Stützkraft A innerhalb des Winkels ϱ bei A liegt. Die für die Annahme von H nötigen Reibungskräfte zur Körperstützung sind daher möglich und ergeben Gleichgewicht. Auch bei Annahme von H' als Schnittpunkt ist Gleichgewicht vorhanden. Hierbei würde bei B keine Reibung nötig sein, während bei A eine Stützkraft mit der Wirkungslinie h' erzeugt wird, die

innerhalb des Reibungswinkels liegt und daher eine geringere als die Grenzureibung erfordert. Solange die Reibungskräfte bei A und B kleiner als die Grenzureibung sind, verhindert die Reibung eine Bewegung und sichert das Gleichgewicht. Da die Punkte H und H' die Grenzureibung oder die Reibung 0 bei B erfordern, während die Grenzureibung bei A nicht erreicht wird, wird der wirklich entstehende Kräfte schnittpunkt zwischen H und H' liegen. Die Bestimmung seiner wirklichen Lage ist nicht möglich und praktisch gewöhnlich auch nicht nötig.

Beim Stab K (Bild 324) ist je nach Lage und Richtung der Kraft P eine Bewegung in der einen oder anderen Richtung möglich. Für die Bewegung nach rechts gelten die Reibungswinkel ϱ_r , für die nach links die Winkel ϱ_l . Zusammengehörige Reibungswinkel bilden die Flächen Q_1 und Q_2 . Solange die Wirkungslinie der Kraft P eine dieser Flächen schneidet, führt die Reibung an den Stützpunkten A und B Gleichgewicht herbei, was mit Hilfe der Punkte H und H' geprüft werden kann.

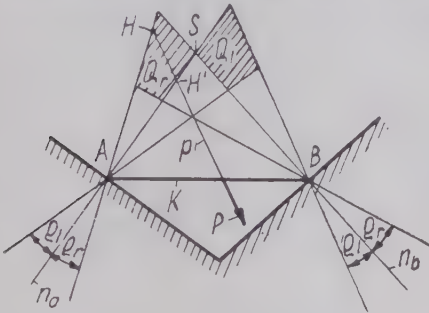


Bild 324. Zusammengehörige Reibungswinkel bei zweiseitiger Beweglichkeit

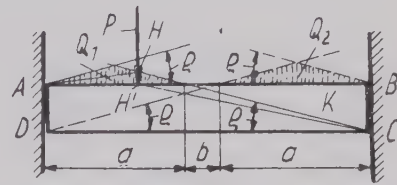


Bild 325. Flächen für Selbsthemmung am gerade geführten Körper

Liegt p außerhalb dieser Flächen, so ist kein Gleichgewicht vorhanden, und wenn P durch den Schnittpunkt S geht, keine Reibung zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes nötig.

Bei einem langen, schmalen Körper (Bild 325), der an den schmalen Seiten geführt ist und durch die Kraft P bewegt werden soll, besteht die Gefahr der Bewegungsverhinderung durch die Reibung. Wenn die Ecke C mit der Führung in Berührung kommt, dreht sich der Körper um C , bis die Ecke A ebenfalls anliegt und Reibung erzeugt. Die Abtragung der Reibungswinkel ϱ bei A und C so, daß der Kraft P entgegengesetzte Reibungskräfte entstehen, ergibt die Fläche Q_1 . Die Reibung verhindert eine Bewegung des Körpers K , wenn Q_1 durch P geschnitten wird, wie die Kräfteermittlung mit Hilfe der Punkte H oder H' nachweist. Beim Anliegen der Ecken B und D entsteht die Fläche Q_2 und Bewegungsverhinderung, wenn P diese Fläche schneidet. Der Körper bewegt sich demnach nur, wenn P auf der Strecke b angreift, und klemmt, wenn P innerhalb der Strecken a liegt.

65. Maßbestimmung der Reibgesperre

Reibgesperre haben die Aufgabe der selbsttätigen Bewegungsverhinderung in einer Richtung, d. h. Selbsthemmung und sind deshalb mit solchen Abmessungen zu versehen, daß die notwendigen Widerstandskräfte innerhalb der Reibungswinkel liegen und dadurch von selbst entstehen.

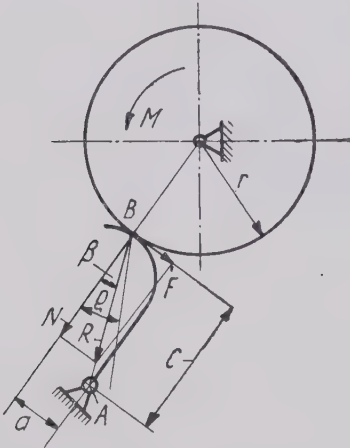


Bild 326. Einfaches Kurvenreibgesperre

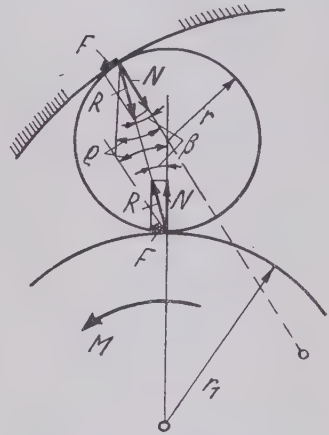


Bild 329. Kräfte am Rollenreibgesperre

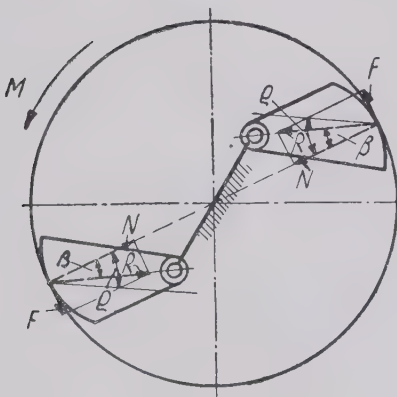


Bild 327. Doppeltes Kurvenreibgesperre

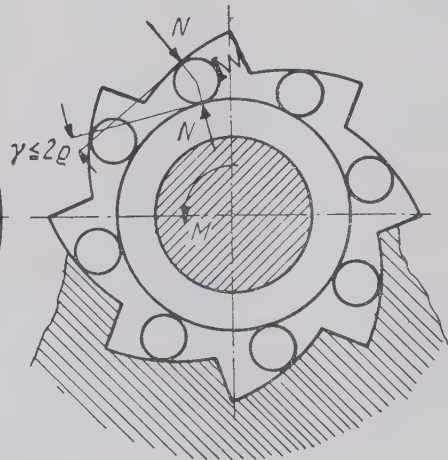


Bild 328. Rollenreibgesperre

Beim Reibgesperre (Bild 326) soll die Bewegung einer Scheibe in Richtung des Momentes M gesperrt werden. Ein um ein festes Gelenk A drehbarer Reibkörper legt sich bei B an die Scheibe, wodurch am Reibkörper bei B der Reibungswinkel ϱ

entsteht und so liegt, wie es die Reibungskraft F am Reibkörper angibt. Gelenk A liegt innerhalb des Reibungswinkels. Dadurch ist die Entstehung der zur Bewegungs-
verhinderung nötigen Reibungskraft $F = M/r = N \cdot \operatorname{tg} \beta$ gesichert, weil sie kleiner als $N \cdot \operatorname{tg} \varrho$ oder $\beta < \varrho$ ist. Es ist auch $N = M \cdot c/r \cdot a$. Die Resultierende R geht wegen
des Gleichgewichtes am Reibkörper durch A und B .

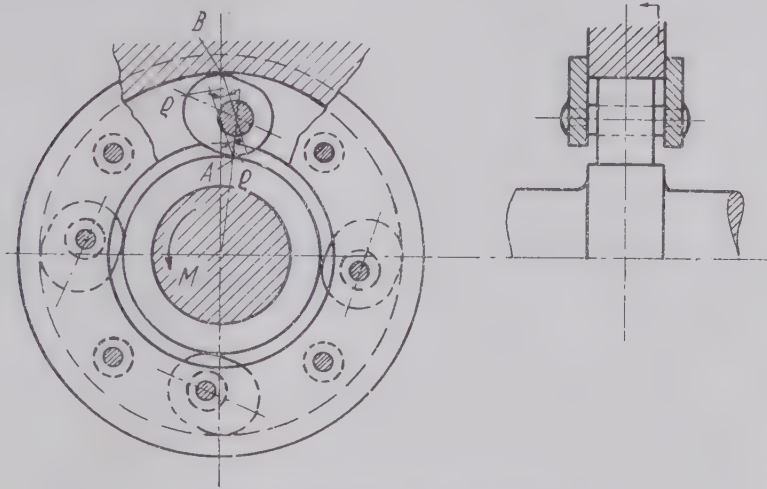


Bild 330. Ovalwalzenreibgesperre

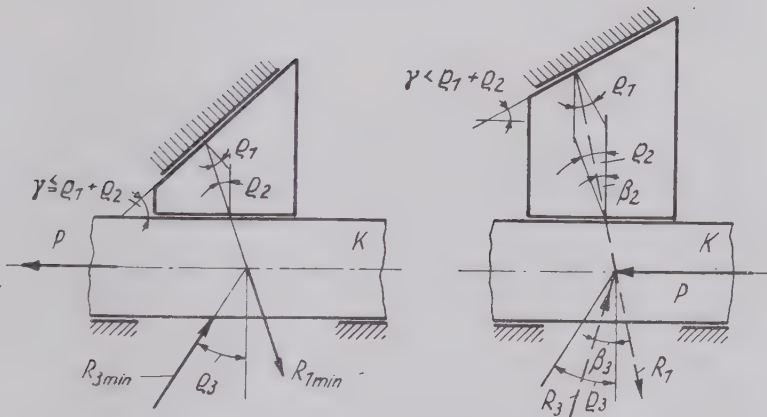


Bild 331. Grenze der Selbsthemmung bei Klemmung durch Keil

Bild 332. Sichere Ausführung für Selbsthemmung

Beim Reibgesperre (Bild 327) liegen die Reibkörper an der Innenseite der Scheibe und sind nach dem Vorbild von Bild 326 gestaltet. Abnutzung und Formänderung sorgen mit der Zeit für gleichmäßiges Anliegen der Reibkörper.

Am Rollenreibgesperre (Bild 328 und 329) gehen die Druckkräfte N durch die Rollenmittelpunkte, die Resultierenden R des Rollengleichgewichtes wegen durch die Rollenberührungspunkte, sind gleich groß und gehören zu gleichen Reibungskräften F , wenn die Reibungswinkel ϱ an beiden Berührungsstellen gleich sind. Selbsthemmung tritt ein für $\beta < \varrho$ und $\gamma = 2\beta < 2\varrho$.

Das Reibgesperre (Bild 330) hat runde Innen- und Außenscheibe, dafür unrunde Rollen und Selbsthemmung, wenn die Berührungspunkte A und B innerhalb des gegenüberliegenden Reibungswinkels liegen. Die Käfigringe zur Wahrung des Rollenabstandes sind leicht anzuklemmen, damit durch die Ringreibung die Rollen aufgerichtet werden.

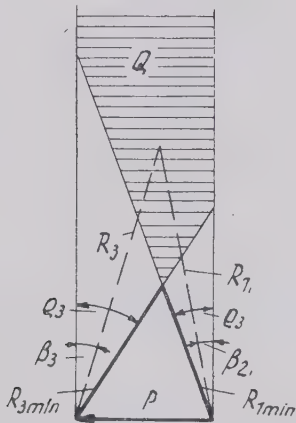


Bild 333. Kräftespielraum bei Selbsthemmung

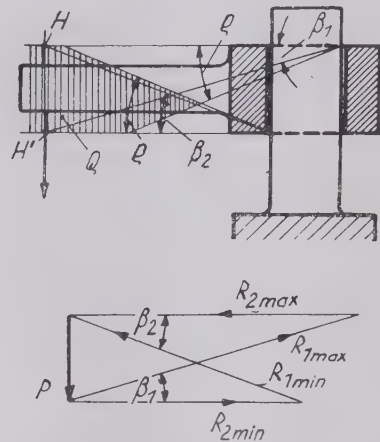


Bild 334. Selbsthemmung am fliegend belasteten gerade geführten Körper

Für die Selbstsperrung eines Körpers K durch einen Keil gibt Bild 331 die Grenze der Selbsthemmung für Keilwinkel $\gamma = \varrho_1 + \varrho_2$, wobei nach Bild 333 wegen der hierbei entstehenden größten Reibungskräfte die Kräfte R am kleinsten werden. Zur Sicherheit wird $\gamma < \varrho_1 + \varrho_2$ gemacht, wobei Wirkungslinien nach Bild 332 und die größeren Kräfte R (Bild 333) entstehen. Die Fläche Q begrenzt die Lagen der Spitzen der möglichen Kräftedreiecke.

Ein Körper klemmt sich an einer Führung, wenn nach Bild 334 die Kraft P die durch die Reibungswinkel ϱ gebildete Fläche Q schneidet. Für die Punkte H und H' entstehen die kleinsten und größten Drücke an den anliegenden Kanten.

VI. Ebene Getriebe mit mehr als einem Freiheitsgrad

Wie im Abschnitt I dargelegt wurde, sind die Bewegungen eines Getriebes nur dann eindeutig bestimmte, wenn ebensoviele Ordinaten des Getriebes bestimmt oder, was dasselbe ist, ebensoviele zwangläufige Bewegungen von außen her eingeleitet werden, wie die Zahl der Freiheitsgrade des Getriebes beträgt. Die zwangläufig eingeleiteten Bewegungen können z. B. die Antriebsumdrehungen eines Motors sein oder wenigstens zum Teil auch Abtriebsbewegungen, wenn diese durch vom Getriebe unabhängige Faktoren eindeutig bestimmt werden. Das ist z. B. der Fall, wenn die Abtriebsbewegung 0 ist, also ein Glied durch eine Bremse oder eine sonstige Sperrung festgehalten ist. Man erhält auch dann eindeutige, d. h. zwangläufige Getriebebewegungen, wenn Getriebe mit x Freiheitsgraden und y voneinander unabhängigen Antrieben nachträglich durch $x - y$ Glieder mit anderen Gliedern so verbunden werden, daß sie von diesen zwangläufig angetrieben werden. Z. B. ist beim Differentialgetriebe eines Kraftwagenantriebes mit dem Freiheitsgrad 2 das eine Rad mit dem anderen durch die Straße zwangläufig verbunden, wodurch das ganze Getriebe zwangläufig wird und seine Bewegungen eindeutig vom Motor bestimmt werden.

Die folgenden Abschnitte sollen kurz auf Anwendungsmöglichkeiten von Mechanismen mit mehr als einem Freiheitsgrad hinweisen.

66. Wechsel des Abtriebsgliedes

Es seien Getriebe gesucht, die ein Antriebsglied und zwei Abtriebsglieder haben, von denen jedoch nur eins laufen und das andere stillstehen soll. Man führt den Zahlenaufbau mit der Voraussetzung durch, daß mindestens drei Stegglieder und der Freiheitsgrad 2 vorhanden sein müssen, weil von den beiden Abtriebsgliedern das eine oder andere je nach dem gewünschten Abtrieb stillgesetzt, also außer dem Antrieb eine zweite zwangläufige Bewegung von außen eingeleitet werden muß. Der einfachste Mechanismus dieser Art ist der siebengliedrige mit nur Zweigelenkgliedern als Stegglieder (Bild 335), der außer durch den Zahlenaufbau auch dadurch gefunden wird, daß im Mechanismus (Bild 125) zwischen Glied 1 und 4 das Glied 7 eingeschaltet wird.

Steg 1 und Glied 7 bilden zusammen den einfachsten zwangläufigen Mechanismus. Man kann demnach ganz allgemein aus einem Mechanismus mit dem Freiheitsgrad 1 einen solchen mit dem Freiheitsgrad 2 machen, in dem man einen zwangläufigen Mechanismus einfügt, wobei eines seiner Glieder mit einem der Glieder des ursprünglichen Mechanismus identisch werden muß.

Der Mechanismus (Bild 335) sei z. B. für eine Waage mit Antrieb bei *A* benutzt. Die Hebellängen an Glied 3 werden verschieden gemacht, so daß an Glied 4 die größere, an Glied 5 die kleinere Kraft wirkt. Sperrt man bei großer Kraft *A* durch einen Nocken die Bewegung des Gliedes 7, so wird nur Glied 6 durch die kleinere Kraft im Glied 5 mit entsprechend großem Weg oder Zeigerausschlag bewegt. Der Abtriebswiderstand wird durch das Gegengewicht an Glied 6 gebildet, dessen Hebelarm mit dem Ausschlag wächst, so daß bei größer werdender Kraft *A* auch der Zeigerausschlag bis zum Eintritt des Gleichgewichtes größer wird. Bei kleiner Kraft *A* entsteht durch Freigabe des Gliedes 7 und Feststellung des Gliedes 6 eine größere Kraft in Glied 4 mit entsprechender Zeigerbewegung des Gliedes 7.

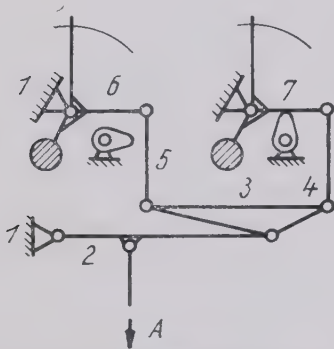


Bild 335. Schwinggetriebe für Wechsel der Abtriebswelle

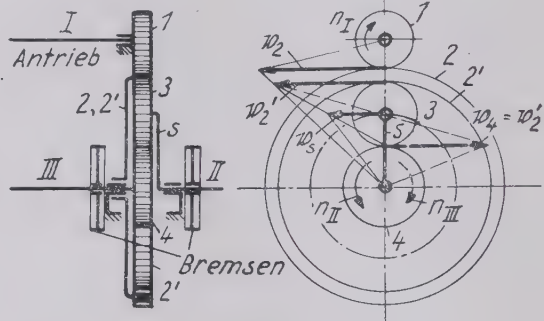


Bild 336. Umlaufgetriebe für Wechsel der Abtriebswelle

Das Stirnradumlaufgetriebe (Bild 336) mit den drei Wellen I, II, III hat außer dem ruhenden Glied und dem Steg *s* vier Radkörper und, wenn man an Stelle der Kurvenpaare Zweigelenkglieder rechnet, im Ganzen neun Glieder. Die Zahl der Gelenke einschließlich derjenigen der an die Stelle der Kurvenpaare tretenden Zweigelenkglieder beträgt elf. Nach Gl. 12a hat das Getriebe den Freiheitsgrad $v = 3 \cdot 9 - 3 - 2 \cdot 11 = 2$. Es sei Welle I die Antriebswelle, Welle II oder III die Abtriebswelle. Um Zwangslauf zu erreichen, ist der Freiheitsgrad 2 auf 1 zu verringern, indem die jeweils nicht benutzte Abtriebswelle durch eine Bremse festgehalten wird, d. h. von außen her die Drehzahl 0 erhält.

Zur Maßbestimmung werden im Geschwindigkeitsplan (Bild 336) die den Drehzahlen n_I, n_{II}, n_{III} entsprechenden Winkel eingetragen und bei festgehaltenem Rad 4 oder Steg *s* mit Hilfe des Kutzbachschen Geschwindigkeitsplanes wie in Bild 248a die Radien der Räder ermittelt.

67. Wechsel der Abtriebsbewegung

Es seien Getriebe mit einem bestimmten An- und Abtriebsglied gesucht, bei denen zwei verschiedene Bewegungen des Abtriebsgliedes möglich sind. Bei einem zwang-

läufigen Getriebe mit dem Freiheitsgrad 1 wird durch den Antrieb eine einzige bestimmte Abtriebsbewegung erzeugt. Baut man ein Getriebe mit dem Freiheitsgrad 2 auf, so kann man zur Erzielung von Zwangslauf den einen oder anderen Freiheitsgrad sperren und hat damit die beiden gewünschten Möglichkeiten der Abtriebsbewegung an demselben Abtriebsglied. Soll der Wechsel beim laufenden Getriebe vorgenommen werden, dann müssen die beiden zu sperrenden Glieder am Steg liegen. Zur Getriebeentwicklung sind demnach Mechanismen mit vier Steggliedern zu suchen. Bild 337 zeigt einen Mechanismus mit vier Zweigelenkgliedern als Stegglieder und einem Viereckenglied als Zwischenglied. Benutzt man ihn als Hebelübersetzung zwischen Antriebskraft A und Abtriebskraft B und sperrt die Bewegung des Gliedes 7, so bewegt sich das Getriebe um das feste Gelenk 67, wodurch die Kraft B kleiner wird, als wenn Glied 6 festgehalten wird.

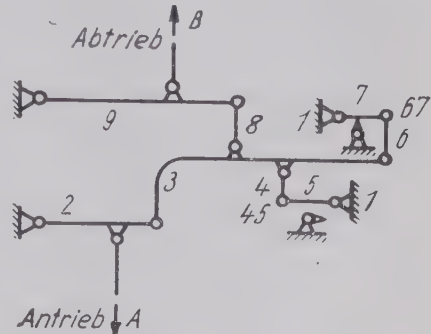


Bild 337. Schwinggetriebe für Wechsel der Abtriebsbewegung

Beim Umlaufgetriebe (Bild 338) sollen mit der Drehzahl n der Antriebswelle I die Drehzahlen n_a oder n_b an der Abtriebswelle II erzeugt werden. Das Getriebe hat ohne Bremsen den Freiheitsgrad 2. Durch Schließen der Bremse a bei geöffneter Bremse b

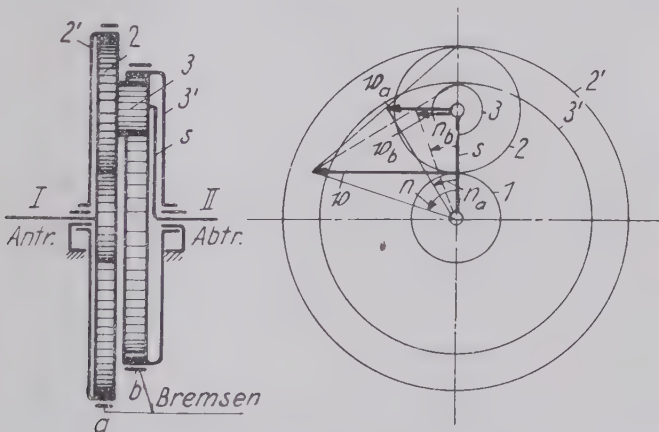


Bild 338. Umlaufgetriebe für Übersetzungswechsel

rollt Rad 2 im feststehenden Rad 2', wodurch der Steg s nach dem Geschwindigkeitsplan die Geschwindigkeit v_a und Drehzahl n_a erhält. Bei geschlossener Bremse b und geöffneter Bremse a bleibt Rad 3' stehen, wodurch der Steg die Drehzahl n_b erhält.

Das Getriebe (Bild 338) wird auch in der Weise verwendet, daß statt der beiden Bremsen das Rad 2' oder 3' durch einen Motor angetrieben und so der Antriebsdrehung der Welle I z. B. zeitweise eine Bewegung überlagert wird.

68. Beweglich gelagerte Getriebe

Derartige, häufig benutzte Getriebe unterscheiden sich von anderen Getrieben dadurch, daß der Steg des Getriebes, von dem ein Glied zum Abtrieb benutzt wird, selbst ein zwangsläufiges Getriebe ist. Bild 339 zeigt einen typischen Mechanismus für solche Getriebe. Die Glieder 1, 2, 3, 4, 5, 6 bilden einen für sich zwangsläufigen Getriebeteil, der z. B. an Glied 2 angetrieben wird. Mit diesem Getriebeteil als Steg ist der Mechanismus aus den Gliedern 2' bis 8' ebenfalls zwangsläufig und wird an

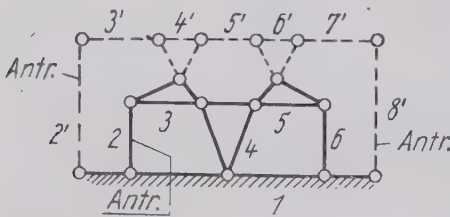


Bild 339. Übereinander gelagerte Getriebe

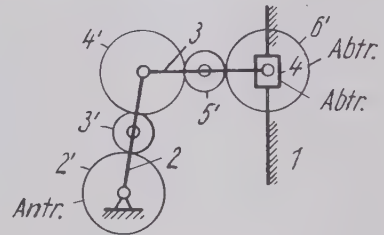


Bild 340. Räderknie

Glied 2' angetrieben, während Glied 8' das Abtriebsglied ist. Der Gesamtmechanismus hat wegen der beiden unabhängigen Antriebe den Freiheitsgrad 2. Am übersichtlichsten ist sein Aufbau durch Zusammensetzung aus zwei zwangsläufigen Mechanismen in der geschilderten Art. Selbstverständlich wirkt sich die Bewegung des Grundmechanismus im allgemeinen auf die des übergelagerten Mechanismus aus. Beim Räderknie (Bild 340) ist diese Auswirkung vermieden. Das Räderknie besteht aus den Gliedern 2 und 3, die mit Glied 1 und 4 zusammen einen Kurbeltrieb bilden, der an Glied 4 angetrieben wird. Glied 4 kann z. B. die auf und nieder gehende Spindelbank einer Spinnmaschine sein, auf der alle Spindeln unabhängig von der Bewegung des Gliedes 4 mit konstanter Geschwindigkeit laufen müssen und durch die Welle des Rades 6' angetrieben werden. Die Räder 2' bis 6' bilden ein Getriebe für sich, dessen Rad 2' mit dem Steggelenk des Gliedes 2 gleichachsig gelagert ist, um es vom ruhenden Glied aus antreiben zu können, und dessen Rad 4' im Gelenk 23 zu lagern ist, während die Welle des Rades 6' mit Gelenk 34 zusammenfällt. Macht man die Räder 2', 4', 6' gleich groß und fügt Zwischenräder 3', 5' ein, so erhält Rad 6' dieselbe Drehrichtung wie Rad 2' und außerdem dieselbe Winkelgeschwindigkeit, weil wegen der gleichen Größen Rad 4' stets dem Rad 2' und dem Rad 6', also auch Rad 6' dem Rad 2' parallel bleibt.

69. Getriebe mit Kraftausgleich

Im Getriebe (Bild 341) sei Glied 2 Antriebsglied, Glied 5 und 7 frei beweglich und der Freiheitsgrad 2 vorhanden. Durch die Antriebsbewegung des Gliedes 2 kommen auch die übrigen Glieder in eine Bewegung, die wegen des Freiheitsgrades 2 unbestimmt ist. Läßt man das Glied 5 an Glied 1 anstoßen, sperrt es also, so tritt

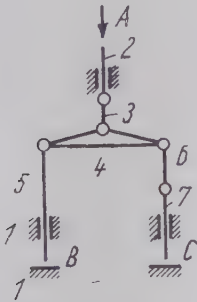


Bild 341. Gesperrtes Getriebe mit Kraftausgleich

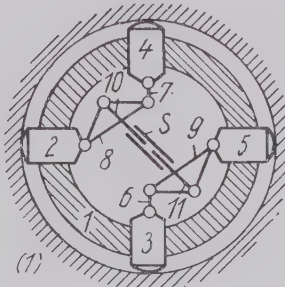


Bild 342. Spannfutter mit Kraftausgleich

Zwangslauf ein. Läßt man nun auch noch Glied 7 an Glied 1 anstoßen, so wird das Getriebe gesperrt und zum statisch bestimmten Fachwerk mit dem Freiheitsgrad 0, dessen Kräfte mit den Hilfsmitteln der Statik bestimmbar sind. Das Getriebe (Bild 341) hat die Aufgabe, eine am Glied 2 eingeleitete Antriebskraft A zu übersetzen und in einem bestimmten Verhältnis auf die Sperrstellen B und C der Glieder 5 und 7 zu verteilen. Getriebe mit einem solchen Kraftausgleich haben

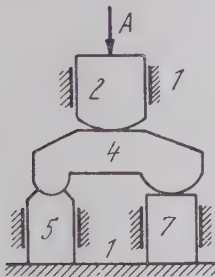


Bild 343. Getriebe nach Bild 341 mit Kurvenpaaren statt Zweigelenkgliedern

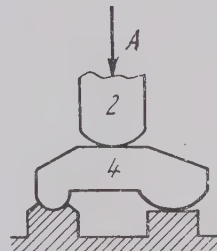


Bild 344. Fachwerkstütze

ungesperrt einen Freiheitsgrad, der gleich der Zahl der Sperr- oder Ausgleichsstellen ist. Man verwendet solche Getriebe bei Kupplungen und Bremsen (Bild 50—58) als ebene und räumliche Getriebe, bei Spannfuttern z. B. nach Bild 342, wobei der Antrieb der Selbsthemmung wegen einer Spannschraube S sein kann, die die relative

Lage der Glieder 2 und 3 festlegt, und Glied (1) zu Glied 1 zu rechnen ist, weil es an ihm durch die Reibung festgehalten wird, sowie als Mittel zur Druckverteilung an Stützen nach Bild 341, das durch Einführung von Kurvenpaaren statt der Zweigelenkglieder nach Bild 343 abgewandelt werden kann. Im Fachwerksbau entwirft man Stützen ohne die Glieder 5 und 7 nach Bild 344, dessen

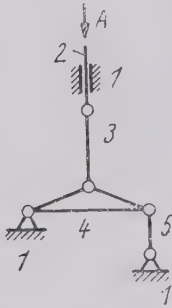


Bild 345. Stütze nach Bild 344 mit Zweigelenkgliedern statt der Kurvenpaare

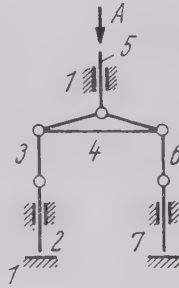


Bild 346. Getriebe mit Mechanismus wie in Bild 341 und Antrieb an Glied 5

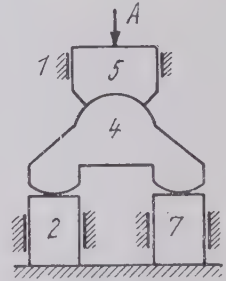


Bild 347. Ausführung von Bild 346 mit Kurvenpaaren

zugehöriger Kurbelmechanismus (Bild 345) mit dem Freiheitsgrad 0 ist. Im Maschinenbau dagegen müssen die Glieder 5 und 7 vorhanden sein, wenn sie wie Kupplungsbacken vom Glied 1 gelöst werden sollen. Bild 346 zeigt denselben Mechanismus wie Bild 341 mit Antrieb an Glied 5, Bild 347 seine Abwandlung durch Kurvenpaare.

VII. Ebene Schaltwerke und Schaltgetriebe

Schaltwerke und Schaltgetriebe haben bei konstant fortlaufendem Antrieb einen ebenfalls fortlaufenden, jedoch durch Ruhepausen unterbrochenen Abtrieb. Zur Erzielung der länger als bei umlaufenden Rastgetrieben (Bild 269, 271) dauernden Ruhepausen wird das Abtriebsglied bei Beginn der Ruhepause vom Antrieb getrennt und durch eine Sperre festgehalten, bis am Ende der Ruhepause der fortlaufende Antriebsteil in das Abtriebsglied zur Weiterbewegung eingreift. Daher können An- und Abtriebsteil nur durch ein Kurvenpaar verbunden sein.

Während das Schaltwerk stoßweise arbeitet und sich deshalb nur für geringe Geschwindigkeiten und Kräfte eignet, läuft das Schaltgetriebe abgesehen von Stößen durch das Getriebespiel stoßfrei, in Sonderfällen auch ruckfrei. Für größere Geschwindigkeiten und hohe Maschinenleistungen ist bei kurzen Ruhepausen ein umlaufendes Rastgetriebe zu verwenden.

70. Schaltwerke

Ein Schaltwerk wird dadurch hergestellt, daß die Klinke *A* eines Gesperres (Bild 105) nach Bild 348 an der Schwinge einer Kurbelschwinge drehbar befestigt wird und das Sperrad gleichachsrig mit der Schwinge gelagert wird. Der Schaltwinkel wird durch Veränderung der Lage des Schwingen- oder Kurbelzapfens geändert. Die fest gelagerte Klinke *B* verhindert den Rücklauf des Sperrades. Sperrad, Klinke *A* und Schwinge bilden beim Rücklauf eine Kurvenschleife nach Bild 70, beim Vorlauf einen Mechanismus nach Bild 128 mit Glied 2 als Schwinge. Zur Außerbetriebsetzung wird Klinke *A* abgehoben.

Statt der Klinkengesperre ist die Verwendung geräuschloser Reibgesperre (Bild 326 bis 330) möglich.

Bei geringen Kräften sind für schnelle Schaltung auch Sprungwerke nach Bild 122 als Schaltwerke verwendbar.

71. Malteserkreuzschaltgetriebe

Man kann im Kurventrieb (Bild 66) die Kurve am An- oder Abtriebsglied als Punkt oder zu einem Zylinderstift (Triebstock) erweitert annehmen und auf Grund

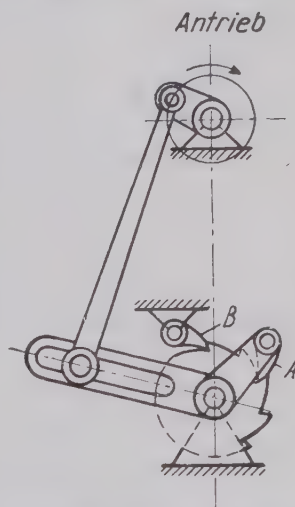


Bild 348. Verstellbares Schaltwerk mit Kurbelschwinge

der gegebenen, durch Ruhepausen unterbrochenen Bewegung die zweite Kurve passend ermitteln und erhält so Kurventriebschaltwerke. Bei Verzicht auf ein vorgegebenes Bewegungsgesetz kann man zum Triebstock die Kurve annehmen und erhält bei Wahl der Kurve als Gerade das Malteserkreuzgetriebe (Bild 349), bei dem der Triebstock am treibenden Teil oder Treiber und die Gerade, als Schlitz ausgeführte Kurve am getriebenen Teil oder Schalter angeordnet ist. Die Schaltung beginnt mit dem Eintritt des Triebstockes des Treibers in den Schlitz des Schalters und endet nach

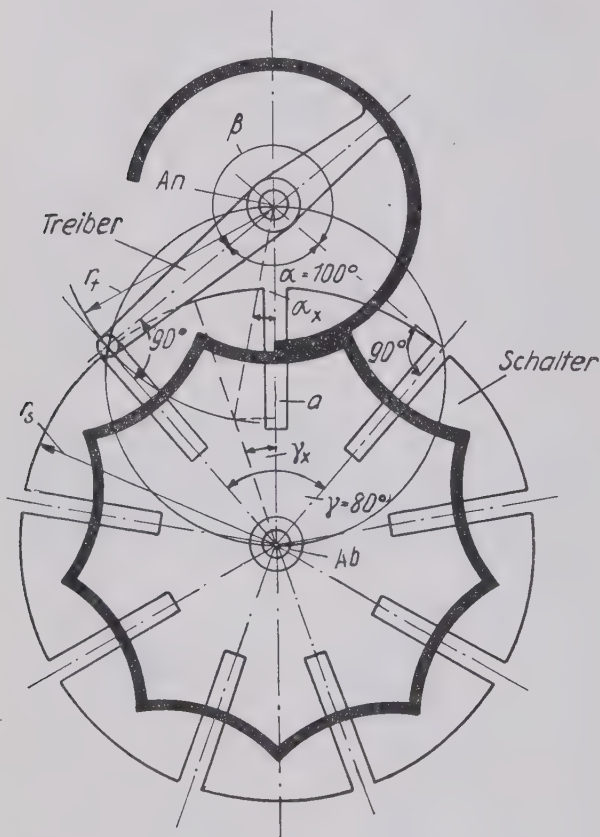


Bild 349. Malteserkreuzschaltgetriebe mit Außenantrieb

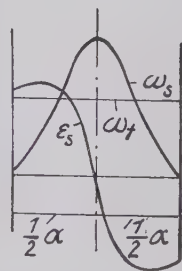


Bild 349 a. Geschwindigkeits- u. Beschleunigungsdiagramm zu Bild 349

Zurücklegung des Schaltwinkels γ und Treibwinkels α mit dem Austritt des Triebstockes aus dem Schlitz. Da in diesem Augenblick die zwangsläufige Verbindung zwischen Schalter und Treiber aufhört, muß die Sperrung am Schalter einsetzen, wozu meist eine Zylindersperre verwendet wird. Die Sperrung hört nach dem Durchlaufen des Ruhewinkels β im Augenblick des neuen Treibereingriffes auf. Wegen

des Getriebespieles infolge der Toleranzen muß praktisch Beginn und Ende der Sperre durch verschiebbare Sperrenenden eingestellt werden können.

Zum stoßfreien Beginn und Ende der Schaltung muß der Geschwindigkeitsvektor des Triebstockes in beiden Lagen des Schlitzes im Schlitz selbst liegen, die Mittellinie des Schlitzes also hierbei Tangente an den Triebstockkreis sein. Daher steht der Treiberradius auf den Schenkeln des Winkels γ senkrecht und bildet mit der Zentralen a zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke, aus denen die symmetrischen Lagen der Winkel α und γ zu a folgen. Die Schaltergröße findet man bei gegebener Zentrale a durch die Schnittpunkte der Schenkel des Winkels γ mit dem Kreis über a als Durchmesser. In dem so entstehenden Kreisviereck besteht die Beziehung

$$\alpha + \gamma = 180^\circ \quad (76)$$

ferner $r_t = a \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$, $r_s = a \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$ und für den Ruhewinkel $\beta = 360^\circ - \alpha$.

Da nur eine beschränkte Zahl Schalterschlitzte möglich ist, muß der Triebstock nach n_t Treiberumdrehungen wieder in denselben Schlitz des Schalters eingreifen, wobei der Schalter n_s Umdrehungen gemacht haben soll. Beim einarmigen Treiber (Bild 349) ist n_t gleichzeitig die Zahl der Schaltungen des Schalters und damit auch die Zahl der Schalterschlitzte. Die Zahl der Schaltungen n_t multipliziert mit dem Winkel γ ist der Winkel $360^\circ \cdot n_s$, nach dessen Zurücklegung der Triebstock wieder denselben Schlitz trifft, also

$$n_t \cdot \gamma = 360^\circ \cdot n_s, \quad \frac{n_t}{n_s} = \frac{360^\circ}{\gamma} \quad (77)$$

n_s und n_t sind ganze Zahlen. Für den Schaltwinkel $\gamma = 80^\circ$ wird $n_t/n_s = 4,5$ und mit ganzen Zahlen das unkürzbare Verhältnis $n_t/n_s = 9/2$, d. h. es sind 9 Schalterschlitzte auszuführen und der Treiber trifft nach 9 Treiber- und 2 Schalterumdrehungen wieder den ursprünglichen Schlitz.

Zur Berechnung des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlaufes am Schalter benutzt man aus Bild 349 die Beziehung

$$\operatorname{tg} \gamma_x = \frac{r_t \cdot \sin \alpha_x}{a - r_t \cos \alpha_x}$$

und erhält durch Differenzieren mit $\frac{d\alpha_x}{dt} = \omega_t$ als Treiber- und $\frac{d\gamma_x}{dt} = \omega_s$ als Schalterwinkelgeschwindigkeit

$$\omega_s = \omega_t \cdot \frac{a \cos \alpha_x - r_t}{a^2 - 2 a r_t \cos \alpha_x + r_t^2} r_t, \quad (78)$$

woraus sich für $\alpha_x = 0$

$$\omega_s \max = \omega_t \cdot \frac{r_t}{a - r_t} \quad (79)$$

und für $\alpha_x = \frac{a}{2}$ bei $\cos \frac{a}{2} = \frac{r_t}{a}$ die Anfangs- und Endgeschwindigkeit $\omega_s = 0$ ergibt.

Durch weitere Differentiation erhält man die Winkelbeschleunigung $\varepsilon_s = \frac{d\omega_s}{dt}$ des Schalters bei konstanter Antriebsgeschwindigkeit ω_t zu

$$\varepsilon_s = -\omega_t^2 a r_t \sin \alpha_x \frac{a^2 - r_t^2}{(a^2 - 2 a r_t \cos \alpha_x + r_t^2)^2} \quad (80)$$

und für die Anfangs- und Endbeschleunigung des Schalters mit $\alpha_x = \frac{a}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{r_t}{a}$, $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{a^2 - r_t^2}/a$

$$\varepsilon_a = -\omega_t^2 \frac{r_t}{\sqrt{a^2 - r_t^2}}. \quad (81)$$

Bild 349a zeigt den Verlauf der Schaltgeschwindigkeit und Beschleunigung.

Mit dem innen angetriebenen Malteserkreuz nach Bild 350 erreicht man gleiche Drehrichtung von An- und Abtriebswelle, wobei die Winkelbeziehung

$$\alpha - \gamma = 180^\circ \quad (82)$$

zu beachten ist. Der Treibwinkel α ist hier größer als bei außen angetriebenen Malteserkreuzen, weshalb das innen angetriebene Kreuz kleinere Schaltgeschwindigkeiten und Ruhepausen hat.

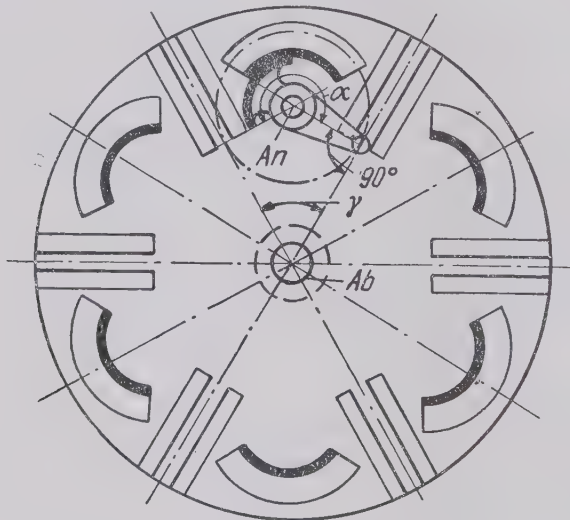


Bild 350. Innen getriebenes Malteserkreuz

Ein mit zwei Triebstöcken versehener Treiber macht zwei Schaltungen pro Treiberumdrehung, wobei die Schaltwinkel gleich oder verschieden sein können. Eine Kombination von außen und innen angetriebenem Kreuz ergibt bei verschiedenen Schaltwinkeln eine Schaltung im Pilgerschritt.

Der Treiber kann durch ein anderes zwangsläufiges Getriebe, z. B. durch die aus den Mechanismen (Bild 59 bis 63, 66, 67, 70, 71) entwickelbaren ersetzt werden, wobei der Triebstock an einem Steg- oder einem Koppelglied angebracht werden kann. Hierbei gilt die Gl. 76 zwischen Antriebskurbelwinkel und Schaltwinkel nicht mehr, auch können durch die aus der vermehrten Gliederzahl folgenden Möglichkeiten der Maßgebung zur Verringerung der größten Schaltgeschwindigkeit oder der Anfangs- und Endbeschleunigungen ausgenutzt werden.

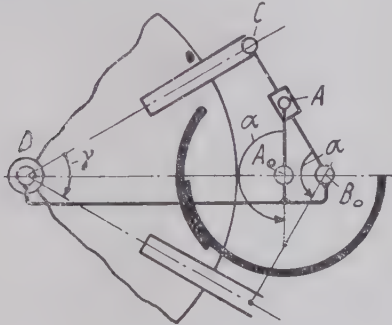


Bild 351. Umlaufende Kurbelschleife als Malteserkreuzantrieb

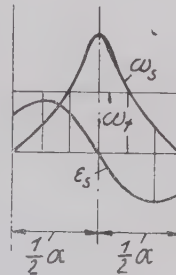


Bild 351a. Geschwindigkeits- u. Beschleunigungsdiagramm zu Bild 351

Als Beispiel hierfür ist in Bild 351 der Treiber durch eine umlaufende Kurbelschleife mit Triebstock an der Kurbel B_0C ersetzt. Bei Annahme der Wellen D und B_0 ist durch den Winkel γ der Triebstock C durch das rechtwinklige Dreieck DCB_0 mit dem Winkel $\gamma/2$ bestimmt. Die Kurbellänge A_0A wird durch die Annahme der Antriebswelle A_0 und den beliebigen Treibwinkel α festgelegt. Bild 351a ist das Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdiagramm zu Bild 351.

Ein Treiber aus dem Mechanismus (Bild 71) ist zum Antrieb des Malteserkreuzes nach Bild 352 verwendet. Am Treiber a gleitet radial ein Schieber b , der den Triebstock zum Antrieb des Schalters trägt. Derselbe oder ein anderer Triebstock wird in der festen Leitkurve f geführt, deren Gestalt den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf des Schalters bestimmt. Durch Feder und Ausschlag ist dafür zu sorgen, daß der Schieber b mit dem Triebstock die Kurve f stoßfrei betritt und verläßt.

Beginn und Ende der Schaltung ergeben mit Winkel γ und Wellenlagen A und D wie in Bild 349 die Größe des Schalters und die Anfangs- und Endlage des Schiebers b .

Um Ruckfreiheit zu erreichen, kann der Beschleunigungsverlauf ϵ_s nach einer ganzen Sinuslinie (Bild 352a) gewählt und die Gestalt der Kurve f danach bestimmt werden. Man wählt einen beliebigen Radius R (Bild 352) und streckt den

durch den Winkel γ begrenzten Bogen k in die Gerade k' , die nach dem Gesetz $R\gamma_x = r(\psi + \sin\psi)$ einzuteilen ist. Man zieht die Gerade OH unter beliebigem Winkel, macht sie zur Diagonalen eines Rechteckes mit k' als Seite und setzt $k' = \frac{1}{2}\gamma \cdot R = r \cdot \pi$, woraus sich

$$r = \frac{\gamma \cdot R}{2\pi}$$

ergibt. Die Rechteckseite $O6$ teilt man in ebensoviele gleiche Teile wie den Halbkreis um O mit dem Radius r , so daß die Teilpunkte auf $O6$ den vom Radius r zurückgelegten Winkeln ψ entsprechen. Die Ordinaten in den Teilpunkten bis zur

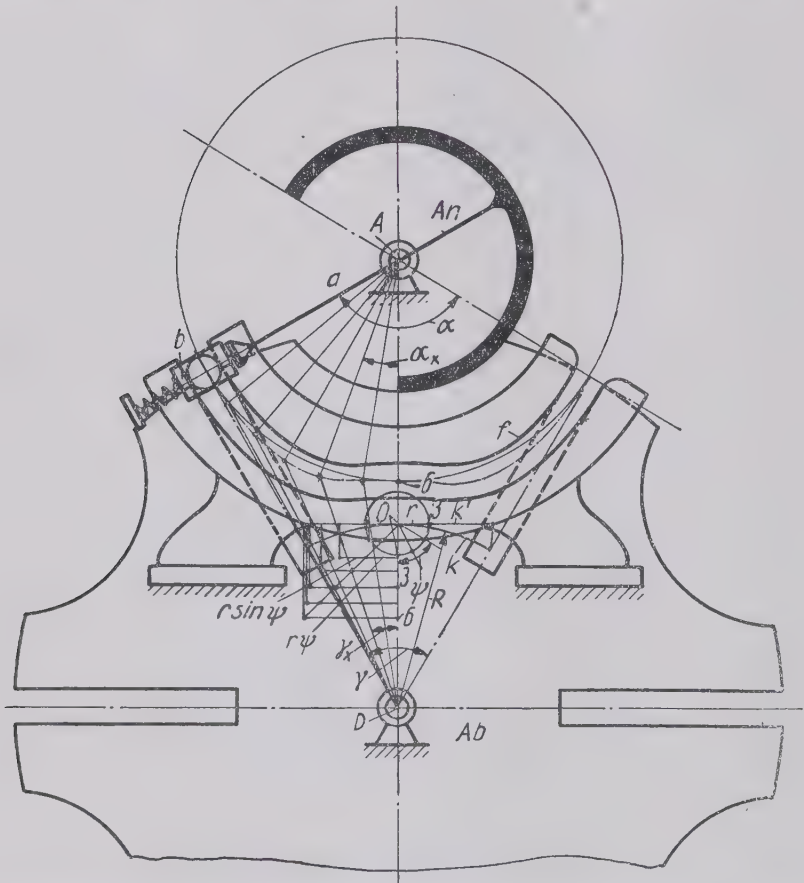


Bild 352. Stoß- und ruckfreier Malteserkreuzantrieb mit sinusförmiger Leitkurve

Geraden OH sind so die Strecken $r \cdot \psi$, weil $k' = r \cdot \pi$ gemacht wurde. Aus dem Kreis mit r sind die Strecken $r \sin\psi$ abzugreifen und zu den Strecken $r \cdot \psi$ zu addieren, womit man die Strecken $R\gamma_x$ erhält, die auf die Gerade k' gelotet und

von da auf den Bogen k aufgewickelt werden. Durch die auf k erhaltenen Teilpunkte sind von D aus die Radien zu legen, die die Lagen des Schalterschlitzes angeben. Den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ teilt man in ebensoviele gleiche Teile wie die Strecke $O6$, weil die Winkelgeschwindigkeit ω_t konstant ist. Zusammengehörige Teilradien des Winkels α und γ schneiden sich in Punkten der Leitkurve f , die somit punktweise bekannt ist und wegen der Annahme des Sinusgesetzes maschinell ohne Schablone erzeugt werden kann.

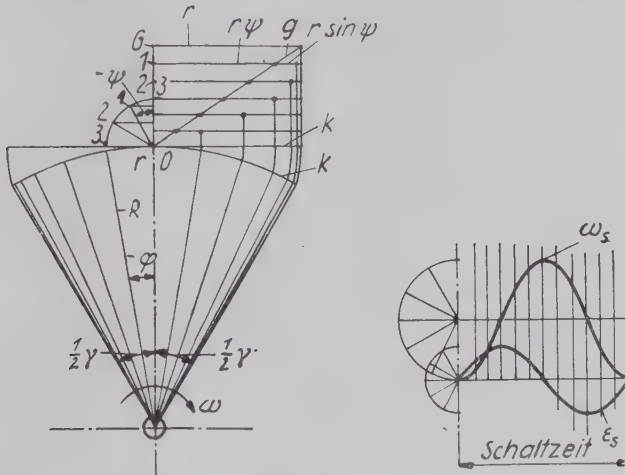


Bild 352 a. Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdiagramm
zu Bild 352

Durch Rechnung erhält man aus $\gamma_x = \frac{r}{R}(\psi + \sin \psi)$ die Winkelgeschwindigkeit $\omega_s = \frac{r}{R} \left(\frac{d\psi}{dt} + \cos \psi \frac{d\psi}{dt} \right)$ oder mit $r \cdot \pi = \frac{1}{2} \gamma R$ und, da Winkel ψ sich mit α gleichförmig ändert und somit unter Beachtung der Grenzen $\frac{\alpha_x}{\psi} = \text{konstant} = \frac{\alpha}{2\pi}$ gilt, mit $\psi = \frac{2\pi}{\alpha} \alpha_x \omega_s = \frac{2\pi}{\alpha} \cdot \frac{r}{R} \left[\frac{d\alpha_x}{dt} + \cos \left(\frac{2\pi}{\alpha} \alpha_x \right) \frac{d\alpha_x}{dt} \right]$. Da $\frac{d\alpha_x}{dt} = \omega_t$ und $\frac{r}{R} = \frac{\gamma}{2\pi}$ ist, wird

$$\omega_s = \frac{\gamma}{\alpha} \omega_t \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\alpha} \alpha_x \right) \right] \text{ und } \omega_{s \max} = 2 \frac{\gamma}{\alpha} \omega_t.$$

Die Schaltbeschleunigung ist

$$\varepsilon_s = \frac{d\omega_s}{dt} = -\frac{2\pi\gamma}{a^2} \omega_t^2 \sin\left(\frac{2\pi}{a} a_x\right).$$

und hat das Maximum bei $\alpha_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2} \right)$

mit $\varepsilon_{g \max} = -2\pi \frac{\gamma}{a^2} \cdot \omega_t^2$.

72. Sternradschaltgetriebe

Die Sternradschaltgetriebe (Bild 353) haben gegenüber den Malteserkreuzschaltgetrieben größere Treib- und Schaltwinkel, wobei die Winkelgeschwindigkeit des Schalters während des größeren Teiles der Schaltzeit wie bei einem Zahnradpaar durch eine konstante Übersetzung bestimmt ist. Die Getriebe arbeiten stoß-, aber nicht ruckfrei.

In der Ruhelage des Schalters oder Sternes ist dieser nach Bild 353 durch eine Zylindersperre gegenüber dem Treiber gesperrt. Sobald der Triebstock B in den Schlitz AB eingreift, tritt Zwangslauf ein, weshalb im gleichen Augenblick die Zylindersperre bei K den Stern freigeben muß. Während der Triebstock B sich auf dem Treiberkreis um den Winkel α_0 von B nach C bewegt, treibt er den Stern

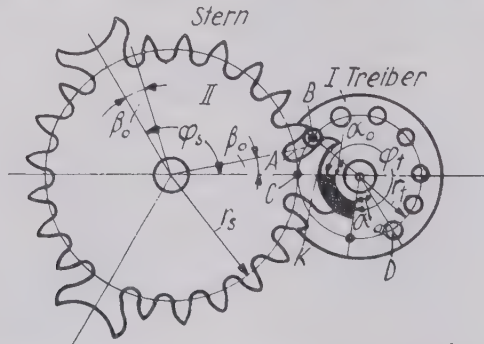


Bild 353. Sternradschaltgetriebe mit Außenantrieb

um den Winkel β_0 , so daß sich die Teilkreispunkte A und B in C treffen. Von da ab rollen die Teilkreise von Treiber und Stern aufeinander, weshalb sie als Zahnradpaar mit Triebstockverzahnung wie in Bild 353 oder mit Evolventenverzahnung auszubilden sind. Der Triebstock B bewegt sich dabei auf der Kurve AB aus dem Schlitz heraus, weshalb die Kurve AB eine von Punkt B unter Abrollung der Teilkreise beschriebene Cycloide ist. Nach dem Abrollen der Teilkreise wiederholt sich dieser Vorgang in umgekehrter Folge bis zum Eintritt der Ruhe, wobei D der treibende Triebstock ist. Es sind deshalb die Beschleunigungs- und Verzögerungswinkel α_0 und β_0 an beiden Enden des verzahnten Bogens gleich.

Mit φ_t als Treibwinkel und φ_s als Schaltwinkel wird das Verhältnis der Teilkreisradien r_t und r_s

$$i = \frac{r_s}{r_t} = \frac{\varphi_t - 2\alpha_0}{\varphi_s - 2\beta_0}. \quad (83)$$

Für den einfachen Fall, daß eine Schaltung pro Treiberumdrehung stattfindet und der Treiber nach einer Sternumdrehung wieder an derselben Stelle in den Stern angreift wie in Bild 353, gilt mit m als Zahl gleicher Schaltwinkel φ_s die Be-

ziehung $2\pi = m\varphi_s$ und am Treiber $2\pi = \varphi_t + \psi_t$ mit ψ_t als Ruhewinkel. Da m auch gleichzeitig die Zahl der Treiberumdrehungen bei einer Sternumdrehung ist, wird das Drehzahlverhältnis

$$\frac{n_s}{n_t} = \frac{1}{m}.$$

Zur Berechnung der Winkel α_o und β_o ist zu beachten, daß der Triebstock B bei Beginn der Schaltung tangential in die Cykloidenbahn eintreten muß, damit kein Stoß entsteht. Die Geschwindigkeit v_t von B steht senkrecht zum Radius $M_t B$ (Bild 354) und muß Tangente an die Cykloide sein. Da die Cykloidentangente in B zu BD mit D als Momentanpol des relativ zum Sternkreis rollenden Treiberkreises senkrecht steht, liegen die Punkte M_t, B, D in einer Geraden. $\widehat{BD}$ ist Sehne im Treiberkreis, außerdem ist wegen der Rollbewegung $\widehat{BD} = \widehat{AD}$. Wegen $\overline{M_s M_t} = \overline{M_s M_t'}$ und $\overline{M_t B} = \overline{M_t' B}$ ist auch $\widehat{BC} = \widehat{BD}$, daher Winkel $BM_t' D$ gleich α_o .

In Bild 354 wird von M_t' die Senkrechte h auf BD und von M_s aus die Senkrechte auf h gefällt.

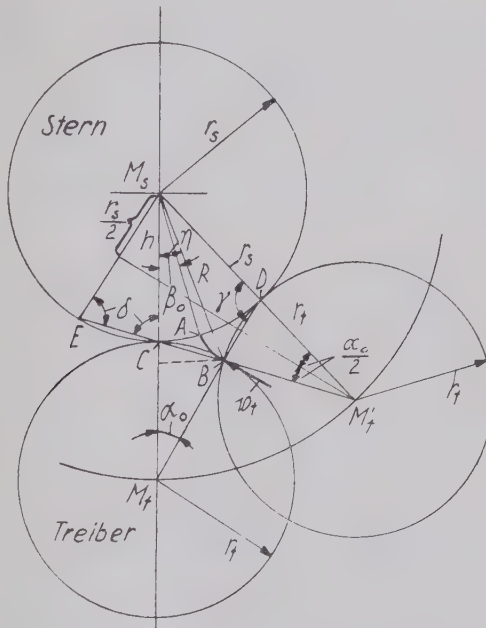


Bild 354. Ermittlung der Beschleunigungs- und Verzögerungswinkel

Bei C ist aus dem Dreieck $CM_t B$ der Winkel $\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$, bei E im gleichschenkeligen Dreieck $EM_s M_t'$ ebenfalls Winkel $\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$, weshalb Dreieck $EM_s C$ gleich-

schenklig und $M_s\bar{E} = M_s\bar{C} = r_s$ ist, also E auf dem Teilkreis r_s liegt. Aus Dreieck M_sEM_t' folgt nun $\sin \frac{\alpha_o}{2} = \frac{r_s}{2(r_s + r_t)} = \frac{i}{2(i+1)}$ oder $i = \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha_o}{2} - 1} = \frac{r_s}{r_t}$. (84)

Zur Bestimmung des Winkels β_o wird nach Bild 354 der Winkel η berechnet. Im Dreieck M_tM_sD ist

$$\frac{\overline{M_tD}}{\sin 2\eta} = \frac{r_s}{\sin \alpha_o} \text{ und mit } \overline{M_tD} = r_t + \overline{BD} = r_t + r_s \cdot \frac{r_t}{r_s + r_t} = r_t \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{r_t}{r_s}} \right)$$

$$\sin 2\eta = \sin \alpha_o \cdot \frac{r_t}{r_s} \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{r_t}{r_s}} \right),$$

woraus mit dem früheren Wert für $\frac{r_s}{r_t}$

$$\sin 2\eta = 4 \cos^3 \frac{\alpha_o}{2} - 3 \cos \frac{\alpha_o}{2}$$

folgt, wofür nach einer Regel der Trigonometrie

$$\sin 2\eta = \cos \left(3 \frac{\alpha_o}{2} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 3 \frac{\alpha_o}{2} \right)$$

getrieben werden kann, und somit

$$2\eta = \frac{\pi}{2} - 3 \frac{\alpha_o}{2}$$

sein muß.

Da nach Bild 354 $\beta_o = \frac{1}{r_s} (\widehat{CD} - \widehat{AD})$ oder $\beta_o = 2\eta - \alpha_o \cdot \frac{r_t}{r_s}$ ist, ergibt sich

$$\beta_o = \frac{\pi}{2} - 3 \frac{\alpha_o}{2} = \alpha_o \left(\frac{1}{2 \sin \frac{\alpha_o}{2}} - 1 \right),$$

$$\beta_o = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_o}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\alpha_o}{2}} \right). \quad (85)$$

Aus Gl. 83 und Gl. 84 erhält man mit Benutzung von Gl. 85

$$\varphi_t \left(1 - 2 \sin \frac{\alpha_o}{2} \right) + (\pi - \varphi_s) 2 \sin \frac{\alpha_o}{2} - 2 \alpha_o \left(2 - \sin \frac{\alpha_o}{2} \right) = 0. \quad (86)$$

Praktisch sind die Winkel φ_t , φ_s gegeben und damit der Winkel α_o aus Gl. 86 zu ermitteln, was mit Hilfe eines Nomogrammes geschehen kann oder näherungsweise bei kleinen Winkeln α_o mit $\sin \frac{\alpha_o}{2} \approx \frac{\alpha_o}{2}$. Es ist stets $\varphi_t = 2\alpha_o$. Für $\varphi_t = 2\alpha_o$

ist auch $\varphi_s = 2\beta_o$. Das Verhältnis m ist aus $m = \frac{2\pi}{\varphi_s}$ zu bestimmen. Aus α_o ist

nach Gl. 84 das Übersetzungsverhältnis i und nach Gl. 85 der Winkel β_o zu berechnen.

Der Winkel φ_t kann auch negativ sein und bedeutet dann im Gegensatz zu Bild 354 gleiche Richtung von φ_t und φ_s , also Innenverzahnung am Treiber, wobei der Stern innerhalb des Treibers liegt. Bei negativem Winkel φ_s ist der Stern innen verzahnt, wobei der Treiber innerhalb des Sternes liegt. Der Wert i wird hierbei infolge des negativen Vorzeichens von φ_t oder φ_s ebenfalls negativ. Bei $\varphi_s = 0$ wird der Stern zur Zahnstange.

Nach der von *Hoecken* durchgeführten Berechnung lassen sich die Sternradgetriebe in folgende vier Gruppen einteilen.

Gruppe	φ_s	φ_t	α_o	β_o	$i = \frac{r_s}{r_t}$	Halbmesser	Dreh-sinn	Verzahnung
I	—	+	$+180^\circ \dots + 60^\circ$	$-90^\circ \dots + 0^\circ$	$-2 \dots -\infty$	$r_s > r_t$	gleich	innen
II	+	+	$+ 60^\circ \dots + 29^\circ$	$\pm 0^\circ \dots + 17,6^\circ$	$+\infty \dots +1$	$r_s \geq r_t$	entgegen-gesetzt	außen
III	+	+	$+ 29^\circ \dots 0^\circ$	$+ 17,6^\circ \dots + 32,7^\circ$	$1 \dots 0$	$r_s \leq r_t$		außen
IV	+	—	$0^\circ \dots -180^\circ$	$+ 32,7^\circ \dots + 90^\circ$	$0 \dots -\frac{2}{2}$	$r_s < r_t$	gleich	innen

Das Verhältnis $i = \frac{r_s}{r_t}$ ist wegen der Herstellung der Verzahnung mit Hilfe eines Kettenbruches in ein angenähertes Verhältnis ganzer Zahlen zu verwandeln.

Bei Triebstockverzahnung ist nach Bild 353 mit z_t als Triebstockzahl des Treibers

$$(\varphi_t - 2\alpha_o) \cdot r_t = (z_t - 1)m \cdot \pi,$$

worin m der Modul der Verzahnung ist. Die Zähnezahls des Sternes ist $z_s = z_t - 1$. Nach Annahme von z_t ist r_t zu berechnen.

Für den Winkel $\varphi_t = -240^\circ$ und $\varphi_s = +360^\circ$ ergibt sich $\alpha_o = -60^\circ$. Dasselbe Vorzeichen für φ_t und α_o bedeutet dieselbe relative Lage (Bild 355), wie sie schon in Bild 353 bei $+\varphi_t$ und $+\alpha_o$ vorhanden war, während das negative Vorzeichen für φ_t den innen verzahnten Treiber angibt. Es wird $i = -0,5$, wobei wieder das Vorzeichen auf Innenverzahnung hinweist. Weiter ergibt sich $\beta_o = +60^\circ$ und mit der Annahme von $z_t = 5$ $m\pi/r_t = -\pi/6$, worin das Vorzeichen bedeutungslos ist. Wählt man $r_t = 6$ cm, so wird der Modul $m = 1$ cm und $r_s = 0,5 \cdot 6 = 3$ cm. Nach dieser Rechnung wird in Bild 355 die Zentrale $\overline{M_s M_t} = r_t - r_s$ mit den Teilkreisen gezeichnet, von der Zentralen aus Winkel φ_t , φ_s und hierzu Winkel α_o , β_o an beiden Schenkeln abgetragen und jeder der Teilkreise innerhalb der Winkel $\varphi_t - 2\alpha_o$, $\varphi_s - 2\beta_o$ mit der Teilung $m\pi$ eingeteilt. Nach Annahme der Triebstockdurchmesser sind die Einlaufschlitze und die Zahnflanken des Sternes zu ermitteln. Zur Zeichnung der Einlaufschlitze bringt man den ersten Triebstock (in Bild 355 mit 8 bezeichnet) in die Lage 1, wobei M_t in 1_o liegt und $1_o M_s 1$ jetzt die Zentrale ist. Aus dieser Lage wird der Teilkreis r_t auf dem Kreis r_s abgerollt, wobei der Trieb-

wenn er sich in den Schlitz hineinbewegt, weil hierbei die Geschwindigkeit des Sternes von 0 an zunimmt, während der Treiber seine konstante Geschwindigkeit besitzt. Man muß daher noch feststellen, welche Bahn der nächste Triebstock (8) gegenüber dem Stern beschreibt, wenn der erste Triebstock 8 in den Schlitz einläuft. Man muß dann den ersten Zahn so ausführen, daß der Triebstock (8) an seiner Bewegung nicht gehindert wird. Der Mittelpunkt M_t muß von M_s die Entfernung $r_t - z_s$ haben, liegt also auf einem Kreis mit der Länge der Centralen als Radius. In Bild 355 ist es zufällig der Teilkreis des Sternes, weil r_t doppelt so groß wie r_s ist. Um z. B. die Lage des Stockes (8) zu finden, wenn der Stock 8 die Lage 5 hat, schlägt man um 5 den Radius r_t , bis er in [5] den Kreis mit der Centralen um M_s schneidet. Dann schlägt man um [5] den Teilkreis r_t und trägt auf ihm von 5 aus die Teilung ab, die in (5) die zugehörige Lage des Stockes (8) angibt. Die beiden äußersten Zähne sind dementsprechend wie in Bild 355 auszuführen, während die anderen Cykloiden als Flanken erhalten, weil sie nur im Eingriff sind, wenn die Teilkreise aufeinander abrollen.

Die Zylindersperre ist so auszuführen, daß sie die Bewegung des Sternes freigibt, wenn der Triebstock in den Schlitz einläuft. Die Sperre muß deshalb mit ihrem Ende in der Centralen liegen, wenn wie in Bild 355 der Triebstock 8 auf dem Schenkel von α_0 liegt. Die Räder müssen symmetrisch sein, weil für die entgegengesetzte Drehung dasselbe gilt.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß der Treiber von einer zur anderen Ruhepause auch mehrere Umdrehungen ausführen kann, wobei der in die Schlitz eingreifende Stift seitlich von der geschlossenen Treiberverzahnung anzuordnen ist.

VIII. Schub- und Schraubentriebe

73. Geschwindigkeits- und Kräftepläne der Schubtriebe

Die in einem Schubgetriebe (Bild 356) vorhandenen Geschwindigkeiten sind wegen der Parallelbewegungen nur Verschiebegeschwindigkeiten r , die beliebig parallel zu sich verschiebbar sind. Durch ein Schiebepaar unmittelbar miteinander verbundene Glieder 1 und 2 haben eine Relativgeschwindigkeit r_2^1 (zwei gegen eins) mit Glied 1 als Bezugsglied oder $r_1^2 = -r_2^1$ mit Glied 2 als Bezugsglied, deren Lage zur Schubrichtung des Schiebepaares parallel ist. Die Relativgeschwindigkeit des Gliedes 3 gegenüber dem Glied 1 findet man durch die geometrische Summe $r_3^1 = r_2^1 + r_3^2$, die im Geschwindigkeitsplan (Bild 356a) dargestellt und zu ermitteln ist, wenn außer den Lagen der Schiebepaare die Größe und Richtung einer Geschwindigkeit gegeben ist, weil der Freiheitsgrad des Getriebes 1 ist. Allgemein müssen für die Ermittlung der Geschwindigkeiten so viele Geschwindigkeitsgrößen mit ihren Richtungen gegeben sein, wie der Freiheitsgrad des Getriebes angibt.

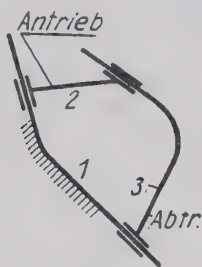


Bild 356. Dreigliedriger Schubtrieb

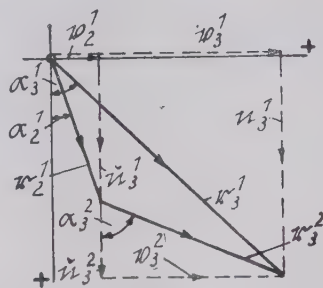


Bild 356a. Geschwindigkeitsplan zu Bild 356

Um die Geschwindigkeiten berechnen zu können, legt man in den Anfang des Geschwindigkeitsplanes ein rechtwinkliges Koordinatensystem und ersetzt die Geschwindigkeiten r durch Komponenten n und v in Richtung der Koordinatenachsen. Mit den Neigungswinkeln α ergibt sich für Bild 356 a

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = \frac{n_2^1 + n_3^2}{n_2^1} = 1 + \frac{v_3^2}{n_2^1 \operatorname{tg} \alpha_3^2} = 1 + \frac{n_3^1 \operatorname{tg} \alpha_3^1 - n_2^1 \operatorname{tg} \alpha_2^1}{n_2^1 \operatorname{tg} \alpha_3^2},$$

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3^2 - \operatorname{tg} \alpha_2^1}{\operatorname{tg} \alpha_3^2 - \operatorname{tg} \alpha_3^1} \quad (87)$$

und

$$\frac{v_3^1}{n_2^1} = \frac{n_3^1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_3^1}{n_2^1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3^2 - \operatorname{tg} \alpha_2^1}{\operatorname{tg} \alpha_3^2 - \operatorname{tg} \alpha_3^1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_3^1. \quad (88)$$

Beim Getriebe (Bild 357) mit dem Freiheitsgrad 1 erhält man bei paralleler Schubrichtung der Glieder 2 und 4 aus dem Geschwindigkeitsplan (Bild 357 a)

$$\begin{aligned} n_4^1 \operatorname{tg} \alpha_3^1 &= (n_2^1 + n_4^1) \operatorname{tg} \alpha_3^2, \\ \frac{n_4^1}{n_2^1} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_3^2}{\operatorname{tg} \alpha_3^1 - \operatorname{tg} \alpha^2}. \end{aligned} \quad (89)$$

Einen Schubtrieb mit dem Freiheitsgrad 2, bei dem Glied 2 und 4 An- und Glied 5 Abtriebsglied sind, zeigt Bild 358. Für die parallelen Schubrichtungen der Glieder 2

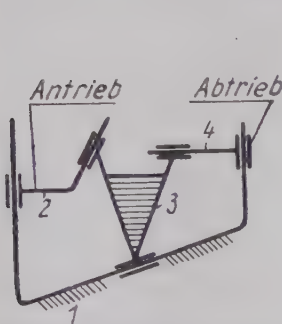


Bild 357. Viergliedriger zwangsläufiger Schubtrieb

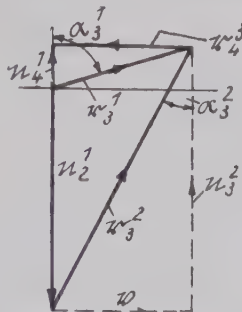


Bild 357a. Geschwindigkeitsplan zu Bild 357

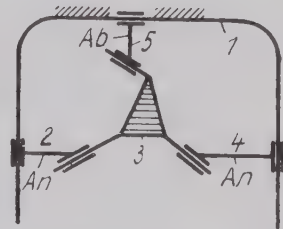


Bild 358. Fünfgliedriger Schubtrieb mit Freiheitsgrad 2

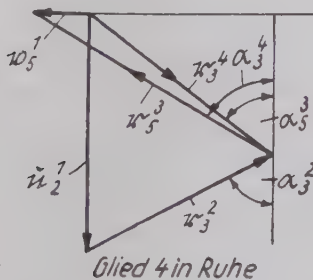


Bild 358 a. Geschwindigkeitsplan zu Bild 358 bei festgehaltenem Glied 4

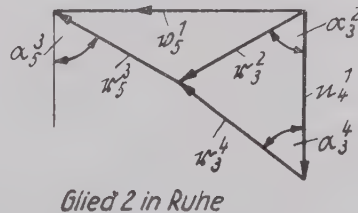


Bild 358 b. Geschwindigkeitsplan zu Bild 358 bei festgehaltenem Glied 2

und 5 am Steg und die hierzu senkrechte Schubrichtung des Gliedes 4 ergibt sich bei festgehaltenem Glied 4 der Geschwindigkeitsplan wie Bild 358 a, bei festgehaltenem Glied 2 der Geschwindigkeitsplan wie Bild 358 b. Es bedeuten v_{52}^1 die Abtriebsgeschwindigkeit bei treibendem Glied 2, v_{54}^1 diejenige bei treibendem Glied 4.

Für Bild 358 a ergibt sich als Übersetzung

$$\frac{v_{52}^1}{n_2^1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_5^3 - \operatorname{tg} \alpha_4^3}{\operatorname{tg} \alpha_3^2 + \operatorname{tg} \alpha_4^3} \operatorname{tg} \alpha_3^2, \quad (90)$$

für Bild 358b

$$\frac{v_{54}^1}{n_4^1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3^2 + \operatorname{tg} \alpha_5^3}{\operatorname{tg} \alpha_3^2 + \operatorname{tg} \alpha_4^3} \operatorname{tg} \alpha_4^3. \quad (91)$$

74. Gleichachsige Schraubentriebe

Der Schubtrieb wird zum Schraubtrieb, wenn man seine Glieder zu gleichachsigen Kreiszyindern biegt, deren gemeinsame Achse der v -Achse der Geschwindigkeitspläne parallel ist. Die Schubgeschwindigkeiten v bleiben als solche erhalten, während die dazu senkrechten Geschwindigkeiten n zu Umfangsgeschwindigkeiten der Kreiszyinder werden. Bei gleichem Durchmesser aller Zylinder bleiben auch die Steigungswinkel α erhalten. Da praktisch die entstehenden Schrauben mit verschiedenen Durchmessern ausgeführt werden müssen, ist der durch

$$v = n \operatorname{tg} \alpha \quad (92)$$

gegebene Zusammenhang der Geschwindigkeitskomponenten des ebenen Geschwindigkeitsplanes, der auch bei gleich großen Kreiszyindern gilt, durch eine der Schraube angepaßte Beziehung zu ersetzen. Die Geschwindigkeiten v und n können auch als Wege aufgefaßt werden. Mit n' als Drehwinkel und r als Zylinderradius ist dann $n = n' \cdot r$ und $v = n' \cdot r \operatorname{tg} \alpha$. Die Ganghöhe h einer Schraube ist $2\pi r \cdot \operatorname{tg} \alpha$ und somit $v = n' \cdot \frac{h}{2\pi}$.

Es sei nun n die ganze Anzahl von Umdrehungen, die eine Schraube ausführt, wenn sie sich um die Strecke v achsial verschiebt. Dann ist Winkel $n' = 2\pi \cdot n$ und somit

$$v = n \cdot h. \quad (93)$$

Die Gl. 93 wird aus Gl. 92 demnach durch Tausch von $\operatorname{tg} \alpha$ gegen die Ganghöhe h und der Bedeutung von n als Geschwindigkeit gegen die Bedeutung Umdrehungen erhalten. Wenn man jetzt aus dem Schubtrieb (Bild 356) mit dem Geschwindigkeitsplan (Bild 356a) den Schraubtrieb (Bild 82) herstellt, hat man zur Übersetzungsberechnung nur in Gl. 87 statt der Winkeltangenten die Ganghöhen einzuführen und erhält für Bild 82 als Verhältnis der Umdrehungen

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = \frac{h_3^2 - h_2^1}{h_3^2 - h_3^1}$$

und als Verhältnis der Abtriebschiebung zur Antriebsdrehung

$$\frac{v_3^1}{n_2^1} = \frac{h_3^2 - h_2^1}{h_3^2 - h_3^1} h_3^1.$$

Für Bild 83 wird daraus mit $h_2^1 = 0$ und $h_3^1 = \infty$

$$\frac{v_3^1}{n_2^1} = -h_3^2,$$

d. h. wenn die Schraube wie im Geschwindigkeitsplan (Bild 356a) rechtsgängig ist und die Umdrehungen in Richtung der positiven Komponenten n ausgeführt werden, wird die Verschiebung v negativ.

Der Schraubentrieb (Bild 359) entsteht aus dem Schubtrieb (Bild 357) und übersetzt eine Antriebsdrehung in eine Abtriebsdrehung. Mit den Steigungsrichtungen in Bild 357 und 357a erhält man aus Gl. 89 für den Schraubentrieb (Bild 359)

$$\frac{n_4^1}{n_2^1} = \frac{h_3^2}{h_3^1 - h_3^2}.$$

Der Schubtrieb (Bild 358) kann in den Schraubentrieb (Bild 87) verwandelt werden, den man zur Grob- und Feineinstellung des Gliedes 5 benutzen kann. Für das festgehaltene Glied 4 ergibt sich für die Feineinstellung an Glied 2 aus Gl. 90

$$\frac{v_{52}^1}{n_2^1} = \frac{h_5^3 - h_4^3}{h_3^2 + h_4^3} h_3^2$$

und aus Gl. 91 für die Grobeinstellung an Glied 4 bei festgehaltenem Glied 2

$$\frac{v_{54}^1}{n_4^1} = \frac{h_3^2 + h_5^3}{h_3^2 + h_4^3} h_4^3.$$

Der Zusammenhang zwischen Schrauben- und Schubtrieb erlaubt den einfacheren Entwurf und die übersichtlichere Berechnung des Schraubentriebes an Hand des ihm zugrundeliegenden Schubtriebes.

75. Nichtgleichachsige Schraubentriebe

Aus den Schubtrieben können auch nichtgleichachsige Schraubentriebe (Bild 360) mit parallelen Achsen entwickelt werden, deren Schrauben Schraubenräder, d. h. Stirnräder mit schraubenförmig verlaufenden Zähnen sind. Bild 360 entsteht aus dem Schubtrieb (Bild 356) durch zum Teil entgegengesetzte Biegung der Glieder zu Zylindern. Dadurch entstehen in Bild 360 an Rad 2 und 3 zwar gleich große, jedoch entgegengesetzte Steigungswinkel α statt des einen Winkels α_3^2 in Bild 356a. Bei nichtgleichachsigen Schraubentrieben muß deshalb unterschieden werden zwischen dem Winkel α_3^2 des Rades 3 an der Berührungsstelle mit Rad 2 und dem Winkel α_2^3 des Rades 2 an der Berührungsstelle mit Rad 3 bei $\alpha_3^2 = -\alpha_2^3$. Während bei den gleichachsigen Schraubentrieben die Ganghöhen h von sich berührenden Gliedern 2 und 3 als Schraube und Mutter wegen der gleichen Durchmesser gleich sind, sind sie hier bei verschiedenen Durchmessern der Schrauben 2 und 3 (Bild 360) verschieden. Man muß daher auch zwischen Ganghöhe h_3^2 des Rades 2 für den Eingriff in Rad 2 und h_2^3 des Rades 2 für den Eingriff in Rad 3 unterscheiden.

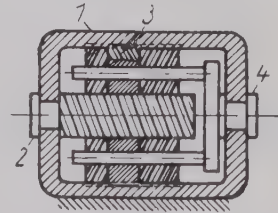


Bild 359. Gleichachsiger Schraubentrieb aus dem Schubtrieb (Bild 357)

In Gl. 87 und 88 für Bild 356a stehen im Zähler die Winkel für Glied 2, im Nenner diejenigen für Glied 3, weshalb man hieraus unter Beachtung der entgegengesetzten Steigungsrichtung h_3^2 in Bild 360 gegenüber der in Bild 356a für Bild 360 aus Gl. 87 und Gl. 88 die Übersetzungen

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = -\frac{h_2^3}{h_3^1 + h_3^2} \quad \text{und} \quad \frac{v_3^1}{v_2^1} = -\frac{h_2^3}{h_3^1 + h_3^2} \cdot h_3^1$$

erhält. Für $h_3^1 = 0$ entsteht aus Bild 360 ein schräg verzahntes Stirnradvorgelege mit

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = -\frac{h_2^3}{h_3^2} = -\frac{2\pi r_2^3 \operatorname{tg} \alpha_2^3}{2\pi r_3^2 \operatorname{tg} \alpha_3^2} = -\frac{r_2^3}{r_3^2}.$$

Man kann auch am Schraubentrieb (Bild 360) mit Hilfe des Geschwindigkeitsplanes (Bild 360a) unmittelbar die Steigungswinkel und deren Richtungen bestimmen. In

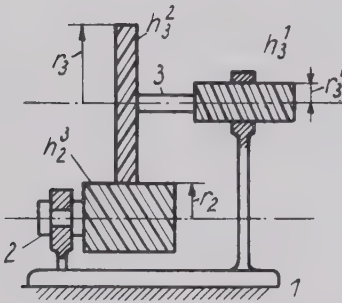


Bild 360. Nichtgleichachsiger Schraubentrieb aus dem Schubtrieb (Bild 356)

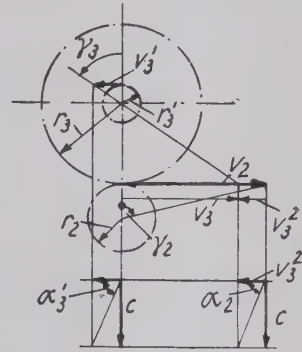


Bild 360a. Geschwindigkeitsplan zu Bild 360

Bild 360a sind die Teilkreise der Räder dargestellt, die Winkelgeschwindigkeiten ω_2 und ω_3 der Räder 2 und 3 beliebig angenommen und nach $\omega = \operatorname{tg} \gamma$, $\omega_3 = \operatorname{tg} \gamma_3$ die Winkel γ_2 , γ_3 berechnet und entsprechend den Drehrichtungen eingezeichnet. Hierdurch ergeben sich die Umfangsgeschwindigkeiten v_3' des Radkörpers 3 am Radius r_3' , v_3 am Radius r_3 , die Umfangsgeschwindigkeit v_2 des Rades 2 und die Relativgeschwindigkeit v_3^2 des Rades 3 gegen Rad 2 in der Teilkreisebene. Wegen der schraubenförmigen Zähne und der Schraubenverbindung des Körpers 3 mit Glied 1 macht der Körper 3 gleichzeitig eine achsiale Verschiebung mit der Geschwindigkeit c , die beliebig angenommen werden kann und im Grundriß (Bild 360a) dargestellt wird.

Aus den Geschwindigkeiten v und c ergeben sich die Steigungswinkel nach $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{c}{v_3^2}$, $\operatorname{tg} \alpha_3' = \frac{c}{v_3}$. Hiermit ergibt sich die vorige Beziehung nach

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = \frac{v_3}{r_3} \cdot \frac{r_2}{v_2} = \frac{v_3' \cdot r_2}{r_3' (v_3 + v_3^2)} = \frac{c}{r_3' \operatorname{tg} \alpha_3'} \cdot \frac{r_2}{\frac{v_3'}{r_3'} r_3 + \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha_2}}$$

und mit $v_3' = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha_3'}$

$$\frac{n_3^1}{n_2^1} = \frac{r_2 \operatorname{tg} \alpha_2}{r_3 \operatorname{tg} \alpha_2 + r_3' \operatorname{tg} \alpha_3'} = \frac{h_2^3}{h_3^2 + h_3^1}.$$

Am Schraubentrieb (Bild 88), der durch Antrieb an Glied 4 Welle 5 relativ gegen Welle 2 verstellt, wird zur Bestimmung der Verdrehung der Welle 5 Welle 2 als festgehalten angenommen.

Es sei der Verdrehungswinkel γ_5 zu berechnen, der durch eine Drehung des Gliedes 4 um den Winkel γ_4 verursacht wird. Man betrachtet die Winkel γ_4 , γ_5 (Bild 361) als Ausdrücke

entsprechender Winkelgeschwindigkeiten, erhält hierdurch mit den bekannten Teilkreisen die Geschwindigkeiten v und nimmt im Grundriß die Verschiebgeschwindigkeit c beliebig an, nach der sich die Steigungswinkel der Räder und Schraube richten. Man erhält aus Bild 361 die Beziehungen

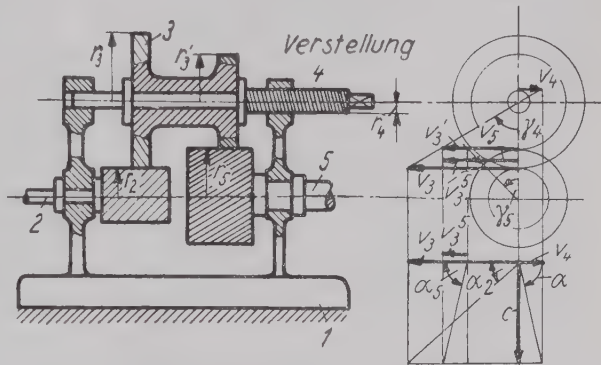


Bild 361. Geschwindigkeitsplan zum Schraubentrieb (Bild 88) bei festgehaltenem Glied 2

$$v_3' = v_5 + v_5^5; \quad v_5 = \omega_5 r_5; \quad v_3' = v_3 \frac{r_3'}{r_3}; \quad v_3 = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha_2}; \quad v_5^5 = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha_5}$$

also

$$c \left(\frac{r_3'}{r_3} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_5} \right) = \omega_5 r_5$$

und mit $c = \omega_4 r_4 \operatorname{tg} \alpha_4$

$$\omega_5 = \omega_4 \frac{r_4}{r_5} \operatorname{tg} \alpha_4 \left(\frac{r_3'}{r_3} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_5} \right).$$

Statt ω_5 und ω_4 sind die Winkel γ_5 und γ_4 einzusetzen.

Diese Beziehung läßt sich durch die Ganghöhen ausdrücken, wenn $2\pi r_5 \operatorname{tg} \alpha_5 = h_5^3$; $2\pi r_3 \operatorname{tg} \alpha_2 = h_3^2$; $2\pi r_4 \operatorname{tg} \alpha_4 = h_4^1$; $2\pi r_3' \operatorname{tg} \alpha_5 = h_3^5$; $2\pi r_5 \operatorname{tg} \alpha_5 = h_5^3$ gesetzt wird, nach

$$\gamma_5 = \gamma_4 \frac{h_4^1}{h_5^3} \left(\frac{h_3^5}{h_3^2} - 1 \right).$$

IX. Sphärische Getriebe

76. Die Winkelgeschwindigkeit als linienflüchtiger Vektor

In Bild 150 wurde die Winkelgeschwindigkeit als Vektor u definiert, der in der Drehachse so abzutragen ist, daß man eine Rechtsdrehung sieht, wenn man die bewegte Ebene entgegengesetzt der Pfeilrichtung von u betrachtet. Der Zahlenwert von u wurde mit ω bezeichnet.

An der Bedeutung von u ändert sich nichts, wenn wie in dem perspektivischen Bild 362 u bei P' und nicht bei P wie in Bild 150 abgetragen wird, voraus-

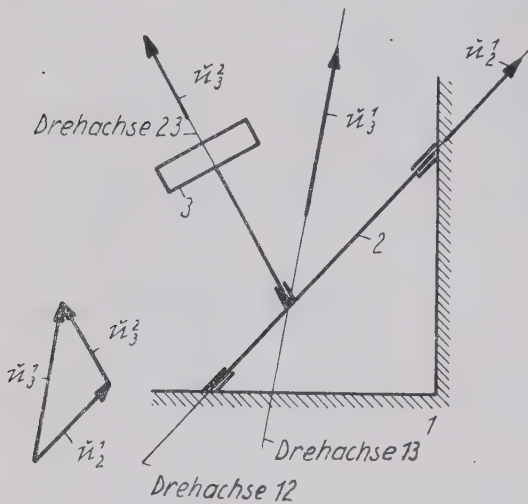


Bild 362. Winkelgeschwindigkeit als Vektor

gesetzt, daß Größe und Richtung von u nicht geändert wird und P' ebenfalls in der Drehachse, also der Senkrechten auf der bewegten Ebene in P , liegt. u bedeutet auch bei P' eine Drehung der Ebene um die Achse PP' mit derselben Geschwindigkeit in derselben Richtung, wie wenn u bei P abgetragen wird. Der Vektor u kann somit beliebig in der Drehachse verschoben werden und ist deshalb wie die Kraft ein linienflüchtiger Vektor. Da nach Bild 386 $v = \omega \cdot r \cdot \sin \alpha$ ist und v senkrecht auf der Ebene durch u und r steht, kann v als äußeres Produkt aus u und r dargestellt werden nach

$v = [u(-r)] = [ru]$. Der Bezugspunkt für dieses äußere Produkt ist der Punkt der Ebene, der die Geschwindigkeit v besitzt.

In Bild 363 ist an einem ruhenden Körper 1 ein Körper 2 drehbar gelagert, der sich mit der Winkelgeschwindigkeit u_2^1 gegenüber dem ruhenden Körper drehen soll. Ein anderer Körper 3 ist am Körper 2 drehbar gelagert und soll gegenüber dem Körper 2 die Winkelgeschwindigkeit u_3^2 besitzen. Da der Körper 3 sich mit dem Körper 2 dreht, besitzt er auch die Winkelgeschwindigkeit u_2^1 . Nach den Rechenregeln für Vektoren muß die vom Körper 1 aus gesehene Winkelgeschwindigkeit des Körpers 3 die geometrische Summe aus seinen beiden Winkelgeschwindigkeiten u_2^1 und u_3^2 sein, also die Gleichung gelten $u_3^1 = u_2^1 + u_3^2$. Da die Winkelgeschwindigkeit in der Drehachse liegt, gibt u_3^1 auch die Drehachse an, um die sich momentan

der Körper 3 vom Körper 1 aus gesehen dreht. Diese momentane Drehachse der in Bild 363 dargestellten räumlichen Bewegung entspricht dem Momentanpol der ebenen Bewegung. Auch bei der ebenen Bewegung hat man sich im Raum an Stelle des Momentanpoles eine momentane Drehachse vorzustellen. Der Unterschied ist nur der, daß bei der ebenen Bewegung alle Drehachsen auf der ruhenden Ebene senkrecht stehen und deshalb parallel sind, während sie bei der räumlichen Bewegung gegeneinander geneigt sind.

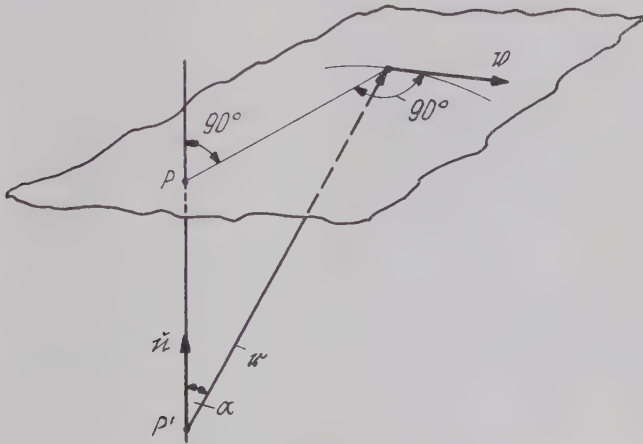


Bild 363. Resultierende Drehbewegung

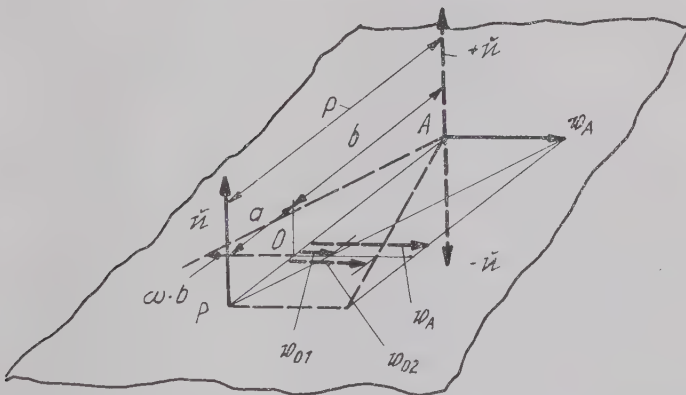


Bild 364. Ersatz einer Drehung durch Drehung und Verschiebung

Die in Bild 364 dargestellte Ebene hat momentan die Winkelgeschwindigkeit ω . Ihr Punkt A hat dabei die Geschwindigkeit v_A . Wir bringen an A zwei gleich große entgegengesetzte Vektoren $\mathbf{u}$ an, die zum Unterschied von $\mathbf{u}$ mit $+\mathbf{u}$ und $-\mathbf{u}$ bezeichnet sind. Das Anbringen dieser Vektoren ist erlaubt, weil sie die resultierende

Wir haben bis jetzt gesehen, daß Winkelgeschwindigkeiten Vektoren sind, als solche, wenn sie an demselben Körper vorhanden sind, sich zur Resultierenden vereinigen lassen, linienflüchtig sind, Drehpaare bilden können, die als Resultat eine Translationsgeschwindigkeit in derselben Weise bilden, wie ein Kräftepaar einen Momentenvektor bildet. Der Translationsgeschwindigkeitsvektor ist wie der Vektor eines Kräftepaares in seiner Geraden und parallel zu sich verschiebbar, weil alle Punkte eines Körpers dieselbe Translationsgeschwindigkeit haben. Nach

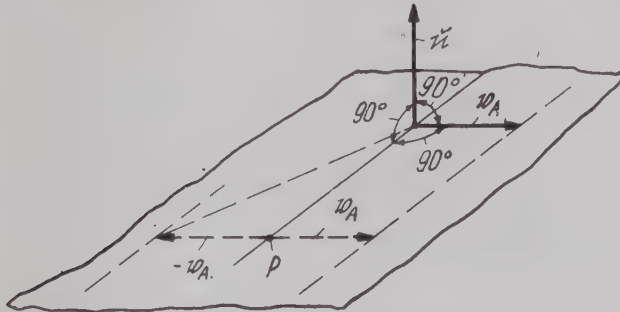


Bild 366. Ebene Bewegung, dargestellt durch Winkel- und Verschiebegeschwindigkeit

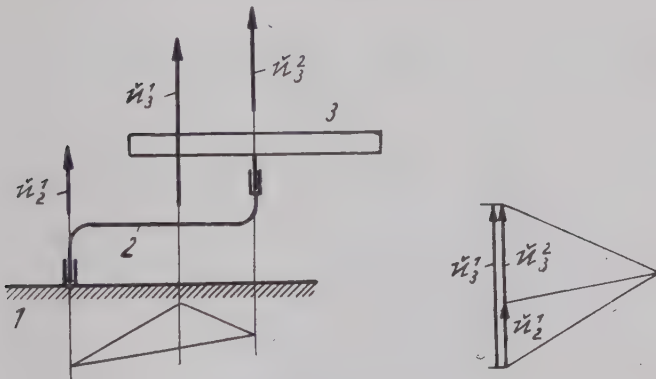


Bild 367. Seileck zur Ermittlung der resultierenden Winkelgeschwindigkeit

diesen Feststellungen hat der Winkelgeschwindigkeitsvektor dieselben Eigenschaften wie ein Kraftvektor und kann wie dieser besonders auch nach den Verfahren der graphischen Statik behandelt werden. Wenn also z. B. an einem Körper verschiedene Winkelgeschwindigkeiten gegeben sind, kann die Resultierende mit Hilfe des Seilecks gefunden werden.

Als Beispiel ist in Bild 367 eine Vorrichtung dargestellt, bei der eine Lagerung 2 mit $\vec{\omega}_2^1$ gegenüber einem Fundament 1 und in der Lagerung ein Körper 3 mit $\vec{\omega}_3^2$

rotiert. Der Körper 3 hat die Winkelgeschwindigkeit u_2^1 , weil er sich mit der Lagerung herumbewegt und gleichzeitig noch u_3^2 , weil er sich auch in der Lagerung dreht. Das Seileck und der zugehörige Kräfteplan ergeben Größe und Lage der resultierenden Winkelgeschwindigkeit u_3^1 , mit der sich der Körper 3 momentan gegenüber dem Körper 1 bewegt.

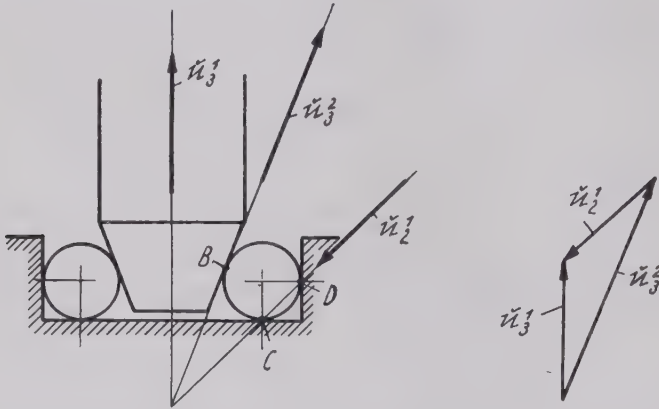


Bild 368. Ermittlung eines Wellenendes für rollende Lagerung

In Bild 368 ist eine auf einem Stützkugellager gelagerte senkrechte Welle mit der Winkelgeschwindigkeit u_2^1 dargestellt. An ihrem Berührungspunkt B mit einer Kugel hat sie, da Kugeln und Welle aufeinander abrollen sollen, dieselbe Geschwindigkeit wie die Kugeln. Die Bewegung der Welle gegenüber den Kugeln kann daher nur in einer Drehung um eine durch B gehende Achse bestehen. Die Kugeln sollen in ihrem Laufring rollen und nicht gleiten, weshalb sie sich gegenüber dem ruhenden Laufring um eine durch die Berührungspunkte C und D gehende Achse drehen müssen. Man kann die ganze Vorrichtung so betrachten, als ob sich die Welle mit den Kugeln, also der Winkelgeschwindigkeit u_2^1 und außerdem mit der Winkelgeschwindigkeit u_3^2 gegenüber den Kugeln drehen würde. Ihre vom ruhenden Ring aus gesehene Winkelgeschwindigkeit muß die Resultierende aus u_2^1 und u_3^2 sein, also $u_3^1 = u_2^1 + u_3^2$ gelten. Das ist bei Winkelgeschwindigkeiten wie bei Kräften dann der Fall, wenn im Vektorendreieck u_3^1 die Summe der beiden anderen Seiten ist und sich außerdem die Geraden durch die 3 Vektoren in einem Punkt schneiden. Der Schnittpunkt ist durch die Wellenachse und die Gerade durch C und D bekannt. Die Gerade durch die Winkelgeschwindigkeit u_3^2 muß die Tangente an die Kugeln sein, so daß die 3 Richtungen im Geschwindigkeitsdreieck oder Geschwindigkeitsparallelogramm bekannt sind. Damit ist die Konstruktion der Welle gegeben. Die Größen der Winkelgeschwindigkeiten finden sich mit Hilfe der bekannten Winkelgeschwindigkeit u_2^1 .

77. Kegelräder

Zwei Körper sollen sich gegenüber einem dritten, z. B. ruhenden Körper mit den konstanten Winkelgeschwindigkeiten ω_2^1 und ω_3^1 um Achsen drehen, die sich schneiden.

In Bild 369 sind die gegebenen Winkelgeschwindigkeitsvektoren gezeichnet, die auch gleichzeitig die Drehachsen angeben. Da man z. B. die Winkelgeschwindig-

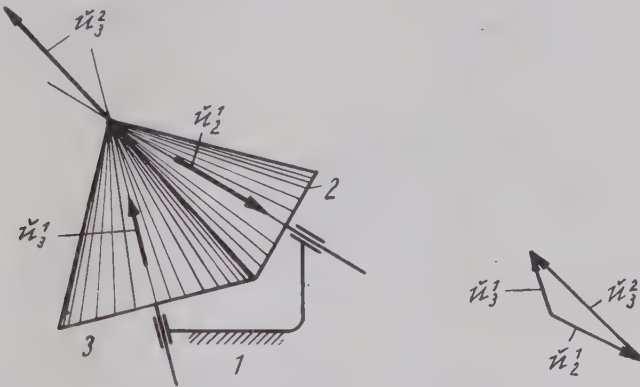


Bild 369. Außen berührendes rollendes Kegelpaar

keit ω_3^1 des Körpers 3 sich so entstanden denken kann, daß er sich mit dem Körper 2 zusammen mit ω_2^1 um die Drehachse des Körpers 2 dreht und außerdem noch die Winkelgeschwindigkeit ω_3^2 gegenüber dem Körper 2 besitzt, kann man die Winkelgeschwindigkeit ω_3^1 als Resultierende aus ω_2^1 und ω_3^2 nach $\omega_3^1 = \omega_2^1 + \omega_3^2$ auffassen. Die Gleichung gestattet ω_3^2 aus dem Vektordreieck zu finden, wenn ω_3^1 und ω_2^1 bekannt sind, Vektor ω_3^2 muß, weil ein Vektor nur aus solchen Komponenten gebildet werden kann, die zu demselben Punkt gehören, durch den Schnittpunkt von ω_2^1 und ω_3^1 gehen. Da ω_2^1 und ω_3^1 konstante Vektoren sind, bleiben die zugehörigen Drehachsen und deshalb auch die durch ω_3^2 bestimmte Drehachse unveränderlich. Der Körper 3 bewegt sich deshalb gegenüber dem Körper 2 so, daß er sich dauernd um die Achse durch ω_3^2 dreht. Diese Drehachse ist von den Körpern 2 und 3 aus betrachtet eine momentane Drehachse, bleibt aber vom Körper 1 aus gesehen immer an derselben Stelle, weil auch die beiden anderen Drehachsen ihre Lage gegenüber dem Körper 1 nicht ändern.

Bei der Betrachtung des Momentanpols haben wir früher festgestellt, daß die Bewegung des einen Körpers gegenüber dem anderen ein Abrollen am Momentanpol ist. Bei der momentanen Drehachse ist es nicht anders, da alle ihre Punkte Momentanpole sind. Der Körper 3 (Bild 369) rollt daher in der Achse durch ω_3^2 auf dem Körper 2, weshalb die Querschnitte beider Körper wegen der Unveränderlichkeit der Achsen gegenüber Körper 1 senkrecht zu den Drehachsen Kreise sind, die sich

auf der Drehachse u_3^2 berühren. Für jedes Paar solcher Kreise gilt das Geschwindigkeitsdreieck (Bild 369). Damit die Körperquerschnitte Kreise sind, die sich auf u_3^2 berühren und aufeinander abrollen, müssen die beiden Körper Kreiskegel sein mit u_2^1 und u_3^1 als Kegelachsen und u_3^2 als Mantellinie. Die Kegelspitzen fallen im Schnittpunkt der 3 Drehachsen zusammen.

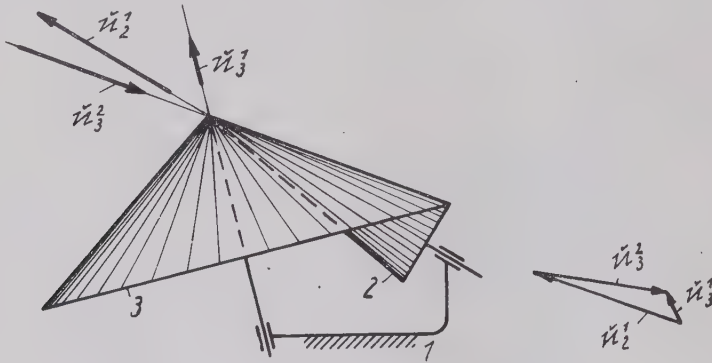


Bild 370. Innen berührendes rollendes Kegelpaar

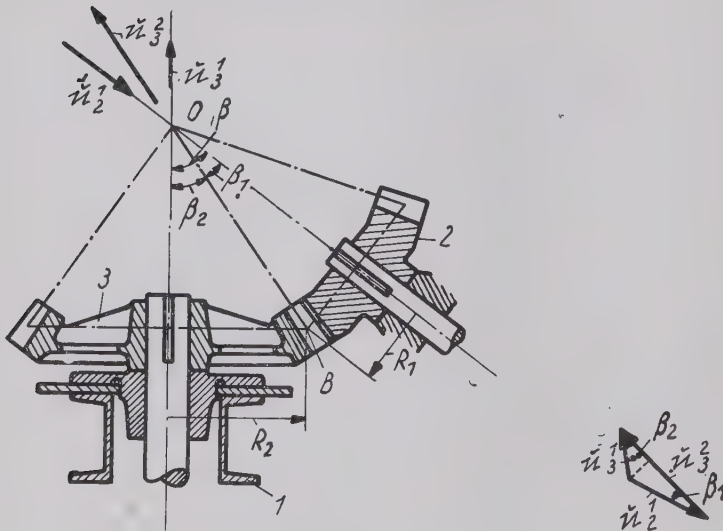


Bild 371. Kegelräderpaar

Die Lage, Richtung und Größe der gegebenen Winkelgeschwindigkeiten ergibt die dritte Achse und Winkelgeschwindigkeit und bestimmt die Gestalt der beiden Kreiskegel so, daß sie entweder wie in Bild 369 außen oder wie in Bild 370 innen aufeinander abrollen.

Man kann die in Bild 369 und 370 gefundenen Kreiskegel in Wirklichkeit ausführen und zur Übertragung der Drehbewegung von einer Welle auf die andere benutzen, indem man die beiden Kegel aneinander drückt und so als Reibräder laufen läßt.

Zur Übertragung größerer Kräfte wird durch Ausführung von Zähnen Formscluß hergestellt, wobei die Zahnflanken so zu gestalten sind, daß sich die Körper wie die Kreiskegel in Bild 369 und 370 bewegen. Auf diese Weise erhält man die Kegelräder (Bild 371), bei denen die strichpunktierten Teilrißkegel aufeinander abrollen. Mit den gegebenen Winkelgeschwindigkeiten u_2^1 und u_3^1 und dem bekannten

Achsenwinkel β ergibt sich $\sin \beta_1 \cdot \omega_2^1 = \sin \beta_2 \cdot \omega_3^1$, Übersetzungsverhältnis $i = \frac{\omega_2^1}{\omega_3^1}$
 $= \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1}$. Mit $\beta_2 = \beta - \beta_1$ wird daraus $\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\sin \beta}{i + \cos \beta}$ und mit $\beta_1 = \beta - \beta_2$ $\operatorname{tg} \beta_2 =$
 $\frac{\sin \beta}{\frac{1}{i} + \cos \beta}$.

78. Kegelradgetriebe

Man unterscheidet Kegelradstandgetriebe, die einen feststehenden Steg haben, und Kegelradumlaufgetriebe, bei denen sich auch der Steg dreht.

Bild 372 zeigt ein gleichachsiges doppeltes Kegelradvorgelege, bei dem die Lagen der Räderachsen gegeben sind und ein bestimmtes Übersetzungsverhältnis $\frac{\omega_1}{\omega_3}$ hergestellt werden soll. Die Winkelgeschwindigkeiten u_1 und u_3 der Räder 1 und 3 sind gegeben. Die miteinander fest verbundenen Räder 2 und 2' haben eine Winkelgeschwindigkeit u_2 , die in ihrer Drehachse gegenüber dem Steg liegt. Man kann sich u_2 dadurch entstanden denken, daß Rad 2 sich mit Rad 1 dreht und so die Winkelgeschwindigkeit u_1 besitzt, und daß es sich außerdem noch gegenüber Rad 1 mit der Winkelgeschwindigkeit u_2^1 um die momentane Drehachse c_{12} dreht. Daher gilt $u_2 = u_1 + u_2^1$. Die drei Drehachsen, in denen diese Winkelgeschwindigkeiten liegen, müssen sich nach Bild 371 in der Kegelspitze 0 schneiden. Da die Winkelgeschwindigkeit u_2 auch zu Rad 2' gehört, muß sie auch die geometrische Summe aus der Winkelgeschwindigkeit des Rades 3 und der relativen Winkelgeschwindigkeit in der momentanen Drehachse c_{23} sein, also auch $u_2 = u_3 + u_2^3$ gelten. Man trägt nun im Winkelgeschwindigkeits- oder Drehzahlplan die gegebenen Geschwindigkeiten u_1 und u_3 , sowie die bekannte Achse c_2 von u_2 von einem Anfangspunkt A aus an. Die geometrischen Summen für u_2 müssen in demselben Punkt auf der Achse c_2 endigen. Man kann diesen Punkt, also die Größe und Richtung von u_2 beliebig auf c_2 wählen und so leicht alle möglichen passenden Räder finden. Das Zeichnen der geometrischen Summen ergibt dann u_2^1 und u_2^3 und damit die Achsen c_{12}

und $c_{2'3}$. Da sich beim gleichachsigen Getriebe sämtliche Drehachsen in dem Punkt 0 schneiden, kann man jetzt durch 0 die Achsen c_{12} und $c_{2'3}$ ziehen und hat damit die Begrenzungen der Kegelräder.

Die Berechnung der Spitzenwinkel aus den Achsenwinkeln β und $180 - \beta$ ergibt

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_1 &= \frac{\sin \beta}{\frac{\omega_1}{\omega_2} + \cos \beta}; \quad \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\sin \beta}{\frac{\omega_2}{\omega_1} + \cos \beta}; \\ \operatorname{tg} \beta_2' &= \frac{\sin \beta}{\frac{\omega_2}{\omega_3} - \cos \beta}; \quad \operatorname{tg} \beta_3 = \frac{\sin \beta}{\frac{\omega_3}{\omega_2} - \cos \beta}. \end{aligned}$$

Ein Kegelradumlaufgetriebe läßt sich aus dem Getriebe (Bild 372) dadurch herstellen, daß der Steg s drehbar gemacht und zwangsläufig angetrieben wird. Das so entstehende Getriebe heißt ein rückkehrendes Umlaufgetriebe zum Unterschied von anderen, bei denen die Räder 2' und 3 fehlen. Macht man die Räder 2 und 2' gleich, dann entstehen die einfachen Umlaufgetriebe nach Bild 373 und 375.

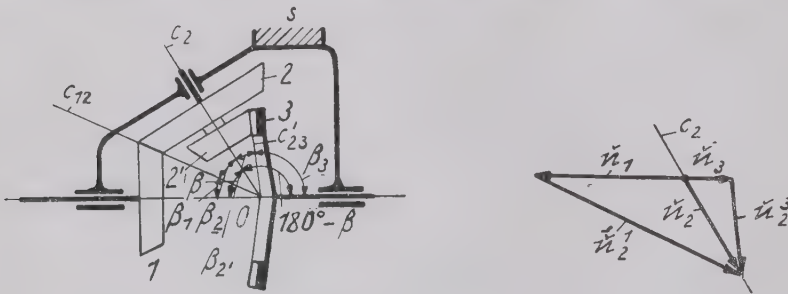


Bild 372. Kegelradstandgetriebe mit zwei Vorgelegten

In Bild 373 sind die Räder 1 und 3 verschieden. Man erhält dieses Getriebe, wenn die Winkelgeschwindigkeiten u_1 , u_3 , u_s gegeben sind, durch die Überlegung, daß sich die Winkelgeschwindigkeit u_2 des Rades 2 als geometrische Summe aus u_s und u_2^s , ferner als geometrische Summe aus u_1 und u_2^1 und außerdem aus u_3 und u_2^3 ergeben muß. Daher gilt die Bedingung $u_2 = u_s + u_2^s = u_1 + u_2^1 = u_3 + u_2^3$. Man trägt nun nach Bild 374 von einem Anfangspunkt A aus die gegebenen Winkelgeschwindigkeiten u_1 , u_3 , u_s ab und hat noch die Möglichkeit, eine Drehachse zu wählen. Praktisch wählt man wohl gewöhnlich die Drehachse des Rades 2 im Steg, so daß die Lage von u_2^s gegeben ist. Man zieht eine Parallele zur Lage von u_2^s durch das Ende von u_s im Drehzahlplan (Bild 374) und hat damit nach obiger Gleichung einen geometrischen Ort, auf dem die oben angegebenen Summen in einem Punkt endigen müssen. Diesen Endpunkt der geometrischen Summen und von u_2 findet man aus der Tatsache, daß u_2^1 und u_2^3 mit u_2^s nach Bild 373 den-

selben Winkel β_2 bilden müssen. Man fällt in Bild 374 von B die Senkrechte auf u_2^s und macht $\overline{BC} = \overline{CD}$. Hierauf legt man die Gerade DE durch den Endpunkt von u_3 und erhält in F die Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks BEF . Die Dreieckseiten BE und EF sind die Winkelgeschwindigkeiten u_2^1 und u_2^3 , die Winkelhalbierende ist u_2^s , denn die erhaltenen Vektoren ergeben nach obiger Gleichung paarweise die Summe u_2 und u_2^1 und u_2 und u_2^3 bilden mit u_2^s die Winkel β_2 .

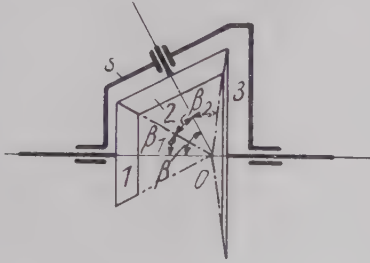


Bild 373. Kegelradstandgetriebe mit Zwischenrad

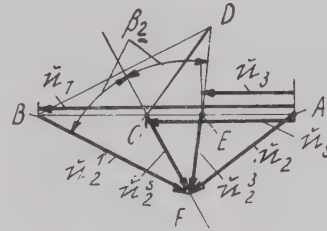


Bild 374. Winkelgeschwindigkeitsplan zu Bild 373

Eine Gleichung für die Berechnung von β_1 und β_2 , wenn ω_1 , ω_3 , ω_s gegeben sind, ergibt sich aus Bild 374 nach

$$\begin{aligned}\omega_1 - \omega_2^1 \cos \beta_1 &= \omega_s - \omega_2^s \cos \beta = \omega_3 + \omega_2^3 \cos [180 - (2\beta - \beta_1)]; \\ \omega_2^1 \sin \beta_1 &= \omega_2^s \sin \beta = \omega_2^3 \sin [180 - (2\beta - \beta_1)].\end{aligned}$$

Durch schrittweises Eliminieren der unbekannten Winkelgeschwindigkeiten erhält man damit

$$\frac{\omega_s - \omega_1}{\cos \beta - \sin \beta} = \frac{\omega_s - \omega_3}{\cos \beta - \sin \beta} \cdot \frac{\text{tg } \beta_1}{\text{tg } (2\beta - \beta_1)}.$$

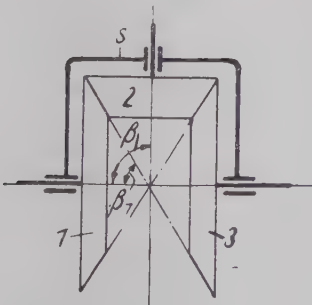


Bild 375. Rechtwinkliges Kegelradumlaufgetriebe

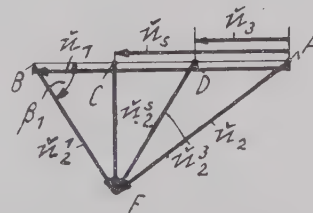


Bild 376. Winkelgeschwindigkeitsplan zu Bild 375

In Bild 375 ist $\beta = 90^\circ$, woraus Gleichheit der Räder 1 und 3 folgt. Da jetzt in Bild 376 u_2^s auf u_s senkrecht steht, kann außer u_s nur noch u_1 oder u_3 gewählt

werden. Wenn z. B. u_s und u_1 gegeben sind, ist $\omega_1 - \omega_s = \overline{BC}$ die Hälfte der Basis des gleichschenkligen Dreiecks BDF , also der Punkt D und damit ω_3 bestimmt. β_1 kann ganz beliebig gewählt werden, weil ω_3 nur von ω_s und ω_1 abhängt. Bild 376 zeigt bereits, daß $\omega_1 - \omega_s = \omega_s - \omega_3$ oder $\omega_s = \frac{\omega_1 + \omega_3}{2}$ ist,

dieses Getriebe also ein Differentialgetriebe darstellt und bei gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω_s die Winkelgeschwindigkeit ω_3 um ebensoviel abnimmt, wie ω_1 zunimmt oder umgekehrt. Für $\omega_1 = 0$ ist $\omega_3 = 2\omega_s$ oder $\omega_s = \frac{\omega_3}{2}$.

Eine Anwendung des Kegelrädendifferentialgetriebes nach Bild 375 ist in dem Hinterradantrieb eines Kraftwagens in Bild 377 dargestellt. Vom Motor wird das

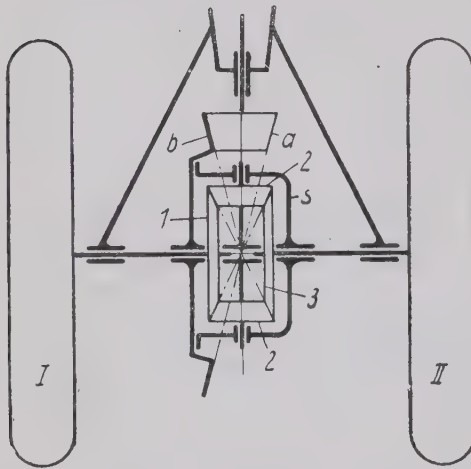


Bild 377. Getriebe nach Bild 375 als Ausgleichgetriebe

Kegelrad a angetrieben, welches mit dem den Steg s bildenden Kegelrad b im Eingriff steht. Die Wellen der Wagenräder I und II tragen die fest mit ihnen verbundenen Kegelräder 1 und 3, während der Steg s lose auf ihnen läuft. Im Steg s sind die Umlaufräder 2 gelagert. Wenn der Wagen geradeaus fährt, haben beide Räder I und II dieselbe Strecke zurückzulegen und so dieselbe Winkelgeschwindigkeit. Es ist dann

$$\omega_1 = \omega_3 \text{ und nach } \omega_s = \frac{\omega_1 + \omega_3}{2}$$

auch $\omega_s = \omega_1 = \omega_3$. Fährt der Wagen in einer Kurve, so muß das Rad auf der Innenseite der Kurve gegen-

über der Fahrbahnmitte um ebensoviel langsamer laufen, als Rad I schneller laufen muß. Das ist bei Anwendung des Differentialgetriebes möglich, während bei einem starren Getriebe die Räder auf der Fahrbahn gleiten müssen, wenn sich das Fahrzeug in einer Kurve bewegen soll.

79. Zur Maßbestimmung sphärischer Kurbelgetriebe

Bei den Kegelrädern wurde bemerkt, daß das Übersetzungsverhältnis oder die Bewegung der Räder nicht von den Radgrößen, sondern von den Spitzenwinkeln der Kegel, d. h. den Lagen der momentanen Drehachsen abhängt. Die Lagen der Drehachsen bestimmen bei den ebenen Getrieben wegen ihrer Parallelität außer der Bewegung auch die Abmessungen der Glieder. Bei den sphärischen Getrieben bestimmen sie nur die Bewegungen, während die Abmessungen der Glieder beliebig

sein können, so lange dabei die Lagen der Drehachsen nicht geändert werden. Daher kommt es, daß die Getriebe (Bild 90—93) genau dieselben Bewegungen ausführen, obwohl die Gliederabmessungen verschieden sind.

Da somit die Bewegungen eines Getriebes zunächst nicht von den Gliederabmessungen, sondern den Lagen der Drehachsen bestimmt werden, beginnt man den Entwurf eines sphärischen Getriebes ohne Rücksicht auf Gliederabmessung mit der Festlegung der Drehachsen. Als einfaches Beispiel ist in Bild 378 für die Getriebe (Bild 91 bis 93) die Maßbestimmung für den Fall durchgeführt, daß die Antriebswelle 2 und Abtriebswelle 4 aufeinander senkrecht stehen. Es ist der einfacheren Darstellung wegen in Bild 378 außerdem angenommen, daß die Halbierende h des Abtriebswinkels γ auf der Antriebswelle 2 senkrecht steht und die Bewegungsebene B_iSB_a der Drehachse c auch die Welle 2 enthält. Man zeichnet in Grund- und Aufriß (Bild 378a, b) eine beliebige Kugel K , legt Welle 2 und Halbierende h so in den Grundriß, daß h auf dem Aufriß und Welle 4 auf dem Grundriß senkrecht stehen, trägt den gegebenen Abtriebswinkel γ symmetrisch zu h ab, womit man die Grenzlagen B_i , B_a der Drehachse 34 hat. Da die Bewegungsebene dieser Drehachse durch die Welle 2 geht, liegen in dieser Ebene (der Grundrißebene) auch die zu B_i , B_a gehörenden Lagen A_i , A_a der Drehachse 23 der Glieder 2 und 3 und bilden ebenfalls den Winkel γ . Außerdem wird der Winkel γ nach beiden Richtungen während einer halben Umdrehung der Antriebswelle zurückgelegt. Die Länge $\overline{AB} = A_iB_i$ der Koppel ist aus dem Grundriß als Kugelsehne zu entnehmen.

Um für einen Antriebswinkel φ im Seitenriß (Bild 378c) die Lage B des Abtriebsgliedes zu bestimmen, wird das Lot AF auf die Bewegungsebene gefällt und das Dreieck AFB in seiner wahren Größe im Seitenriß als Dreieck AFB' mit Hilfe der bekannten Länge $b = \overline{A_iB_i}$ gezeichnet. Man erhält so die Länge $b' = \overline{FB'}$, die im Grundriß (Bild 378a) die Projektion b' der wahren Länge AB ist. Man findet somit im Grundriß als Schnitt des Kreisbogens um A mit dem Radius b' und dem Kugelkreis K die Lage B .

Da man jetzt alle Drehachsen kennt und die Drehachsen die Winkelgeschwindigkeitsvektoren enthalten, können jetzt die Winkelgeschwindigkeiten bestimmt werden, was in Bild 378 d, e, f in Grund-, Auf- und Seitenriß für den Kurbelwinkel φ durchgeführt ist. Die Winkelgeschwindigkeitspläne in den drei Rissen sind die Projektionen eines räumlichen geschlossenen Geschwindigkeitsplanes oder einer Vektorsumme und müssen deshalb ebenfalls geschlossen und außerdem Projektionen voneinander sein. Diese Tatsache hilft zum Aufbau der Pläne. Man beginnt mit dem Plan d für den Grundriß a , weil die Abtriebswelle auf ihm senkrecht steht und daher nur drei Projektionen von Winkelgeschwindigkeitsvektoren im Grundriß erscheinen, mit denen man durch das Vektorendreieck aus dem Vektor u_2^1 der gegebenen Antriebswinkelgeschwindigkeit die Projektionen u_3^2 , u_4^3 nach der geometrischen Summe

$$u_4^1 = u_2^1 + u_3^2 + u_4^3,$$

die für den Grundriß $= 0$ ist, als Parallele zu AS und BS bestimmt. Im Aufriß e zeichnet man die Aufrißprojektion u_2^1 parallel zur Antriebswelle, u_3^2 parallel zu AS , zieht durch deren Endpunkt die Parallele zur Drehachse BS und durch den Anfang von u_2^1 die Parallele zur Drehachse 14 und trägt nun die Richtungspeile so

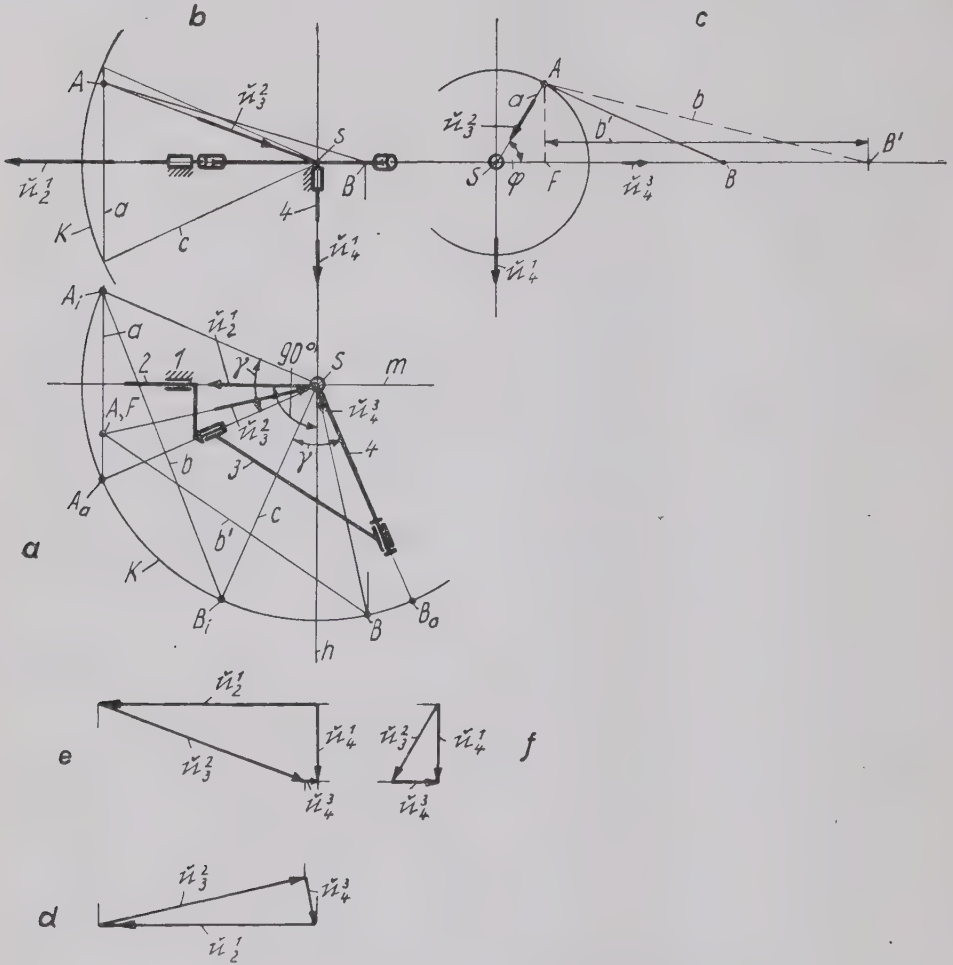


Bild 378. Rechtwinkliger sphärischer Kurbeltrieb

ein, daß die obige geometrische Summe entsteht. Zur Prüfung und um leichter die wahren Größen der Winkelgeschwindigkeiten bestimmen zu können, zeichnet man auch den Seitenriß f , indem man ihn aus Grund- und Aufriß d und e projiziert und auf die Übereinstimmung der Pfeilrichtungen achtet. Die Lagen der Drehachsen im Seitenriß e müssen den Vektoren im Plan f parallel sein.

X. Räumliche Getriebe

80. Maßbestimmungen an räumlichen Kurbelschwingen

Kurbelschwingen haben eine drehende An- und schwingende Abtriebswelle I und II (Bild 379), die beide mit dem Freiheitsgrad 1 gelagert sind. Wegen der Zwangsläufigkeit des Getriebes bei einem unabhängigen Antrieb hat es selbst ebenfalls den Freiheitsgrad 1 und ist daher aus Mechanismen zu entwickeln, von denen einige in Bild 28 bis 36 zur Herstellung von Kupplungen verwendet wurden. Die Mechanismen unterscheiden sich außer durch Glieder- und Gelenkzahl durch die Größe und Anordnung der Freiheitsgrade und die verschiedenen möglichen Ausführungen von Gelenken mit demselben Freiheitsgrad, d. h. der Zahl und Lage der Drehachsen

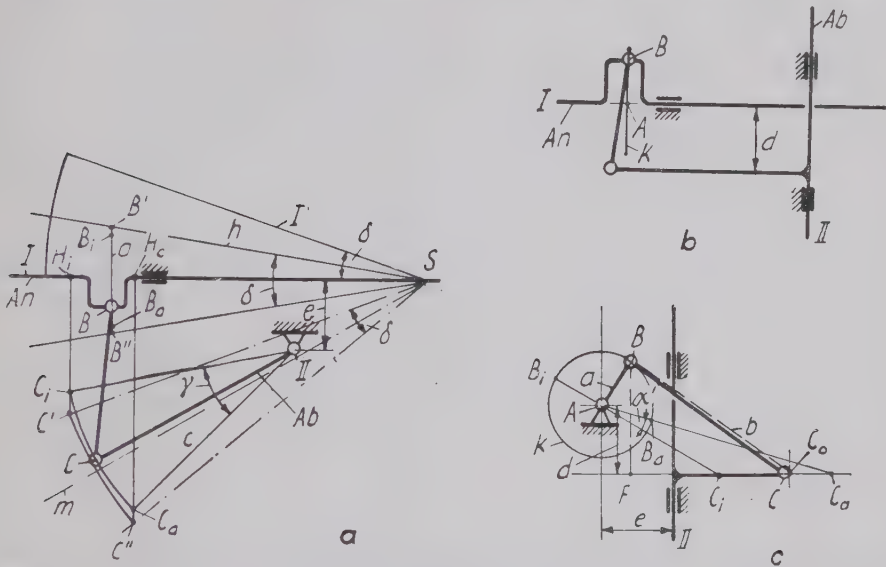


Bild 379. Rechtwinklig gekreuzter Kurbeltrieb, Zwischengelenke als Kugelschalengelenke

der Gelenke. Die Maßbestimmung hat sich nach den Gelenkausführungen zu richten, so daß ihr ein bestimmter Mechanismus zugrunde zu legen ist. So ist die Kurbelschwinge (Bild 379) mit Kugelschalengelenken B und C aus demselben Mechanismus wie Bild 34 entstanden.

Die Maßbestimmung im Raum ist wegen der sich kreuzenden Drehachsen sehr viel umständlicher als die der sphärischen und ebenen Getriebe mit sich im Endlichen bzw. Unendlichen schneidenden Drehachsen. Da mit der Umständlichkeit der

Maßbestimmung auch die Schwierigkeit der praktischen Herstellung mit Anreiben, Einspannen zur Bearbeitung und Maßkontrolle wächst, wird man praktisch Raumgetriebe nur dann wählen, wenn bei geforderten Bewegungsverhältnissen das Raumgetriebe trotz seiner schwierigen Herstellung wirtschaftlich im Vorteil ist, sonst aber eine Zusammensetzung des Getriebes aus ebenen und sphärischen Teilgetrieben bevorzugen. Vorteilhaft wird das Raumgetriebe am ehesten, wenn man möglichst viele Achsen parallel legt, sich schneiden oder sich rechtwinklig kreuzen läßt, wobei nicht nur die Maßbestimmung, sondern auch die Herstellung vereinfacht wird.

Die räumliche Ausführung ebener und sphärischer Getriebe, wie sie für ein ebenes Getriebe in Bild 42 angedeutet ist, wobei die Wellenlagerung bei auseinanderstehenden Lagern nach Bild 17c statt b auszuführen wäre, bewahrt vor Schwierigkeiten, wenn in Getrieben z. B. wegen weit auseinander liegender Lagerstellen merkliche Deformationen zu erwarten sind, die bei ebener oder sphärischer Getriebeausführung Klemmungen verursachen können. Sie erlaubt ferner eine Herabsetzung der Ausführungsgenauigkeit, weil eine Veränderung der Lagen der Drehachsen den Zwangslauf nicht beeinträchtigt.

Als Beispiel sei die Maßbestimmung für zwei Kurbelschwingen (Bild 379 und 380) durchgeführt, die sich durch die Ausführungen der Gelenke B und C unterscheiden. Beide Gelenke müssen zusammen den Freiheitsgrad 5 haben, der so aufgeteilt sei, daß Gelenk B den Freiheitsgrad 2 und Gelenk C den Freiheitsgrad 3 hat. Letzterer sei in beiden Kurbelschwingen durch sich schneidende Drehachsen, also durch ein Kugelschalengelenk (Bild 11b) oder ein sogenanntes Kardangelenk, d. h. ein Kreuzgelenk nach Bild 25 mit einer dritten, zum Kreuz senkrecht stehenden Drehachse ausgeführt. Das Gelenk B ist in Bild 379 ebenfalls als Kugelschalen- oder Kardangelenk angenommen, wodurch nach $3 + 3 - 1 = 5$ ein identischer Freiheitsgrad entsteht, sich also das Glied BC beliebig um seine eigene Achse drehen kann. Diesen identischen Freiheitsgrad vermeidet man ohne Änderung der Getriebebewegung durch Ausführung des Gelenkes B als Kreuzgelenk (Bild 25) mit der Kreuzebene senkrecht zum Glied BC .

Die Antriebswelle I soll sich mit der Abtriebswelle II senkrecht kreuzen und dabei den Abstand e haben. Der Abtriebswinkel γ und Ungleichförmigkeitswinkel α seien gegeben, der Radius c und die Lage des Bogens $C_i C_a$ angenommen. Gesucht sind der Kurbelradius a und die wahre Länge $b = \overline{BC}$.

In den Grenzlagen C_i und C_a hat das Gelenk C den kleinsten und größten Abstand von der Welle I, wobei der Kurbelradius a und Glied BC in den durch Welle I und C_i bzw. C_a gehenden Ebenen liegen. Fällt man im Grundriß (Bild 379a) von C_i und C_a die Lote auf die Welle I, so liegen die Strecken $C_i H_i$ und $C_a H_a$ in diesen Ebenen und projizieren sich im Seitenriß c in ihrer wahren Größe $\overline{C_i A_i}$ und $\overline{C_a A_a}$. Da die Ebenen den Kurbelradius enthalten, der im Seitenriß ebenfalls seine wahre Größe zeigt, bilden sie den gegebenen Ungleichförmigkeitswinkel α' . Um den Abstand d zu finden, wird daher im Seitenriß c über als $\overline{C_i C_a}$ als Sehne der Kreis-

mit dem Umfangswinkel α' geschlagen, dessen Schnitt mit der Parallelen zu Welle II im Abstand e die Welle I ergibt.

Um den Kurbelradius a zu finden, stellen wir ihn im Grundriß (Bild. 379 a) in wahrer Größe dar, indem wir zunächst die Ebenen von C_i und C_a durch Welle I in die Grundrißebene hineindrehen. Hierzu sind die wahren Längen H_iC_i , H_aC_a , die als die Strecken AC_i , AC_a aus dem Seitenriß zu entnehmen sind, in der Grundrißebene als die Strecken H_iC' , H_aC'' senkrecht zu Welle I abzutragen, weil die Lote auf der Welle I senkrecht stehen. Das Gelenk B liegt jetzt in diesen beiden Ebenen z. B. in den noch unbekannten Punkten B' und B'' und muß wegen des

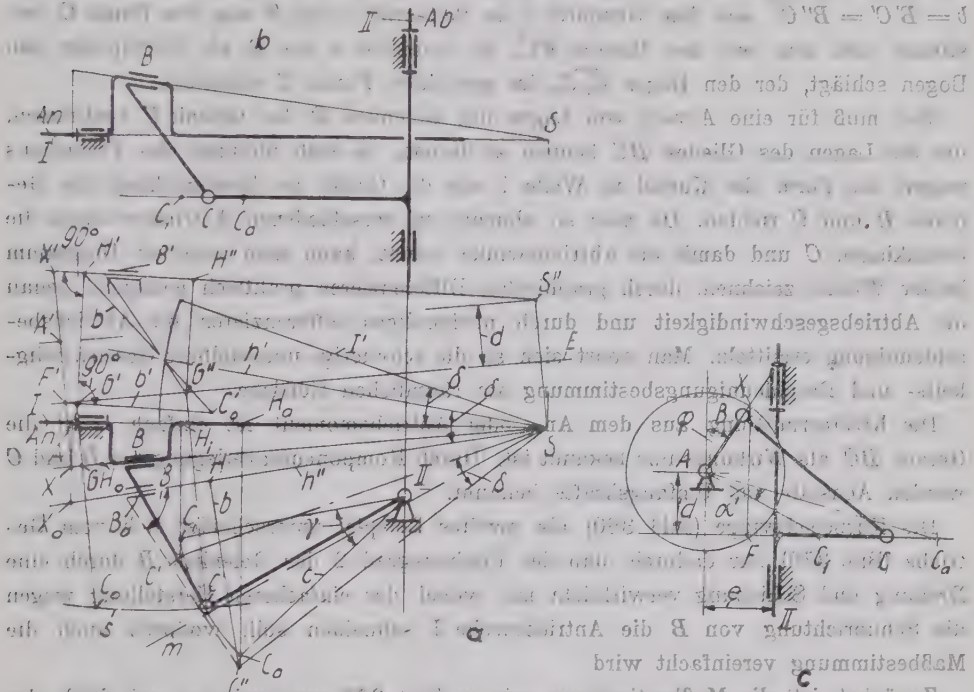


Bild 380. Kurbeltrieb wie Bild 379, Gelenk B als Drehschubgelenk

unveränderlichen Kurbelradius von der Welle I nach beiden Seiten denselben Abstand haben. Die Punkte B' , B'' können daher nur symmetrisch zu Welle I liegen und müssen durch Drehung der beiden Ebenen H_aC'' und H_iC' um einen Drehpunkt S auf Welle I zur Deckung zu bringen sein. Wegen der gleichen Längen $B'C_i$ und $B'C''$, die die wahre Länge des Gliedes BC sind, muß bei der Drehung der Ebene H_aC'' um S von B' nach B' auch C' nach C' kommen. Der Drehwinkel um S ist daher der Winkel δ , so daß man S als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m auf der Sehne $C'C''$ mit der Welle I findet. Bei der Drehung läßt man die Welle I um den Winkel δ in die Lage I' mitdrehen. Weil die in B' zusammen-

fallenden Punkte B' und B'' nach beiden Seiten von der Welle I und I' gleichen Abstand haben müssen, ist die Halbierende h des Winkels δ ein geometrischer Ort für die Wahl von B' . Die Wahl von B' entscheidet über die Richtungen der Kraftübertragung in den Gelenken B und C und sollte daher so getroffen werden, daß die Lage des Gliedes BC in keiner Getriebestellung mehr als 45° von der zur Welle I bzw. Radius c senkrechten Lage abweicht.

Man zeichnet nun den Kurbelkreis k im Seitenriß c und kann zu jeder Gelenklage B die Gelenklage C bestimmen, indem man von B aus das Lot auf die zur Welle II senkrechte Bewegungsebene des Gelenkes C fällt, mit der wahren Länge $b = \overline{B'C'} = \overline{B''C''}$ aus dem Grundriß a im Seitenriß c von B aus den Punkt C_0 bestimmt und nun mit dem Radius $\overline{FC_0}$ im Grundriß a um B als Mittelpunkt den Bogen schlägt, der den Bogen $\widehat{C_i C_a}$ im gesuchten Punkt C schneidet.

Man muß für eine Anzahl von Lagen des Gelenkes B das Gelenk C bestimmen, um die Lagen des Gliedes BC kennen zu lernen, da sich hiernach des Freihiehens wegen die Form der Kurbel in Welle I wie die Größe der Beweglichkeit der Gelenke B und C richten. Da man so ohnehin zu verschiedenen Antriebswinkeln die Gelenklagen C und damit die Abtriebswinkel kennt, kann man auch ein Diagramm beider Winkel zeichnen, durch graphisches Differenzieren praktisch genügend genau die Abtriebsgeschwindigkeit und durch nochmaliges Differenzieren die Abtriebsbeschleunigung ermitteln. Man spart sich so die schwierige unmittelbare Geschwindigkeits- und Beschleunigungsbestimmung am räumlichen Getriebe.

Die Kräfteermittlung aus dem An- oder Abtriebsmoment ist einfach, weil die Gerade BC als Wirkungslinie bekannt ist. Durch Komponentenzerlegung bei B und C werden Achsial- und Umfangskräfte bekannt.

Die Kurbelschwinge (Bild 380) als zweites Beispiel unterscheidet sich vom Getriebe (Bild 379) nur dadurch, daß der Freiheitsgrad 2 des Gelenkes B durch eine Drehung und Schiebung verwirklicht ist, wobei der einfacheren Herstellung wegen die Schubrichtung von B die Antriebswelle I schneiden soll, wodurch auch die Maßbestimmung vereinfacht wird.

Zunächst ist die Maßbestimmung wie in Bild 379 vorzunehmen, mit Hilfe des Winkels α bei gegebenem Abstand e im Seitenriß c das Maß d zu bestimmen, im Grundriß a mit dem gegebenen Abtriebswinkel γ die Grenzlage C_i oder C_a zu wählen, durch die Lote $C_i H_i$, $C_a H_a$ mit Hilfe des Seitenrisses Punkt C' und C'' zu ermitteln, mit der Mittelsenkrechten m der Schnittpunkt S und Winkel δ festzulegen, wodurch der geometrische Ort h' oder h'' für die Lage des Gelenkes B in der in den Grundriß geklappten Ebene $H_i C'$ oder $H_a C''$ bekannt werden. Die Schubrichtung von B kann man wie in Bild 380 mit der Geraden h'' zusammenfallen lassen.

Das Lot von C'' auf h'' gibt durch den Fußpunkt H die wahre Länge b des Gliedes BC , senkrecht zur Schubrichtung von B gemessen, an. Die Lagerung B kann irgendwo auf h'' gewählt werden, wodurch der Winkel β festgelegt wird.

Es sind jedoch noch für beliebige Kurbelwinkel φ die Gelenklagen C zu bestimmen. Hierzu sei ein beliebiger Winkel φ im Seitenriß c angenommen, auf dem Schenkel ein Punkt X gewählt und die zur Welle I senkrechte Strecke $\overline{AX}$ in den Grundriß übertragen, wo sie mit $\overline{AX} = \overline{AX}_0$ ihre bestimmte Lage erhält. Auf $\overline{AX}_0$ muß die Projektion des Punktes X in einem Abstand von Welle I liegen, der aus dem Seitenriß als horizontale Entfernung von X von der Senkrechten durch A abzugreifen ist. Durch den Punkt X im Grundriß und durch S ist die Schubrichtung des Gelenkes B zu legen. Um die Lage von B auf der Geraden XS zu finden, legt man durch XS eine auf dem Grundriß senkrechte Ebene und klappt sie in die Zeichenebene um, wodurch die Grundrißebene zur Ebene E wird, die sich in der Umklappung als Gerade parallel zu XS projiziert. Das Lot XF im Seitenriß, das sich im Grundriß als Punkt X projiziert, projiziert sich in der Umklappung senkrecht zu E in der Länge $X'F' = \overline{XF}$. Auch der Abstand d des Schnittpunktes S von E projiziert sich in wahrer Größe, so daß mit den Punkten S' und XX' die Schubrichtung von B in der Umklappung festgelegt ist. Man zeichnet nun den zur Schubrichtung senkrecht stehenden Radius $HC'' = b$ des Gliedes BC in der Umklappung senkrecht zu $X'S'$ an verschiedenen Punkten, z. B. H' , ein. Der Endpunkt C liegt in der Ebene E und projiziert sich als Punkt G' . Aus der Umklappung in den Grundriß projiziert fällt H' nach H_0 , G' nach G und das Gelenk C nach C_0 . Die Seite GC_0 im Dreieck H_0GC_0 ist unbekannt, weshalb das Dreieck im Aufriß um die Achse $H'G'$ in die Zeichenebene geklappt wird, wobei es in wahrer Größe erscheint und wegen des rechten Winkels bei G' und der bekannten Hypothense gezeichnet werden kann. Damit ist $G'C'_0 = \overline{GC}_0$ und somit die Lage C_0 des Gelenkes C bekannt. Da das Gelenk C jedoch nicht in C_0 , sondern auf dem Bogen C_iC_a liegen muß, hat man durch die Annahme verschiedener Punkte H' die Schraubenlinie s zu konstruieren, die den Bogen C_iC_a in der gesuchten Gelenklage C schneidet.

Es ist noch die Lage von B zu bestimmen, wozu C in die Umklappung nach G'' projiziert und durch das Lot von G'' auf $S'X'$ der Punkte H'' gefunden wird, von dem B als Projektion B' die Entfernung $\overline{B'H''} = \overline{B_aH}$ hat, weil auf der Geraden $S'X'$ die wahren Längen erscheinen. Die Projektion von B' in den Grundriß gibt die gesuchte Lage B .

81. Räumliche Kurventriebe

Der dreigliedrige zwangläufige Mechanismus (Bild 28), dessen Zwischengelenk ein Kugelflächengelenk ist und der z. B. zur Herstellung einer Kupplung nach Bild 29 verwendet wurde, ist auch die Grundlage der räumlichen Kurventriebe. Das Zwischengelenk mit dem Freiheitsgrad 5 wird zum Kurvenpaar, bestehend aus Kugel und Fläche, die im Formschluß die Kugel zweiseitig berührt, im Kraftschluß nur einseitig, während die beiden Gelenke vom Freiheitsgrad 1 als Dreh-, Schiebe- oder Schraubenpaare auszuführen sind. Beispiele sind der Kegeltrommelttrieb (Bild 381),

bei dem die Schubrichtung der Kugel die Kegelachse schneidet und der zum Zylindertrommeltrieb wird, wenn Schubrichtung und Trommeldrehachse parallel sind, ferner der Globoidtrommeltrieb (Bild 382) mit Schwinghebel, dessen Kurventrommel im Kreisbogen begrenzt ist, dessen Ebene die Trommelachse enthält. Andere Ausführungsmöglichkeiten sind leicht durch Kombinationen von Dreh- und Schiebepaaren, verschiedene Lagen der Achsen und Bewegungsebene der Kugel, sowie dadurch zu finden, daß man ein anderes Glied zum festen Glied macht.

Das Antriebsglied ist der fortlaufenden Bewegung wegen immer die Trommel.

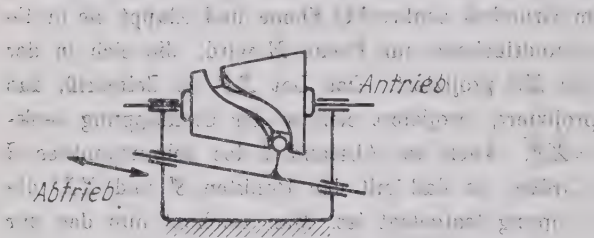


Bild 381. Kegelkurventrieb

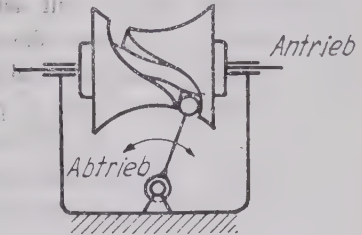


Bild 382. Globoidkurventrieb

Es ist zu beachten, daß der Freiheitsgrad 5 die Kugel und parallele Flächen verlangt, das Getriebe also nur in diesem Fall statisch bestimmt und bei Änderung der Achslagen klemmfrei ist. Angenähert kann man zur Verringerung der Flächenpressung die Kugel durch eine Tonne ersetzen. Bei Ausführung kegliger Rollen bei keilförmiger Kurvennut tritt Überschuß auf, wie er auch bei den bekannten Schnecken-

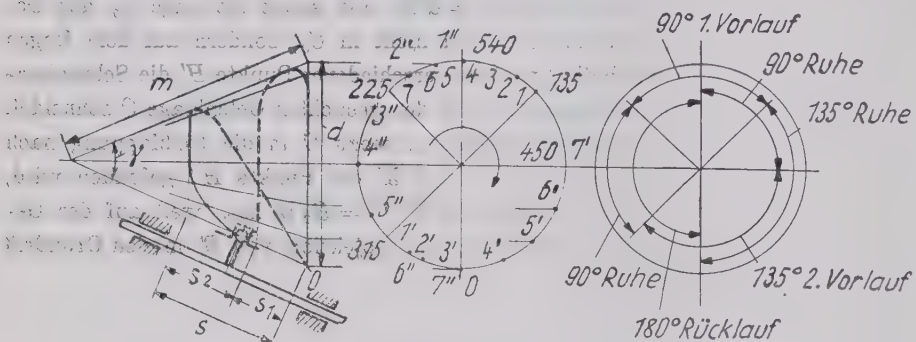


Bild 383 a.

Bild 383 d.

Bild 383 b.

Kurvenermittlung am Kegelkurventrieb

getrieben vorhanden ist. Der Überschuß verlangt sehr sorgfältige Ausführung, genauen Zusammenbau und widerstandsfähige Lagerflächen zur Verhinderung der Änderung der Achslagen infolge eintretender Lagerabnutzung.

Die Nut wird für die Kugel oder Tonne mit einem zylindrischen Fingerfräser gleichen Durchmessers auf einer Kopierfräsbank oder wie bei der Sinuskurve auf

einer Fräsbank mit Getriebeführung des Fräasers gefräst. Die dem Fräserdurchmesser gleiche Nutenbreite ist senkrecht zum Steigungswinkel der Kurve zu messen.

Das Bewegungsgesetz des Kurventriebes ist durch die Bewegung des Kugelmittelpunktes gegeben. Im Beispiel für die Kurvenaufzeichnung auf einer Kegeltrommel (Bild 383) wird daher von dem durch den Kugelmittelpunkt gehenden Grundkegel

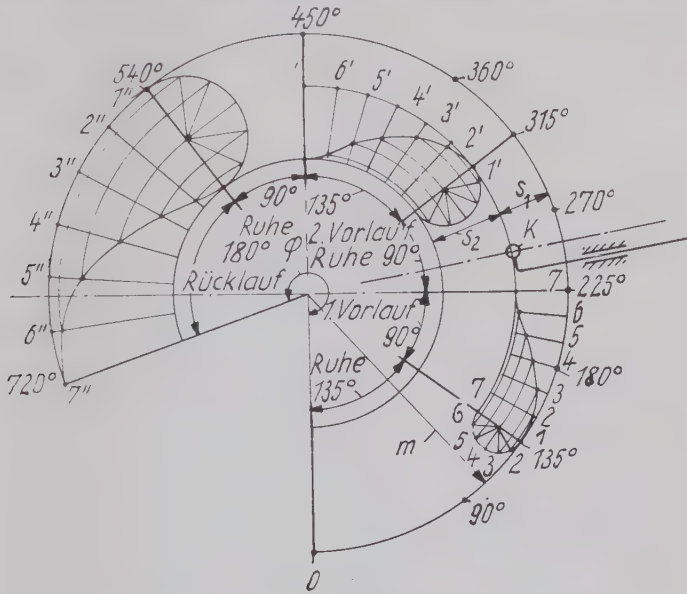


Bild 383c. Kurvenermittlung am Kegeltrommeltrieb

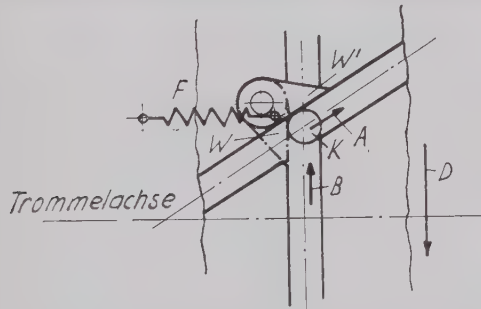


Bild 383f. Kurvenermittlung am Kegeltrommeltrieb

(Bild 383a) ausgegangen. Die gegebenen Bedingungen sind im Seitenriß *b* dargestellt, wonach sich das Spiel des Schiebers mit der Kugel nach zwei Umdrehungen des Kegels wiederholt. In der Lage 0 steht der Schieber rechts, bleibt während der Kegeldrehung um 135° in Ruhe, macht während der weiteren Kegeldrehung um 90° den ersten Vorlauf s_1 , bleibt dann 90° in Ruhe, führt während 135° den zweiten

langsam laufenden Getrieben jedoch unwesentlich ist. Man kann die halbe Sinusteilung unmittelbar wie in Bild 383c an der Scheibe abtragen, indem man den Halbkreisbogen über der Wegstrecke s und den zugehörigen Umfangsbogen der Abwicklung in die gleiche Zahl gleicher Teile teilt und die Kurvenpunkte als Schnittpunkte aufsucht. In rechtwinkligen Koordinaten stellt sich der Stößelweg nach Bild 383e dar, worin die Beziehung $x = \frac{s}{2} (1 - \cos \psi)$ abzulesen ist. Für die Geschwindigkeit erhält man

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{s}{2} \sin \psi \frac{d\psi}{dt}.$$

Der Winkel ψ wächst z. B. im Kreis k_{v_1} für den Weg s_1 von 0 auf 180° , während sich die Kegeltrommel um 90° dreht. Bezeichnet man den Trommeldrehwinkel mit φ und setzt statt 90° allgemein τ , so ist $\frac{\psi}{\pi} = \frac{\varphi}{\tau}$, daher $v = \frac{s\pi}{s\tau} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \varphi\right) \frac{d\varphi}{dt}$ oder mit $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, $v = \frac{s}{2} \cdot \frac{\pi}{\tau} \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \varphi\right)$, daher $v_{\max} = \frac{s}{2} \cdot \frac{\pi}{\tau} \cdot \omega$ für $\varphi = \frac{\tau}{2}$. $v_{\max}$ ist der Radius des Kreises k_v . Die Beschleunigung wird $b = \frac{dv}{dt} = \frac{s}{2} \left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \omega\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \varphi\right)$, für $\varphi = 0$ $b_{\max} = \frac{s}{2} \left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \omega\right)^2$ und für $\varphi = \tau$ $b = -b_{\max}$.

Zur Zeichnung der Kurve in Bild 383a wird die Kegelbasis (Bild 383d) durch die am Umfang der Abwicklung c vorgenommene Teilung eingeteilt, wobei die Teilpunkte die in der Ansicht a liegenden zugehörigen Mantellinien ergeben. Aus der Abwicklung werden die Wege x , bzw. s auf einer der beiden in wahrer Größe in Bild 383a erscheinenden Mantellinien abgetragen und senkrecht zur Kegelachse auf die zum Teilpunkt gehörende Mantellinie heruntergelotet.

Im Bild 383c ist noch festzustellen, daß die senkrecht zum jeweiligen Steigungswinkel vom Kegel auf die Kugel übertragene Kraft keinen zu geringen Übertragungswinkel bildet, d. h. daß die treibende Komponente dieser Kraft, die in der Bewegungsrichtung der Kugel liegt, immer größer ist als die Komponente senkrecht zur Bewegungsrichtung der Kugel, denn letztere erzeugt nur Lagerdruck und Reibung in der Stößelführung. Der Übertragungswinkel wird durch Vergrößerung des Trommeldurchmessers günstiger.

Die Kurvennut überkreuzt sich in Bild 383a einmal, weil die Kugel erst nach zwei Kegelumdrehungen in die Ausgangslage 0 kommt. An der Kreuzungsstelle ist die Führung für die Kugel unterbrochen. Zur Verhinderung des Einlaufens der Kugel in die falsche Nut wird meist statt der Kugel ein länglicher Körper, ein sogenanntes Schiffchen verwendet oder in besonderen Fällen eine Weiche W (Bild 383f) angeordnet. Es sei hier angenommen, daß der Schieber mit der Kugel nach dem ersten Vorlauf in Ruhe ist und nicht durch die Nut geführt zu werden braucht. Die Kugel K bewegt sich hierbei in Richtung B (Bild 383f), wobei die Weiche durch

die Zugfeder F in der Lage W gehalten wird und die Nut für die Bewegungsrichtung B frei gibt. Beim Rücklauf des Schiebers auf dem Weg s bewegt sich die Kugel relativ zur Trommel in Richtung A und liegt dabei infolge der Trommeldrehrichtung D an der oberen Seite der Nut in Bild 383f an. Hierbei drückt die Kugel die Weiche aus der Lage W in die Lage W' und schließt so die Nut in der Richtung B .

Zur Zeichnung der Globoidtrommel mit Schwinghebel b (Bild 384) wurde die Beendigung des Spieles nach einer Umdrehung und die Vor-, Rücklauf- und Ruhe-

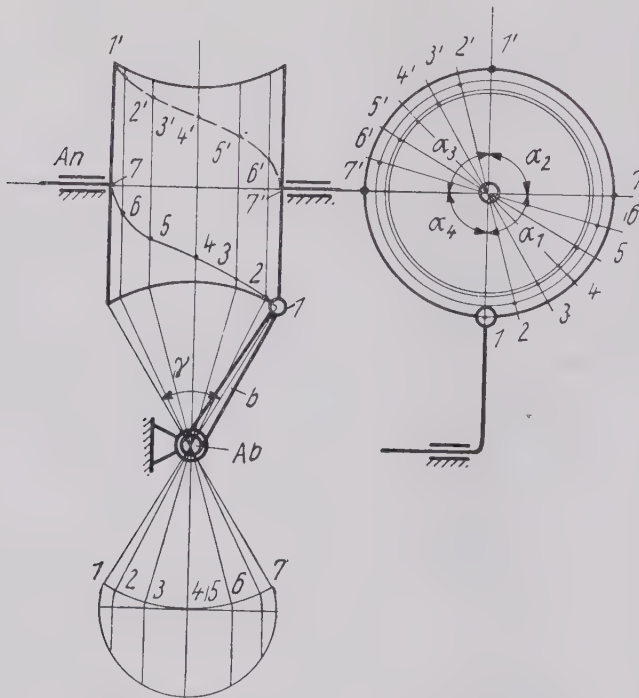


Bild 384. Kurvenermittlung am Globoidkurventrieb

winkel α gleich groß angenommen. Bei gegebenen, rechtwinklig gekreuzten Lagen von An- und Abtriebswelle wird nach Eintragung des Abtriebswinkels γ die Trommelgröße gewählt, wodurch Trommelbreite und Hebellänge b bekannt werden. Nimmt man für Vor- und Rücklauf wieder das Gesetz der halben Sinuslinie an, so wird Winkel γ wie in Bild 384 entsprechend aufgeteilt. Da sich die Trommel mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, wird der zum Abtriebswinkel γ gehörende Antriebswinkel α_1 in gleichen Abschnitten zurückgelegt und deshalb in gleich große Teile eingeteilt, deren Zahl dieselbe ist wie die Teilzahl des Winkels γ . Die Teilung

des Winkels γ ergibt im Aufriß (Bild 384) die zu den Teilpunkten gehörenden Querschnittskreise, die in die Seitenansicht übertragen dort die Kurvenpunkte ergeben, die von hier in den Aufriß zu loten sind. Bild 384 weist darauf hin, wie bei Ersatz der Kugel durch einen Fräser die Kurvennut durch entsprechende Führung des Hebels b bei Drehung der Trommel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit herzustellen ist.

Wenn auch die Abtriebsbewegung des Kurventriebes eine fortlaufende Drehung sein soll, wird der Hebel (Bild 384) vervielfacht, womit er zum Rad mit einer bestimmten Zahl Kugeln wird. Die Kugelebene oder Radebene kann die Antriebsdrehachse wie in Bild 385 enthalten oder einen gewissen Abstand davon haben. Bei gleichförmiger Abtriebsbewegung können mehrere Kugeln gleichzeitig in die Trommelnut eingreifen, wobei zwar die Pressung zwischen Kugeln und Trommel verringert, das Getriebe aber übergeschlossen, dadurch gegen Achsenverlagerung empfindlich und statisch unbestimmt wird. Ungleichförmige Abtriebsbewegung erlaubt nur den Eingriff einer einzigen Kugel, weil beim Eingriff mehrerer Kugeln an verschiedenen Stellen gleichzeitig verschiedene Abtriebsgeschwindigkeiten entstehen müßten, was unmöglich ist. Wegen der fortlaufenden Abtriebsdrehung muß vor Aufhören der Berührung einer Kugel mit der Trommel die nächste Kugel in die Trommelnut eingelaufen sein. Dieser Übergang des Abtriebes von einer Kugel zur nächsten verlangt einen zeitweiligen Überschuß, weshalb die Achsabstände genau einzuhalten sind, und eine Formgebung des Anfangs und Endes der Nut so, daß die hier gleichzeitig eingreifenden Kugeln gleiche Geschwindigkeit erhalten. Am einfachsten macht man die Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten des Kugelrades 0.

Beim Getriebe (Bild 385) ist der Abtriebs- oder Schaltwinkel γ gegeben und mit der ganzzahligen Rollenzahl in der Beziehung

$$n \cdot \gamma = 360^\circ.$$

Der Rollenkreisradius r^s ist beliebig zu wählen, womit sich die Kurvenbreite b zu

$$b = 2 \cdot r_s \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$$

ergibt. Der Trommelradius r_t ist ebenfalls beliebig zu wählen und darf zur Vermeidung ungünstiger Übertragungswinkel keinen Steigungswinkel $> 45^\circ$ ergeben. Zur Aufnahme der Kugel wird die Nut mit einem zylindrischen Fingerfräser ausgefräst. Der Fräserweg ist auf der Trommeloberfläche anzuzeichnen, deren Radius $r_a > r^1$ ist, damit die Kugel beim Ein- und Auslauf in die Nut diese nicht gerade am oberen Rand berührt. Zur Aufzeichnung des Fräserweges wird die Trommeloberfläche in Bild 385b abgewickelt und die Breite b , sowie der Treibbogen $\alpha_1 \cdot r_a$ und Ruhebogen $\alpha_2 \cdot r_a$ abgetragen. Den Treibbogen teilt man in eine Anzahl gleicher Teile und findet auf den Teilgeraden die Kurvenpunkte durch Einteilung des Schaltwinkels γ entsprechend einem gewünschten Bewegungsgesetz in dieselbe Anzahl Teile. Hierzu ist in Bild 385a der Bogen k nach k' abgewickelt und mit Hilfe des

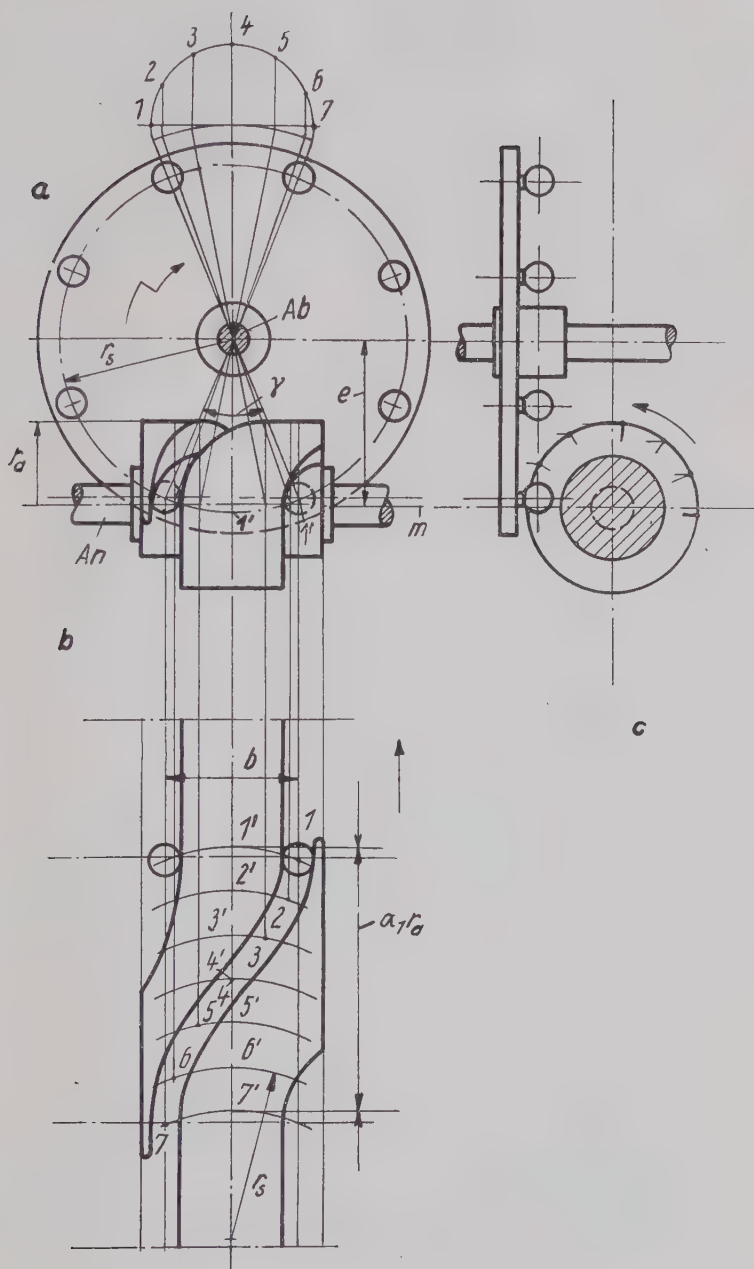


Bild 386. Fortlaufender Schaltkurventrieb, Radebene tangierend

Halbkreises sinoidisch eingeteilt, so daß die Schaltung stoßfrei wird. Die Schnittpunkte der Winkelgeraden mit dem Kugelkreis r_s geben die Querschnittsebenen der Trommel an, in denen sowohl die zu den Teilgeraden der Abwicklung gehörenden Kugelmittelpunkte wie die Fräserachsen liegen. Man überträgt die Querschnittsebenen in die Abwicklung und findet als ihre Schnittpunkte mit den Teilgeraden des Bogens $\alpha_1 r_a$ die gesuchten Kurvenpunkte. Während des Ruhebogens wird das Schaltrad dadurch festgehalten, daß die Kurve zwischen zwei Kugeln läuft.

Um die Kurvennut auf der Trommel zu zeichnen, überträgt man die Teilung des Bogens $\alpha_1 r_a$ in den Seitenriß c und lotet die Teilpunkte auf die zugehörigen Querschnittsebenen in Bild 385a herüber.

Bei seitlich neben der Rollenebene angeordneter Trommel (Bild 386) ist die Kurvenermittlung ungefähr dieselbe wie in Bild 385. Im Aufriß (Bild 386a) ist die Trommelachse m in die halbe Pfeilhöhe des Rollenkreisbogens zwischen zwei Rollen gelegt, woraus sich der Abstand e zu

$$e = \frac{1}{2} r_s \left(1 + \cos \frac{\gamma}{2} \right)$$

ergibt. Der äußere Trommelumfang ist in Bild 386b abgewickelt. Durch die Teilpunkte des Treibbogens $\alpha_1 r_a$ sind hier Kreisbögen vom Radius r_s als geometrische Orte für die zu suchenden Kurvenpunkte zu legen, die im übrigen genau so gefunden werden wie früher in Bild 385. Bei kleinen Winkeln γ sind auch die Bahnen der benachbarten Kugeln zu ermitteln, um die für deren freie Bewegung nötigen Aussparungen an der Trommel kennen zu lernen.

82. Gleichgangkupplungen

Zwei Wellen, die einander parallel sind oder sich schneiden, kann man so miteinander kuppeln, daß die Winkelgeschwindigkeiten des An- und Abtriebes einander gleich bleiben, auch wenn im ersten Fall der Wellenabstand unter Erhaltung der Parallelität oder im zweiten Fall der Wellenwinkel unter Erhaltung des Schnittpunktes sich ändert.

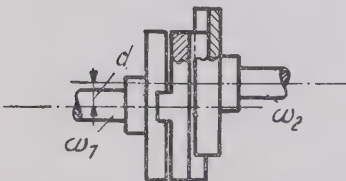


Bild 387. Oldhamsche Kupplung

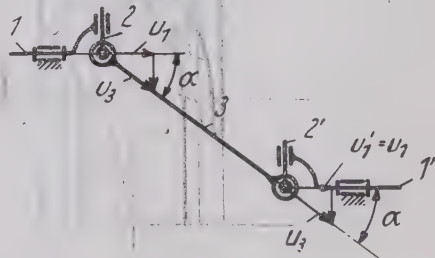
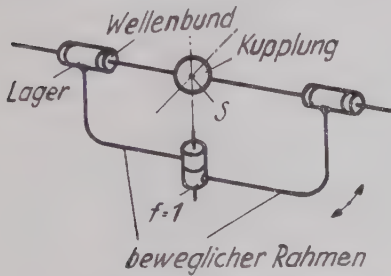


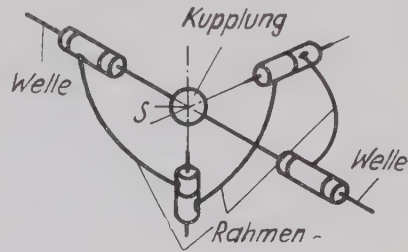
Bild 388. Gleichgangverbindung durch zwei Kreuzgelenke

Parallele Wellen werden in diesem Fall am einfachsten durch die *Oldhamsche* Kupplung (Bild 387) verbunden, die eine Kreuzschleife nach Bild 215 ist. Für diese umlaufende Kreuzschleife ergab sich $\omega_1 = \omega_2$ unabhängig von der Länge des Steges $A_1 A_2$, also Gleichgang für jeden Wellenabstand.

Eine andere Gleichgangkupplung für parallele Wellen stellt mit zwei Kreuzgelenken Bild 25 her, die man nach Bild 388 so zusammenbaut, daß die Kreuze einander parallel liegen. Bei jedem Winkel α ergibt die durch die Winkelgeschwindigkeit u_1 erzeugte sinoidisch wechselnde Winkelgeschwindigkeit u_3 des Gliedes 3 am Glied 1' ein Vektordreieck mit der Winkelgeschwindigkeit u_1' , das mit dem Dreieck aus den Vektoren u_1 , u_3 kongruent ist. Daher ist stets $u_1' = u_1$, also Gleichgang.



a) Einfach winkelbeweglich



b) Doppelt winkelbeweglich

Bild 389. Winkelbewegliche Rahmen

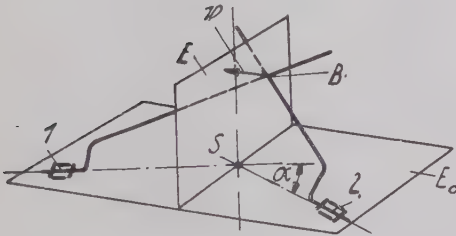


Bild 390. Kantengelenkkupplung

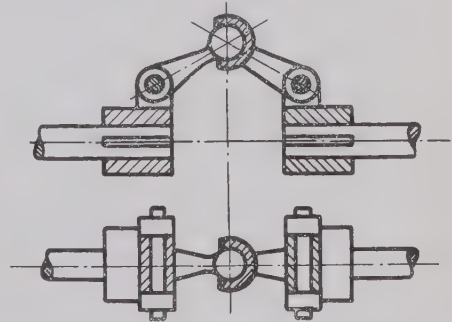


Bild 391. Symmetrische Gleichgangkupplung (übergeschlossen)

Bei sich schneidenden Wellen darf der Rahmen für die Wellenlagerung wegen der Erhaltung des Wellenschnittpunktes nach Bild 389 a, b nur um durch den Schnittpunkt gehende Achsen beweglich sein. Dies vorausgesetzt erhält man eine Gleichgangkupplung nach *Kutzbach* bereits durch zwei Rundstäbe (Bild 390), die ein sogenanntes Kantengelenk *B* mit dem Freiheitsgrad 5 bilden. Das räumliche Getriebe hat der nur drehbar gelagerten Wellen wegen im ganzen den für Zwanglauf erforderlichen Freiheitsgrad 7. Wegen der Symmetrie zur Ebene *E*, die auf der Wellenebene *E*₀ senkrecht steht, wandert der Berührungspunkt nur in *E*. Seine Ge-

schwindigkeit v kann sich der Symmetrie wegen nur aus Relativgeschwindigkeiten aufbauen, die ebenfalls zur Ebene E symmetrisch sind, woraus für jeden Winkel α wegen der Erhaltung der Symmetrie bei Drehung um S $\omega_1 = \omega_2$ folgt.

Man findet nun eine Anzahl verschiedener Gleichgangkupplungen dadurch, daß man räumliche Kupplungen wie in Bild 28—36 aufsucht und die sich eignenden z. B. nach Bild 391 symmetrisch ausführt. Geeignet sind diejenigen, die eine ungerade Zahl Zwischengelenke und symmetrisch verteilte Freiheitsgrade haben. Um auf Ausführungsmöglichkeiten hinzuweisen, ist die Kupplung (Bild 391 in Bild 392)

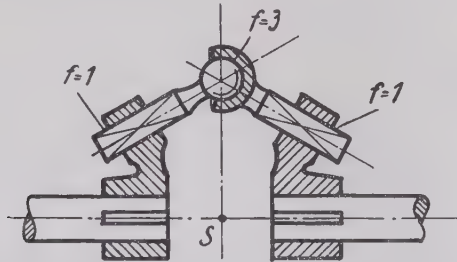


Bild 392. Gleichgangkupplung mit Schubgelenk

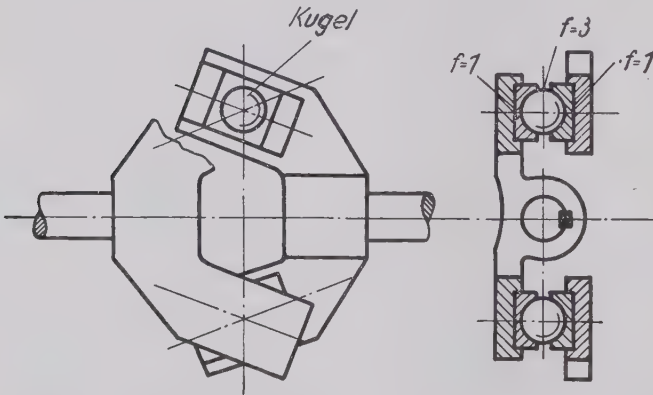


Bild 393. Kupplung nach Bild 392 halbiert und symmetrisch ausgeführt

mit Schubgelenken statt der Zapfgelenke versehen und nun nach Bild 393 die Verbindung halbiert und die zweite Hälfte symmetrisch zur ersten angeordnet worden. Durch die Halbierung tritt Überschuß ein, der die räumliche Beweglichkeit einschränkt.

Die räumliche Ausführung der Kupplungen hat außer den zahlreichen Herstellungsmöglichkeiten den Vorteil, daß bei Abweichungen der Wellenachsen von der für Gleichgang erforderlichen Lage kein Klemmen eintritt.

NAMENHINWEISE

Beale 180	Grashof 102	Mohr 216
Bobillier 92, 93	Grübler 81, 83, 91, 97, 101	Müller 94
Bresse 85, 86	Hartmann 89, 91	Swamp 171
Burmester 94, 151, 152	Kutzbach 150, 151, 236	
Euler-Savary 86, 88	Lichtenheldt 113, 125	

SACHVERZEICHNIS

- Antrieb gleicher Wellenreihe 121
- Antrieb nebeneinanderliegender Wellenreihe 121
- Aufsteckräderpaar 195
- Backenbremse** 48
- Beschleunigung bei Parallelbewegung 224
- Beschleunigungsbestimmung an der Kurbelschwinge 83
- Beschleunigungsermittlung an der Kurbelschwingengrenzlage 85
- Beschleunigungsermittlung bei Nockenflanken 138
- Beschleunigungsermittlung nach Bresse 85
- Beschleunigungspolermittlung 87
- Beschleunigungs- und Verzögerungswinkel-Ermittlung 249
- Bewegung einer Geraden 72, 73
- Diagramm für An- und Abtriebswinkel** 64
- Diagramm für Beschleunigung 242, 245, 247
- Diagramm für Bewegung 137
- Diagramm für Geschwindigkeit 71
- Diagramm für Kurventrieb 145
- Diagramm für Stößelkurventrieb 64, 190
- Diagramm für Winkelgeschwindigkeit 106
- Differentialschraube für große Kraft 40
- Doppelhubgetriebe 128, 179
- Doppelkurve 35, 103
- Drehbewegung durch Verschiebung 261
- Drehpaar — wirkungsloses 37
- Dreipunktiggestütztes Gelenk 19
- Eigenbeweglichkeit** 37
- Ersatz einer Drehung 261
- Epizykloiden — zweiteilige, bei einer Stegumdrehung 154
- Fachwerkstütze** 239
- Flüssigkeitsgetriebe 126, 127
- Gangpolbahn** 66
- Gelenk 14—22
- Gelenkbezeichnung an Mechanismen 22
- Gelenkkraftermittlung 216, 217, 218
- Gelenkviereck 34, 115, 116, 117, 184
- Gelenkviereck — ebenes 31
- Gelenkviereck — gesperrt 44, 223
- Geradföhrung — angenäherte 175
- Geschwindigkeiten am Gelenkviereck 70
- Geschwindigkeiten am gleichachsigen Standgetriebe 229
- Geschwindigkeiten am Stirnradvorgelege 148

- Geschwindigkeitsdreieck 73
 Geschwindigkeitsermittlung 75, 79,
 153, 164, 165
 Geschwindigkeitsplan 80, 150, 169, 172
 Gestänge mit Antriebsglied 33, 34
 Gestänge für Bremsen 33
 Getriebe — übereinandergelagerte 238
 Getriebe — einfach gebundenes 211
 Getriebe — zweifach gebundenes 213
 Getriebe für zwei Beschleunigungen 176
 Getriebe — gesperrtes mit Kraft-
 ausgleich 239
 Getriebe mit Kurvenpaaren 239
 Getriebe mit kurzzeitigem Leerhub 177
 Getriebe mit Schiebepaaren 193, 195
 Getriebe — Zusammenlegung zu Mehr-
 fachgelenken 193
 Gleichgangverbindung durch zwei Kreuz-
 gelenke 286
 Gleichgewicht bei zwei Kräften 214
 Gleichgewicht bei drei und vier
 Kräften 215
 Gliederbezeichnung an Mechanismen 22
 Globoidkurventrieb 278
 Grenzflächen 104

Hubveränderungsgetriebe 186
 Hubveränderungsgetriebe mit
 Schiebepaar 187
 Hypozykloiden 155, 159
 Hypozykloidenerzeugung — doppelte
 157

Kantengelenkkupplung 287
 Kapselwerk 180
 Kardankreispaar 134
 Kegelradstandgetriebe mit zwei Vor-
 gelegen 268
 Kegelradstandgetriebe mit Zwischenrad
 269
 Keilkette 39, 59
 Körperberührung — Wechselwirkung bei
 214
 Koppel — Drehung 65
 Koppelkurve — Ermittlung 60
 Koppelkurven-Übersicht 63
 Koppelkurven 118

 Kraftbestimmung durch Seileck 219
 Kraftstoffpumpe 128
 Kräfteermittlung 215, 216, 222
 Kräfteplan 218, 219, 220, 222, 223
 Kreisungspunktkurve 94
 Kreuzgelenk 20
 Kreuzkurventrieb 35, 44
 Kreuzkurvenschleife 35
 Kreuzschleife 35
 Kugelflächengelenk 14
 Kugelplattengelenk 14, 20
 Kugellillengelenk 9, 20
 Kugelschalengelenk 16, 19
 Kurbelkurvenschleife 35
 Kurbelkurventrieb 35
 Kurbelmechanismen 36
 Kurbelrädertrieb 176, 182
 Kurbelschleife 34, 45
 Kurbelschwinge mit Kreisdrehung 103
 Kurbelschwinge für gegebene Steggelenke
 107
 Kurbeltrieb — Geschwindigkeiten und Be-
 schleunigungen 122
 Kurbeltrieb — rechtwinkliggekreuzter
 273
 Kurbeltrieb — als Drehschubgelenk 275
 Kurvenermittlung 64
 Kurvenmechanismus 30
 Kurvenpaare 240
 Kurvenpaarersatz 77
 Kurvenreibgesperre 232

Lagenangabe durch Ordinaten 11
 Lagenermittlung 64

Maßbedingungen 103, 104
 Malteserkreuz-Innenantrieb 244
 Malteserkreuzantrieb — stoß- und rück-
 frei 246
 Mechanismen — ebene 32
 Mechanismen für Hubveränderungs-
 getriebe 184, 185, 186, 187
 Mechanismusarten 26—33, 39, 50,
 57—60, 169, 188, 191, 194
 Mehrfachgelenk aus Einfachgelenken 37
 Mittelpunktsskurve — Ermittlung 111

- Nortongetriebe 198
 Ordinaten, Kupplung 12
 Ovalwalzenreibgesperre 233
 Parallelkurbel mit Blindwelle 120
 Parallelkurbel Pantograph (Storch-
 schnabel) 122
 Parallelkurbel mit Umlaufrad 183
 Plattengelenk 17
 Polbeschleunigung 80
 Polstrahlgeschwindigkeiten 70
 Polwechselgeschwindigkeitsbestimmung
 90
 Punktlagenangabe 11
 Radgrößen — zeichnerische Ermittlung
 207
 Radsperre 47
 Räderknie 238
 Rahmen — einfach-winkelbewegliche 287
 Rahmen — doppelt-winkelbewegliche 287
 Rastgetriebe — zweisteggliedrig 174
 Rastgetriebe aus Kurbeltrieb 125
 Rastgetriebe der Kurbelschleife 127
 Rastpolbahn 66
 Relativbewegung in drei Punkten und
 drei Ebenen 74
 Resultierende Drehbewegung 261
 Rollende Lagerung 264
 Rollender Hebel 132
 Rollendes Kegelpaar — Außenberührung
 265
 Rollenreibgesperre 232
 Seileck — zur Ermittlung der Winkel-
 geschwindigkeit 263
 Seileck 219
 Selbsthemmungsflächen — gerade geführt
 231
 Selbsthemmung — sichere 233
 Selbsthemmung — Kräftespielraum 234
 Sinuskurven 175
 Spannfutter mit Kraftausgleich 239
 Spannwerk 49
 Sperrmöglichkeiten am Gelenkviereck
 45
 Sperrung — zweiseitige 48
 Sphärisches Gelenkviereck 42
 Sphärische Kurbelschleife 42
 Sphärischer Kurbeltrieb 42
 Sphärischer Kurventrieb 43
 Symmetrische Doppelkurbel 106
 Schaltkurventrieb — fortlaufender 284
 Schaltplan 204, 206
 Schaltvervielfältigung 208
 Schaltwerk — verstellbares 241
 Schieberantrieb mit Überschußsperre 45
 Schraubengelenk 19
 Schraubentrieb — dreigliedriger 40
 Schraubentrieb — gleichachsiger für Grob-
 und Feinverstellung 40, 257
 Schraubentrieb — nichtgleichachsiger
 41, 258
 Schraubung — Sonderfall 19
 Schubkurbel 34
 Schubkurvenschleife 35
 Schubkurventrieb 35
 Schubkurventrieb — gesperrt 45
 Schwingentrieb mit Umlaufrad 174
 Schwingender Kurventrieb 178
 Schwinggetriebe 236, 237
 Standgetriebe — gleichachsiges 168
 Statisch bestimmte Ausführung 18
 Statisch unbestimmte Ausführung 18
 Stirnradgetriebe — innengetriebenes 252
 Stirnradgetriebe mit Geschwindigkeits-
 plan 150
 Stirnradgetriebe — Entwurf mit Polgeraden
 152
 Stirnradstandgetriebe — gleichachsiges
 190
 Stirnradstandgetriebe — gleichachsiges
 mit vier Vorgelegewellen 193
 Stirnräderpaar — außen verzahntes 149
 Stirnräderpaar — innen verzahntes 149
 Stütze mit Zweigelenkgliedern 240
 Stützkraftbestimmung 216
 Stützkraftermittlung 224
 Tangentialnocken mit Bogenschlag-
 bahn 141

- Tangentialnocken mit tangentialer Schlagbahn 136
 Tangentialnocken mit Rastbogen 142
 Tonnengelenk 18
 Tonnenplattengelenk 15
 Totlagenüberwindung durch Blindwelle 121

Überschlußsperre 46
Übertotpunktspannwerk 50
 Umlaufgetriebe für Übersetzungswechsel 237
 Umlaufgetriebe für Wechsel der Abtriebswelle 236
 Umlaufgetriebe mit Zwischenrad 172

Verbindung mit weggemindertem Schieber 38
Verfahrensbeweis 221
Vierpunktig geführtes Gelenk 19

Wechselräder — Bestimmung genauer 197
Wechselräder — Schere 198
Wellenkupplung mit beweglichem Steg 43
Wellenkupplung als räumliches Getriebe 43
Wellenreihe — gleiche 121

Wellenreihe — nebeneinanderliegend 211
Winkelbewegliche Rahmen 287
Winkelgeschwindigkeitsplan 269
Winkelgeschwindigkeitsvektor 69
Winkelschleife 35
Wirkungsgradermittlung 229
Wirkungslinienbestimmung 220

Zahnstangensperre 47
Zahnstangengetriebe 180
Zapfengeschwindigkeiten — Ermittlung 227
Ziehkeilgetriebe 198
Zweigelenkglied mit Kurbelschalengelenken 19
Zweipunktiggeführtes Gelenk 18
Zweischlag im Gelenkviereck 47
Zweiwellengetriebe 199
Zwischengelenke 273
Zykloiden — Erzeugung 158
Zykloiden — Punkte- und Tangenten-ermittlung 156
Zykloiden — Rastgetriebe 160, 161
Zykloidengetriebe mit umlaufendem Rollenstern 162
Zykloidengetriebe mit festem Rollenstern 163
Zykloidengetriebe rückkehrendes 180
-

Seite	ist	muss sein
94 Bild 174	P_{12}	P_{13}
107 Zeile 2 von unten	$A'e'$	$A'e_i$
109 — 17 —	Doppelkurven	Koppelkurven
109 — 4 —	AD	CD
117 Bild 194	E_1	E_2
130 Zeile 5 von oben	$\frac{dx}{dt} = w a \sin y$	$\frac{dx}{dt} = w a \sin y$
168 Zeile 11 von oben	Rad 3	Rad 2
188 Zeile 4 von unten	$\sin$	$\sin \delta$

[illegible]

PRINTED IN U.S.A.

TJ
175
.K7

182521

